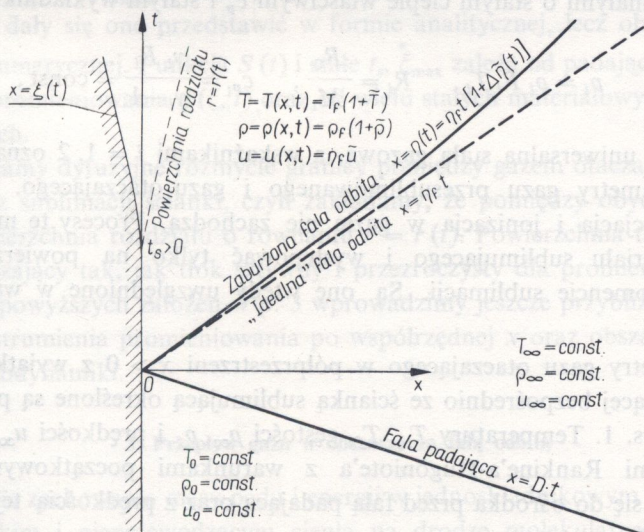


WPLYW PROMIENIOWANIA GAZU ORAZ SUBLIMACJI ŚCIANKI
NA PARAMETRY PRZEPŁYWU GAZU
ZA ODBITĄ SILNĄ FAŁĄ UDERZENIOWĄ*)

JACEK KOPYSTYŃSKI (WARSZAWA)

1. Wstęp

Praca ta jest kontynuacją badania zagadnienia sublimacji ścianki pod wpływem padającej na nią lub odbitej od niej fali uderzeniowej [1]. Tematem niniejszej pracy jest określenie parametrów charakteryzujących gaz zawarty w obszarze pomiędzy ścianką a falą odbitą. Rozważany jest pewien teoretyczny model zjawisk towarzy-



Rys. 1

szących odbiciu płaskiej fali uderzeniowej od płaskiej i równoległej do niej ścianki. Istotną cechą tego modelu stanowi fakt, że uwzględnione są jedynie dwa efekty zaburzające jednorodny stan gazu w obszarze za idealną⁽¹⁾ odbitą falą uderzeniową. Efektami tymi są: promienista strata energii gazu oraz sublimacja ścianki, do której

(*) Praca została wykonana w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki PAN.

(¹) Określenie «idealna fala uderzeniowa» oznacza, że parametry gazu w obszarach po jej obydwu stronach są stałe i związane ze sobą algebraicznymi warunkami zgodności Rankine'a-Hugoniot'e'a.

przylega gaz znajdujący się za falą odbitą⁽²⁾. Ze względu na trudności matematyczne pojawiające przy rozpatrywaniu tego problemu ograniczymy się do badania przypadku, w którym zaburzenia stanu za falą odbitą można traktować jako niewielkie.

Schematyczny obraz badanego modelu zjawisk przedstawiony jest w następujących współrzędnych: x oznacza odległość od ścianki, która jeszcze nie zaczęła sublimować, w kierunku prostopadłym do niej i t oznacza czas mierzony od momentu odbicia się fali od ścianki (rys. 1). Na rys. 1 podane są również pewne inne oznaczenia używane w dalszym ciągu pracy.

2. Założenia fizyczne

Podstawowe założenia dotyczące modelu zjawiska odbicia fali uderzeniowej od sublimującej ścianki zostały sformułowane w pracy [1]. Zostaną one w tym miejscu w skrócie powtórzone z uwzględnieniem zmian wynikających z pewnej odrębności badanych zagadnień. Będziemy przyjmowali, że wyniki pracy [1] są Czytelnikowi znane. Przyjmiemy następujące założenia.

1. Gaz otaczający i produkt sublimacji są nielepkimi i nieprzewodzącymi ciepła gazami doskonałymi o stałym cieple właściwym c_p i stałym wykładniku adiabaty γ :

$$(2.1) \quad p_i = \rho_i R_i T_i, \quad R_i = \frac{R_0}{M_i}, \quad c_{p_i} = \frac{\gamma_i R_i}{\gamma_i - 1} = \text{const},$$

gdzie R_0 jest uniwersalną stałą gazową, a wskaźnikami $i = 1, 2$ oznaczono odpowiednio parametry gazu przesublimowanego i gazu otaczającego. Reakcje chemiczne, dysocjacja i jonizacja w gazie nie zachodzą. Procesy te mogą dotyczyć jedynie materiału sublimującego i występować tylko na powierzchni ścianki w samym momencie sublimacji. Są one wtedy uwzględnione w wartości ciepła sublimacji c_s .

2. Parametry gazu otaczającego w półprzestrzeni $x > 0$ z wyjątkiem warstwy gazu sąsiadującej bezpośrednio ze ścianką sublimującą określone są przez wartości podane na rys. 1. Temperatury T_∞, T_f , gęstości ρ_∞, ρ_f i prędkości $u_\infty, \dot{\eta}_f$ związane są warunkami Rankine'a-Hugoniotte'a z warunkami początkowymi T_0, ρ_0, u_0 odnoszącymi się do ośrodka przed falą padającą oraz z prędkością tej fali D ; uważamy je za dane.

3. Bezwymiarowe poprawki $\tilde{T}(x, t)$, $\tilde{p}(x, t)$, $\tilde{u}(x, t)$ i $\Delta\tilde{\eta}(t)$, które pojawiają się w związku z uwzględnieniem zjawisk promieniowania i sublimacji, są wielkościami małymi w porównaniu z jednością. Wyznaczenie tych poprawek stanowi zasadniczy cel pracy.

4. Strumień promieniowania przechodzący w jednostce czasu przez jednostkowy element powierzchni, leżący w obszarze pomiędzy ścianką a falą odbitą w płaszczyźnie

⁽²⁾ Zagadnieniem odbicia fali uderzeniowej, rozchodzącej się w promieniującym ośrodku gazowym ale przy zastosowaniu nieco innego modelu fizycznego i bez uwzględnienia sublimacji ścianki, zajmował się W. W. BYSZEWSKI [3].

odległej o x od początku laboratoryjnego układu współrzędnych, w przybliżeniu wynosi

$$(2.2) \quad q(x, t) = \sigma T_f^4 \left(1 - 2 \int_1^{\infty} e^{-\frac{x}{l_f \omega}} \frac{d\omega}{\omega^3} \right) - \sigma T_f^4 \left(1 - 2 \int_1^{\infty} e^{-\frac{\eta-x}{l_f \omega}} \frac{d\omega}{\omega^3} \right) - 2\sigma T_\infty^4 \int_1^{\infty} e^{-\frac{\eta-x}{l_f \omega}} \frac{d\omega}{\omega^3},$$

gdzie l_f jest drogą swobodną promieniowania w obszarze za falą odbitą, $\eta = \eta(t)$ położeniem tej fali oraz σ stałą Stefana-Boltzmana. We wzorze (2.2) pominięto zmiany parametrów gazu w obszarze za falą odbitą, a zatem przyjęto m.in., że $T = T_f = \text{const}$ oraz $l = l_f = \text{const}$. Odpowiada to w szczególności pominięciu wpływu przesublimowanego gazu na strumień promieniowania.

5. Moment rozpoczęcia sublimacji t_s spełnia warunek $t_s > 0$, tj. sublimacja rozpoczyna się dopiero po odbiciu się fali od ścianki. Przyjmujemy, że czas t_s oraz prędkość sublimacji,

$$(2.3) \quad \dot{\xi} = \dot{\xi}(t) = \dot{\xi}_{\max} S(t),$$

gdzie $0 \leq S(t) \leq 1$, $\dot{\xi}_{\max} = \text{const}$, są wielkościami znanymi ([1], wzory części 5); niestety nie dały się one przedstawić w formie analitycznej, lecz obliczane zostały na drodze numerycznej. Funkcja $S(t)$ i stałe t_s , $\dot{\xi}_{\max}$ zależą od padającego na ściankę strumienia promieniowania $q(\xi, t)$ oraz od wielu stałych materiałowych i warunków początkowych.

6. Pomijamy dyfuzyjne rozmycie granicy pomiędzy gazem otaczającym a gazem powstałym z sublimacji ścianki, czyli zakładamy, że pomiędzy obydwooma gazami istnieje powierzchnia rozdziału o równaniu $r = r(t)$. Powierzchnia ta oddziałuje na gaz otaczający tak, jak tłok sztywny i przezroczysty dla promieniowania.

Oprócz powyższych założeń w p. 3 wprowadzimy jeszcze przybliżenia dotyczące pochodnej strumienia promieniowania po współrzędnej x oraz obszaru całkowania równań gazodynamiki.

3. Przepływ gazu w obszarze za falą odbitą

Równania zachowania masy pędu i energii w jednoskładnikowym gazie doskonałym, nielepkim i nieprzewodzącym ciepła na drodze molekularnej napisane dla przypadku jednowymiarowego mają następującą postać:

$$(3.1) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + \rho RT) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho u^2 + \frac{R}{\gamma-1} \rho T \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \rho u^3 + \frac{\gamma R}{\gamma-1} \rho T u + q \right) = 0.$$

W równaniu energii (3.1)₃ uwzględniony jest promienisty transport energii.

Równania powyższe są nieliniowe. Warunki brzegowe dla funkcji u , ρ i T można w naszym przypadku określić w nieskończoności oraz na nieznannej granicy, którą jest płaszczyzna rozdziału $r = r(t)$ pomiędzy gazem przesublimowanym a otaczającym. Ponieważ założyliśmy, że przed falą odbitą gaz jest niezaburzony, więc warunki z nieskończoności ulegają przesunięciu na powierzchnię fali odbitej, przy czym równanie tej powierzchni $\eta = \eta(t)$ jest również nieznanne. Matematyczna złożoność tego problemu zmusza nas do ograniczenia się do stosunkowo prostego przypadku fizycznego, w którym przepływ jest niewiele zaburzony w stosunku do stanu panującego za idealną falą odbitą. W tym celu równania (3.1) przedstawiamy w bezwymiarowym układzie współrzędnych \tilde{x} , \tilde{t} , a poza tym wprowadzamy bezwymiarowe poprawki \tilde{u} , $\tilde{\rho}$ i \tilde{T} poszukiwanych funkcji:

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \tilde{x} &= \frac{1}{l_f} x, & \tilde{t} &= \frac{\dot{\eta}_f}{l_f} t, \\ \rho(x, t) &= \rho_f [1 + \tilde{\rho}(\tilde{x}, \tilde{t})], \\ T(x, t) &= T_f [1 + \tilde{T}(\tilde{x}, \tilde{t})], \\ u(x, t) &= \dot{\eta}_f \tilde{u}(\tilde{x}, \tilde{t}), \\ \dot{\eta}(t) &= \dot{\eta}_f [1 + \dot{\tilde{\eta}}(\tilde{t})], \end{aligned}$$

czyli

$$\eta(t) = \dot{\eta}_f \tilde{t} [1 + \Delta\tilde{\eta}(\tilde{t})],$$

gdzie

$$\Delta\tilde{\eta}(\tilde{t}) = \frac{1}{\tilde{t}} \int_0^{\tilde{t}} \dot{\tilde{\eta}}(\tau) d\tau.$$

Po wykonaniu tych podstawień, a także po pewnych algebraicznych przekształceniach (ale bez żadnych przybliżeń), otrzymujemy

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{x}} + (1 + \tilde{\rho}) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} &= 0, \\ \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \frac{b^2}{\gamma} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} + \frac{b^2}{\gamma} \frac{1 + \tilde{T}}{1 + \tilde{\rho}} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{x}} &= 0, \\ \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{t}} + \frac{1 + \tilde{T}}{1 + \tilde{\rho}} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{t}} + \frac{\gamma(\gamma - 1)}{b^2} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}} + \left[\frac{\gamma(\gamma - 1)}{b^2} \tilde{u}^2 + \gamma(1 + \tilde{T}) \right] \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} &+ \\ + \gamma \tilde{u} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} + \gamma \frac{1 + \tilde{T}}{1 + \tilde{\rho}} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{x}} &= - \frac{1}{1 + \tilde{\rho}} \frac{\gamma(\gamma - 1)}{b^2 \rho_f \dot{\eta}_f^3} \frac{\partial q}{\partial \tilde{x}}, \end{aligned}$$

gdzie

$$(3.4) \quad b^2 = \frac{\gamma R_2 T_f}{\dot{\eta}_f^2} = \frac{3\gamma - 1}{2} = 1,375.$$

Zatem b jest bezwymiarową, odniesioną do prędkości idealnej fali odbitej, prędkością dźwięku w obszarze za falą odbitą.

Zanim przystąpimy do dalszej analizy układu równań (3.3), podamy *explicitie* postać prawej strony równania energii (3.3)₃. Zgodnie ze wzorem (2.2) dla pochodnej strumienia promieniowania w obszarze pomiędzy ścianką a falą odbitą otrzymujemy

$$(3.5) \quad \frac{\gamma(\gamma-1)}{b^2 \rho_f \dot{\eta}_f^3} \frac{\partial q}{\partial \tilde{x}} = 4b\gamma A^2 \left\{ \left(1 + \frac{1}{B} \right) [e^{-\tilde{x}} + \tilde{x} Ei(-\tilde{x})] + e^{-(\tilde{t}-\tilde{x})} + (\tilde{t}-\tilde{x}) Ei(-\tilde{t}+\tilde{x}) \right\},$$

gdzie

$$Ei(-x) = - \int_1^{\infty} e^{-\omega x} \frac{d\omega}{\omega}$$

jest wykładniczą funkcją całkową, a stałe B i A^2 są następujące:

$$(3.6) \quad B = \frac{T_f^4}{T_{\infty}^4} - 1 = \left(\frac{3\gamma-1}{\gamma} \right)^4 - 1 = 22,42,$$

$$A^2 = \frac{(\gamma-1) B \sigma T_{\infty}^4}{2b\gamma\rho_f \dot{\eta}_f R_2 T_f} = \frac{2B(\gamma-1)}{b\gamma(\gamma+1)(3\gamma-1)} \frac{\sigma}{R_0^4} \frac{M_2}{\rho_0} |D|^5 =$$

$$= 3,299 \cdot 10^{-8} \left(\frac{M_2}{M_{\text{pow}}} \right)^4 \frac{\rho_{\text{pow}}}{\rho_0} |D|^5.$$

Współczynniki liczbowe odpowiadają przyjęciu następujących wartości stałych: $\gamma = 1,25$, $M_{\text{pow}} = 14,4 \text{ g mol}^{-1}$, $\rho_{\text{pow}} = 1,293 \text{ kg m}^{-3}$ oraz wyrażeniu prędkości fali padającej D w km s^{-1} .

W dalszym ciągu zamiast funkcji (3.5) będziemy dla pochodnej strumienia promieniowania stosowali następujący wzór przybliżony:

$$(3.7) \quad \frac{\gamma(\gamma-1)}{b^2 \rho_f \dot{\eta}_f^3} \frac{\partial q}{\partial \tilde{x}} \approx 4b\gamma A^2 \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} \left(1 + \frac{1}{B} \right) e^{-\sqrt{3}\tilde{x}} + \frac{\sqrt{3}}{2} e^{-\sqrt{3}(\tilde{t}-\tilde{x})} \right\}.$$

Funkcja (3.7) dla dostatecznie małych wartości \tilde{t} niewiele różni się od (3.5). Taka postać pochodnej $\partial q/\partial \tilde{x}$ związana jest z dyfuzyjnym modelem transportu promieniowania [2] i można ją stosować dla dowolnie grubych warstw ośrodka czyli dla dowolnych wartości \tilde{x} , \tilde{t} .

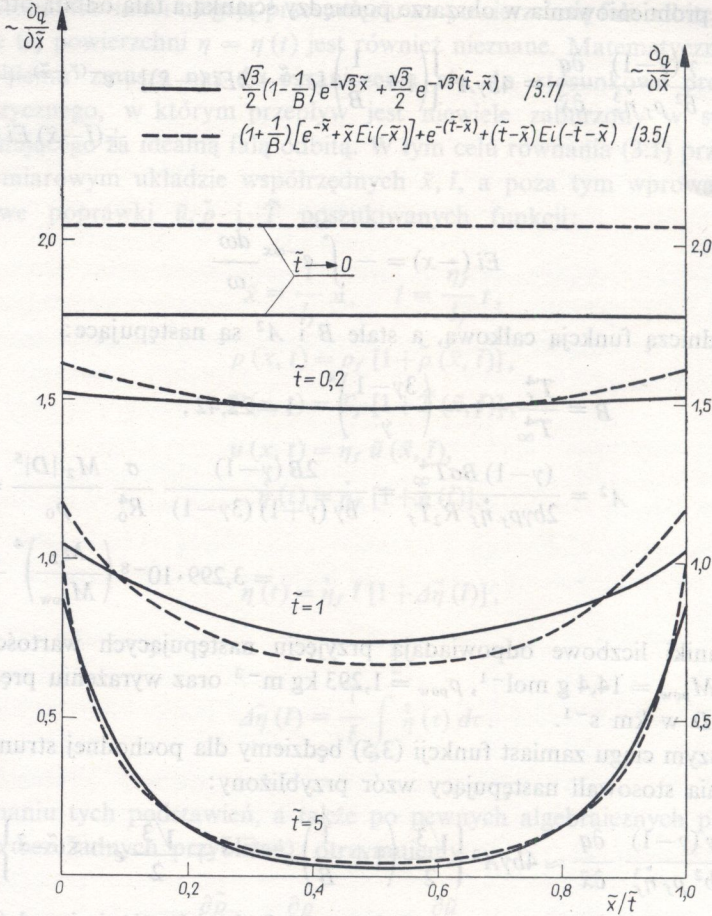
Na rys. 2 podane są wykresy funkcji zawartych w nawiasie klamrowym we wzorach (3.5) i (3.7) dla kilku różnych wartości \tilde{t} i dla \tilde{x} zmieniających się w przedziale od zera do \tilde{t} . Na rysunku tym na osi odciętych odłożone są wartości argumentu \tilde{x}/\tilde{t} w przedziale $[0, 1]$. Przedział ten odpowiada całemu obszarowi gazu znajdującego się za idealną falą odbitą, gdzie $0 \leq \tilde{x} \leq \tilde{t}$.

Przeprowadzimy obecnie linearyzację równań (3.3). Zauważmy, że

1) stałe materiałowe b^2/γ , $\gamma(\gamma-1)/b^2$, γ są rzędu jedności,

2) poprawki ρ , \tilde{T} i \tilde{u} są w początkowym okresie po odbiciu się fali małe w porównaniu z jednością,

3) funkcje ρ , T i u zmieniają się niewiele na odcinkach rzędu średniej drogi swobodnej promieniowania l_f , a także w czasie, w którym fala odbita przebywa odcinek rzędu l_f , a zatem pochodne poprawek są małe w porównaniu z jednością.



Rys. 2

Korzystając z powyższych własności funkcji oraz stałych, w związkach (3.3) pomijamy wyrazy małe poczynając od drugiego rzędu i otrzymujemy postać zlinearyzowanych równań gazodynamiki

$$(3.8) \quad \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} = 0,$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}} + \frac{b^2}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} (\tilde{\rho} + \tilde{T}) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{t}} (\tilde{\rho} + \tilde{T}) + \gamma \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} = -4b\gamma A^2 \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \left(1 + \frac{1}{B}\right) e^{-\sqrt{3}\tilde{x}} + \frac{\sqrt{3}}{2} e^{-\sqrt{3}(\tilde{t}-\tilde{x})} \right].$$

Badając konkretny przypadek po rozwiązaniu tych równań trzeba będzie sprawdzić, w jakim przedziale zmienności \tilde{t} otrzymane rozwiązania spełniają założone warunki małości 2 i 3; tylko dla takiego przedziału \tilde{t} wyniki będą miały sens fizyczny.

Równania (3.8) zastosujemy (i w sposób przybliżony rozwiążemy) do obszaru gazu zawartego pomiędzy powierzchnią rozdziału $r(t)$ gazu przesublimowanego i gazu otaczającego a odbitą falą uderzeniową $\eta(t)$.

Zauważmy, że granice tego obszaru są określone za pomocą nieznanych funkcji czasu. Metoda przybliżonego rozwiązania polegać będzie na tym, że warunek brzegowy dla prędkości gazu na powierzchni rozdziału $r(t)$ sformułujemy na płaszczyźnie $x = 0$, a warunki zgodności Hugoniot'e'a, odnoszące się do zaburzonej fali odbitej $\eta(t)$ przyjmujemy na idealnej fali odbitej o równaniu $\tilde{x} = \tilde{t}$. W ten sposób obszar stosowalności równań (3.8) zostaje sztucznie przesunięty pomiędzy niesublimującą ściankę a idealną falą odbitą. Postępowanie takie jest dopuszczalne, jeśli zniekształcenie tego idealnego obszaru, wywołane sublimacją i promieniowaniem jest niewielkie, co zachodzi w początkowym okresie po odbiciu się fali od ścianki.

Warunki brzegowe dla funkcji ρ , T i u określimy w sposób następujący.

1. Prędkość przesuwania powierzchni rozdziału gazu przesublimowanego i gazu otaczającego jest równa prędkości gazu otaczającego w bezpośrednim sąsiedztwie tej powierzchni i zależna jest od prędkości sublimacji ξ . Podamy przybliżoną postać tej zależności korzystając z bilansu przesublimowanej masy ciała stałego

$$(3.9) \quad \int_0^{|\xi(t)|} \rho_{st} dx = \int_{\xi(t)}^{r(t)} \rho_1(x) dx \approx \int_0^{r(t)} \rho_1(x) dx.$$

Równość ta wyraża fakt, że ciało stałe o gęstości ρ_{st} , zajmujące obszar pomiędzy płaszczyznami $x = 0$ i $x = \xi(t)$, zamienia się w gaz zajmujący obszar pomiędzy płaszczyzną sublimacji $x = \xi(t)$ a płaszczyzną rozdziału $x = r(t)$. Przybliżona równość wynika z zależności $\rho_1 \ll \rho_{st}$ (gęstość gazu powstałego z sublimacji jest wielokrotnie mniejsza od gęstości ciała stałego), czyli $r(t) \gg |\xi(t)|$, a zatem wartość całki w granicach $[\xi(t), 0]$ w stosunku do wartości całki w przedziale $[\xi(t), r(t)]$ jest mała. Dla gęstości gazu przesublimowanego $\rho_1(x)$ zachodzi związek

$$(3.10) \quad \rho_1(x) = \frac{M_1}{R_0} \frac{p_1(x)}{T_1(x)} \approx \frac{M_1}{R_0} \frac{p_f}{T_s} = \frac{M_1}{M_2} \frac{T_f}{T_s} \rho_f,$$

w którym pierwsza i ostatnia równość wynikają z odnoszących się do materiału przesublimowanego i gazu otaczającego równań gazu doskonałego, a równość przybliżona jest konsekwencją modelowych założeń, że sublimacja zachodzi pod stałym ciśnieniem p_f oraz że nie ma molekularnej wymiany ciepła, a zatem materiał przesublimowany ma stałe temperaturę T_s . (W rzeczywistości zachodzi podwyższenie tej temperatury na skutek absorpcji promieniowania i przewodnictwa cieplnego, a zatem wielkość T_s można jedynie traktować jako oszacowanie od dołu temperatury gazu przesublimowanego). Po podstawieniu funkcji $\rho_1(x)$ z (3.10) do (3.9) otrzymujemy

$$(3.11) \quad \rho_{st} |\xi(t)| = \frac{M_1}{M_2} \frac{T_f}{T_s} \rho_f r(t),$$

a stąd po zróżniczkowaniu i uwzględnieniu faktu, że

$$(3.12) \quad \frac{d}{dt} r(t) = u[r(t), t] \approx u(0, t) = \dot{\eta}_f \tilde{u}(0, \tilde{t}),$$

dostajemy poszukiwany warunek brzegowy dla prędkości gazu na powierzchni rozdziału:

$$(3.13) \quad \tilde{u}(0, \tilde{t}) = \frac{\rho_{st} M_2 T_s}{\rho_f M_1 T_f} \frac{\dot{\xi}(t)}{\dot{\eta}_f} = sS(t),$$

gdzie $S(t)$ jest bezwymiarową prędkością sublimacji, określoną wzorem (2.2), a stała s wynosi

$$(3.14) \quad s = \frac{\rho_{st} M_2 T_s}{\rho_f M_1 T_f} |\dot{\xi}_{\max}| = \\ = 3,131 \cdot 10^{-4} \frac{(\gamma-1)^4 (3\gamma-1)^3}{\gamma^4 (\gamma+1)^6} \frac{\rho_{pow}}{\rho_0} \left(\frac{M_2}{M_{pow}} \right)^4 \frac{T_s |D|^5}{M_1 [c_s + c_{st} (T_s - T_0)]} = \\ = 8,030 \cdot 10^{-7} \frac{\rho_{pow}}{\rho_0} \left(\frac{M_2}{M_{pow}} \right)^4 \frac{T_s |D|^5}{M_1 [c_s + c_{st} (T_s - T_0)]}.$$

Należy podkreślić, że zależność (3.13) czyli również wartość współczynnika proporcjonalności s , mają jedynie charakter szacunkowy.

2. Na zaburzonej, odbitej fali uderzeniowej spełnione są warunki zgodności

$$(3.15) \quad \rho_f (1 + \tilde{\rho}_\eta) [\dot{\eta}_f (1 + \dot{\tilde{\eta}}) - \dot{\eta}_f \tilde{u}_\eta] = \rho_\infty [\dot{\eta}_f (1 + \dot{\tilde{\eta}}) - u_\infty], \\ \rho_f (1 + \tilde{\rho}_\eta) RT_f (1 + \tilde{T}_\eta) + \rho_f (1 + \tilde{\rho}_\eta) [\dot{\eta}_f (1 + \dot{\tilde{\eta}}) - \dot{\eta}_f u_\eta]^2 = \\ = \rho_\infty RT_\infty + \rho_\infty [\dot{\eta}_f (1 + \dot{\tilde{\eta}}) - u_\infty]^2, \\ \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_f (1 + \tilde{T}_\eta) + \frac{1}{2} [\dot{\eta}_f (1 + \dot{\tilde{\eta}}) - \dot{\eta}_f \tilde{u}_\eta]^2 = \\ = \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_\infty + \frac{1}{2} [\dot{\eta}_f (1 + \dot{\tilde{\eta}}) - u_\infty]^2,$$

będące algebraicznymi związkami pomiędzy poprawkami $\tilde{\rho}_\eta$, \tilde{T}_η , \tilde{u}_η na powierzchni fali odbitej (od strony gazu pozostającego za tą falą) oraz poprawką prędkości fali odbitej $\dot{\tilde{\eta}}$. Należy przypomnieć, że obszar przed falą odbitą traktujemy jako niezaburzony, a zatem określony całkowicie przez wielkości ρ_∞ , T_∞ i u_∞ . Uwzględniając fakt, że $\tilde{\rho}_\eta$, \tilde{T}_η , \tilde{u}_η i $\dot{\tilde{\eta}}$ są znacznie mniejsze od jedności, linearyzujemy równania (3.15), a następnie wyznaczamy poprawki $\tilde{\rho}_\eta$, \tilde{T}_η , \tilde{u}_η przez nieznaną na razie poprawkę $\dot{\tilde{\eta}}$:

$$(3.16) \quad \tilde{u}_\eta = \tilde{u}(\tilde{\eta}, \tilde{t}) = a_1 \dot{\tilde{\eta}}(\tilde{t}) \approx \tilde{u}(\tilde{t}, \tilde{t}), \\ \tilde{\rho}_\eta = \tilde{\rho}(\tilde{\eta}, \tilde{t}) = a_2 \dot{\tilde{\eta}}(\tilde{t}) \approx \tilde{\rho}(\tilde{t}, \tilde{t}), \\ \tilde{T}_\eta = \tilde{T}(\tilde{\eta}, \tilde{t}) = a_3 \dot{\tilde{\eta}}(\tilde{t}) \approx \tilde{T}(\tilde{t}, \tilde{t}),$$

gdzie

$$(3.17) \quad a_1 = \frac{3\gamma-1}{\gamma(\gamma+1)} = \frac{44}{45}, \quad a_2 = 2 \frac{\gamma-1}{\gamma(\gamma+1)} = \frac{8}{45},$$

$$a_3 = 2 \frac{(\gamma-1)(4\gamma^2-3\gamma+1)}{\gamma(\gamma+1)(3\gamma-1)} = \frac{112}{495}.$$

Dysponując warunkami brzegowymi (3.13) i (3.16) rozwiążemy równania (3.8), a zatem wyznaczmy w obszarze $\tilde{t} \geq 0$, $0 \leq \tilde{x} \leq t$ poprawki \tilde{u} , $\tilde{\rho}$ i \tilde{T} , a ponadto poprawkę prędkości fali odbitej $\tilde{\eta}$. Rozwiązywanie jest ułatwione, jeżeli zauważymy, że dwa ostatnie równania, tj. (3.8)₂ i (3.8)₃, można rozwiązywać niezależnie od pierwszego, (3.8)₁ traktując sumę $\tilde{\rho} + \tilde{T}$ jako pomocniczą funkcję niewiadomą. W ten sposób wyznaczy się najpierw funkcje \tilde{u} oraz $\tilde{\rho} + \tilde{T}$, a następnie drogą bezpośredniego całkowania równania (3.8) zostanie znaleziona poprawka gęstości $\tilde{\rho}$. Funkcja $\tilde{\rho} + \tilde{T}$ ma zgodnie z równaniem stanu gazu doskonałego prostą interpretację fizyczną jako poprawka ciśnienia \tilde{p} :

$$(3.18) \quad p = \rho RT = \rho_f RT_f (1 + \tilde{\rho})(1 + \tilde{T}) \approx p_f (1 + \tilde{\rho} + \tilde{T}).$$

Podstawiając

$$\tilde{u} = U_1 e^{-\sqrt{3}\tilde{x}} + U_2 e^{\sqrt{3}\tilde{x}}, \quad \rho = R_1 e^{-\sqrt{3}\tilde{x}} + R_2 e^{\sqrt{3}\tilde{x}}, \quad \tilde{T} = T_1 e^{-\sqrt{3}\tilde{x}} + T_2 e^{\sqrt{3}\tilde{x}},$$

gdzie U_1, \dots, T_2 są funkcjami zależnymi jedynie od \tilde{t} , znajdujemy, że równania (3.8) posiadają następujące rozwiązanie szczególne:

$$(3.19) \quad \frac{1}{A^2} \tilde{p}_{(s)} = 2\sqrt{3} b \left(1 + \frac{1}{B}\right) \tilde{t} e^{-\sqrt{3}\tilde{x}} + \frac{2b^3}{1-b^2} e^{-\sqrt{3}(\tilde{t}-\tilde{x})},$$

$$\frac{1}{A^2} \tilde{u}_{(s)} = 2b \left(1 + \frac{1}{B}\right) e^{-\sqrt{3}\tilde{x}} + \frac{2b^3}{1-b^2} e^{-\sqrt{3}(\tilde{t}-\tilde{x})},$$

$$\frac{1}{A^2} \tilde{T}_{(s)} = -2\sqrt{3} b \left(1 + \frac{1}{B}\right) \tilde{t} e^{-\sqrt{3}\tilde{x}} + \frac{2b}{3} e^{-\sqrt{3}(\tilde{t}-\tilde{x})}.$$

Aby znaleźć rozwiązanie spełniające warunki brzegowe (3.13) i (3.16) znajdujemy najpierw rozwiązanie ogólne jednorodnego układu równań

$$(3.20) \quad \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial \tilde{t}} + \frac{b^2}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} (\tilde{\rho}_j + \tilde{T}_j) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{t}} (\tilde{\rho}_j + \tilde{T}_j) + \gamma \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial \tilde{x}} = 0$$

i zażądamy, aby suma odpowiednich jego rozwiązań i rozwiązań szczególnych spełniała warunki brzegowe. W równaniach (3.20) podstawiamy nowe zmienne

$$(3.21) \quad \zeta_1 = \tilde{x} + b\tilde{t}, \quad \zeta_2 = \tilde{x} - b\tilde{t}$$

i po łatwych rachunkach otrzymujemy

$$(3.22) \quad \frac{1}{A^2} \tilde{u}_j = bf_1(\zeta_1) + bf_2(\zeta_2),$$

$$\frac{1}{A^2} (\tilde{\rho}_j + \tilde{T}_j) = \gamma f_1(\zeta_1) + \gamma f_2(\zeta_2),$$

gdzie $f_1(\zeta_1)$ i $f_2(\zeta_2)$ są na razie dowolnymi funkcjami, określonymi odpowiednio dla argumentów nieujemnych (dla każdego $\gamma > 1$ mamy $b > 1$, czyli w naszym obszarze zmienności \tilde{x}, \tilde{t} jest zawsze $\zeta_1 \geq 0$) lub niedodatnich ($\zeta_2 \leq 0$).

Korzystając z rozwiązań (3.19) i (3.22) znajdziemy ostateczną postać rozwiązań ogólnych:

$$(3.23) \quad \frac{1}{A^2} \tilde{u}(\tilde{x}, \tilde{t}) = 2b \left(1 + \frac{1}{B}\right) e^{V\sqrt{3}\tilde{x}} - \frac{2b^3}{b^2-1} e^{-V\sqrt{3}(\tilde{t}-\tilde{x})} +$$

$$+ bf_1(\tilde{x} + b\tilde{t}) + bf_2(\tilde{x} - b\tilde{t}),$$

$$\frac{1}{A^2} [\tilde{\rho}(\tilde{x}, \tilde{t}) + \tilde{T}(\tilde{x}, \tilde{t})] = -\frac{2b\gamma}{b^2-1} e^{-V\sqrt{3}(\tilde{t}-\tilde{x})} - \gamma f_1(\tilde{x} + b\tilde{t}) + \gamma f_2(\tilde{x} - b\tilde{t}).$$

Zastosujemy do tych rozwiązań warunki brzegowe (3.13) i (3.16), co pozwoli na znalezienie funkcji f_1, f_2 oraz $\tilde{\eta}$. Dla $\tilde{x} = 0$ (na powierzchni rozdziału) mamy

$$(3.24) \quad \frac{1}{A^2} \tilde{u}(0, \tilde{t}) = 2b \left(1 + \frac{1}{B}\right) - \frac{2b^3}{b^2-1} e^{-V\sqrt{3}\tilde{t}} + bf_1(b\tilde{t}) + bf_2(-b\tilde{t}) = \frac{s}{A^2} S(\tilde{t}).$$

Dla $\tilde{x} = \tilde{t}$ (na fali odbitej) otrzymujemy

$$(3.25) \quad \frac{1}{A^2} \tilde{u}(\tilde{t}, \tilde{t}) = 2b \left(1 + \frac{1}{B}\right) e^{-V\sqrt{3}\tilde{t}} - \frac{2b^3}{b^2-1} + bf_1[(b+1)\tilde{t}] +$$

$$+ bf_2[-(b-1)\tilde{t}] = \frac{a_1}{A^2} \tilde{\eta}(\tilde{t}),$$

$$\frac{1}{A^2} [\tilde{\rho}(\tilde{t}, \tilde{t}) + \tilde{T}(\tilde{t}, \tilde{t})] = -\frac{2b\gamma}{b^2-1} - \gamma f_1[(b+1)\tilde{t}] +$$

$$+ \gamma f_2[-(b-1)\tilde{t}] = \frac{a_2 + a_3}{A^2} \tilde{\eta}(\tilde{t}).$$

W równaniu (3.24) podstawiamy $b\tilde{t} = \zeta$ i otrzymujemy natychmiast wzór

$$(3.26) \quad f_2(-\zeta) = \frac{s}{bA^2} S\left(\frac{\zeta}{b}\right) - 2 \left(1 + \frac{1}{B}\right) + \frac{2b^2}{b^2-1} e^{-\frac{V\sqrt{3}}{b}\zeta} - f_1(\zeta).$$

Eliminując ze związków (3.25) odpowiednio funkcje $f_2[-(b-1)\tilde{t}]$ lub $\tilde{\eta}(\tilde{t})$ dostajemy wzór na $\tilde{\eta}(\tilde{t})$:

$$(3.27) \quad \frac{1}{A^2} \tilde{\eta}(\tilde{t}) = \frac{2b\gamma}{a_1\gamma - a_2b - a_3b} \left\{ \left(1 + \frac{1}{B}\right) e^{-V\sqrt{3}\tilde{t}} - \frac{b}{b+1} + f_1[(b+1)\tilde{t}] \right\}$$

lub równanie zawierające oprócz wyrażeń algebraicznych tylko funkcje f_1 i f_2 :

$$(3.28) \quad 2b(a_2+a_3) \left(1 + \frac{1}{B}\right) e^{-\sqrt{3}\tilde{t}} + \frac{2b}{b^2-1} (a_1\gamma - b^2 a_2 - b^2 a_3) + \\ + (a_1\gamma + a_2 b + a_3 b) f_1 [(b+1)\tilde{t}] - (a_1\gamma - a_2 b - a_3 b) f_2 [-(b-1)\tilde{t}] = 0.$$

W równaniu tym podstawiamy $(b-1)\tilde{t} = (\zeta \geq 0)$, a następnie korzystamy ze wzoru (3.26) dla $f_2(-\zeta)$ i otrzymujemy równanie funkcyjne dla funkcji $f_1(\zeta)$:

$$(3.29) \quad f_1(\zeta) + A_1 f_1(\beta\zeta) = \frac{s}{bA^2} S\left(\frac{\zeta}{b}\right) + \left\{ A_1 \frac{b}{b+1} - \frac{b}{b-1} - \right. \\ \left. - 2 \left(1 + \frac{1}{B}\right) - (A_1 - 1) \left(1 + \frac{1}{B}\right) e^{-\sqrt{3}\frac{\zeta}{b-1}} + \frac{2b^2}{b^2-1} e^{-\sqrt{3}\frac{\zeta}{b}} \right\},$$

gdzie

$$(3.30) \quad A_1 = \frac{a_1\gamma + a_2 b + a_3 b}{a_1\gamma - a_2 b - a_3 b} = 2,266, \quad \beta = \frac{b+1}{b-1} = 12,59.$$

Rozwiązanie tego równania pozwoli na podanie *explicite* wzorów dla \tilde{u} , $(\tilde{p} + \tilde{T})$ oraz $\tilde{\eta}$.

Analizę równania (3.29) rozpoczniemy od stwierdzenia, że jego prawa strona zależy od sublimacji za pośrednictwem wyrazu $(s/bA^2) S(\zeta/b)$ oraz od promieniowania, którego wpływ opisany jest przez pozostałe wyrazy. Dla $\zeta/b \leq \tilde{t}_s$ pierwszy wyraz znika tożsamościowo. Wprowadźmy obecnie wygodne ze względów rachunkowych podstawienie

$$(3.31) \quad f_1(\zeta) = f_q(\zeta) + \frac{s}{bA^2} f_s(\zeta).$$

Pozwala ono rozbić równanie (3.29) na dwa prostsze równania funkcyjne:

$$(3.32) \quad f_q(\zeta) + A_1 f_q(\beta\zeta) = -2 \left(1 + \frac{1}{B}\right) - \frac{b}{b-1} + A_1 \frac{b}{b+1} + \\ + \frac{2b^2}{b^2-1} e^{-\frac{\sqrt{3}\zeta}{b}} + (1-A_1) \left(1 + \frac{1}{B}\right) e^{-\frac{\sqrt{3}\zeta}{b-1}}$$

oraz

$$(3.33) \quad f_s(b\zeta) + A_1 f_s(b\beta\zeta) = S(\zeta),$$

które rozwiązywać będziemy niezależnie od siebie.

Dla $f_q(\zeta)$ poszukujemy rozwiązania w postaci szeregu

$$f_q(\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n e^{-\frac{\sqrt{3}\zeta}{b} a_n} + \sum_{n=0}^{\infty} h_n e^{-\frac{\sqrt{3}\zeta}{b-1} b_n}.$$

Podstawiamy to wyrażenie do równania (3.32) i porównujemy współczynniki przy takich samych potęgach; pozwala to na wyznaczenie wszystkich stałych, tj. g_n , h_n , a_n i b_n . Po wykonaniu obliczeń i odpowiednim zgrupowaniu wyrazów otrzymujemy

$$(3.34) \quad f_a(\zeta) = \frac{b}{b+1} - \left(1 - \frac{1}{B}\right) - \frac{1}{A_1+1} \frac{2b^2}{b^2-1} \left[1 - \frac{1+A_1}{A_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} e^{-\frac{\sqrt{3}\zeta}{b\beta^{n+1}}}\right] + \\ + \frac{A_1-1}{A_1+1} \left(1 + \frac{1}{B}\right) \left[1 - \frac{A_1+1}{A_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} e^{-\frac{\sqrt{3}\zeta}{(b+1)\beta^n}}\right].$$

Dla $\zeta = 0$ występujące w tym wzorze sumy sprowadzają się do szeregów geometrycznych zbieżnych (bo $A_1 > 1$, $b\beta^{n+1} > 0$, $(b-1)\beta^{n+1} > 0$) i wyrażenia w nawiasach kwadratowych stają się równe zero, czyli

$$f_a(0) = \frac{b}{b+1} - \left(1 + \frac{1}{B}\right) = -0,5049.$$

Dla wyznaczenia funkcji $f_s(\zeta)$ ($\zeta \geq 0$) rozwiązywać będziemy równanie (3.33) dla wartości argumentu zawartych w kolejnych, położonych na prawo od punktu $\zeta = 0$ przedziałach:

1. $\zeta \leq \tilde{t}_s$ (ale $\tilde{t}_s > 0$), $S(\zeta) = 0$, więc $f_s(b\zeta) + A_1 f_s(b\beta\zeta) = 0$, czyli

$$(3.35)_1 \quad f_s(\zeta) = 0 \quad \text{dla} \quad \zeta \leq b\beta\tilde{t}_s.$$

2. $\tilde{t}_s < \zeta \leq \beta\tilde{t}_s$, $0 < S(\zeta) < 1$. Na podstawie (3.35)₁ mamy $f_s(b\zeta) = 0$, więc $A_1 f_s(b\beta\zeta) = S(\zeta)$, czyli

$$(3.35)_2 \quad f_s(\zeta) = \frac{1}{A_1} S\left(\frac{\zeta}{b\beta}\right) \quad \text{dla} \quad b\beta\tilde{t}_s < \zeta < b\beta^2\tilde{t}_s.$$

3. $\beta\tilde{t}_s < \zeta < \beta^2\tilde{t}_s$, $0 < S(\zeta) < 1$. Na podstawie (3.35)₂ mamy $f_s(b\zeta) = \frac{1}{A_1} S\left(\frac{\zeta}{b}\right)$, więc $\frac{1}{A_1} S\left(\frac{\zeta}{b}\right) + A_1 f_s(b\beta\zeta) = S(\zeta)$, czyli

$$f_s(\zeta) = \frac{1}{A_1} S\left(\frac{\zeta}{b\beta}\right) - \frac{1}{A_1^2} S\left(\frac{\zeta}{b\beta^2}\right) \quad \text{dla} \quad b\beta^2\tilde{t}_s < \zeta \leq b\beta^3\tilde{t}_s.$$

Postępując zgodnie z powyższym schematem znajdujemy ogólnie, że

$$f_s(\zeta) = \sum_{k=0}^{n-2} \frac{(-1)^k}{A_1^{k+1}} S\left(\frac{\zeta}{b\beta^{k+1}}\right) \quad \text{dla} \quad b\beta^{n+1}\tilde{t}_s < \zeta < b\beta^n\tilde{t}_s, \quad n \geq 2.$$

Wartość graniczną dla $\zeta \rightarrow \infty$ znajdujemy z warunku $S(\infty) = 1$. Wtedy równanie (3.33) ma postać $f_s(\infty) + A_1 f_s(\infty) = 1$, czyli

$$f_s(\infty) = \frac{1}{1+A_1}.$$

Przepiszemy jeszcze raz otrzymane wyniki w postaci zwartej

$$(3.35) \quad f_s(\zeta) = \begin{cases} 0, & \text{jeśli } \zeta \leq b\beta\tilde{t}_s, \\ \sum_{k=0}^{n-2} \frac{(-1)^k}{A_1^{k+1}} S\left(\frac{\zeta}{b\beta^{k+1}}\right), & \text{jeśli } b\beta^{n+1}\tilde{t}_s < \zeta < b\beta^n\tilde{t}_s, \quad n \geq 2, \\ \frac{1}{1+A_1}, & \text{jeśli } \zeta = \infty. \end{cases}$$

Najważniejszym ze względów fizycznych wnioskiem wynikającym z powyższego wzoru jest stwierdzenie, że funkcja $f_s(\zeta)$ jest ograniczona i monotonicznie rosnąca. Rzeczywiście, ponieważ dla $0 < \zeta < \infty$ zachodzi nierówność $0 < S(\zeta/b\beta^{k+1}) < S(\zeta/b\beta^k) < 1$, więc grupując parami wyrazy sumy we wzorze (3.35) można przekonać się, że jest ona dodatnia i rosnąca, a ponadto ograniczona z góry liczbą $1/(1+A_1)$.

Należy podkreślić, że podana metoda rozwiązania równania funkcyjnego (3.33) oparta jest jedynie na założeniu 5 p. 2, że funkcja $S(\zeta)$ jest równa zero w pewnym skończonym przedziale $[0, t_s]$. Nie jest natomiast zupełnie istotna różniczkowalność, a nawet ciągłość funkcji $S(\zeta)$, czyli w szczególności jej zachowanie się w pobliżu punktu $\zeta = t_s + 0$.

Powrócimy teraz, dysponując już rozwiązaniem równania funkcyjnego, do wyznaczania funkcji $\tilde{\eta}, \tilde{u}, \tilde{p}$ i \tilde{T} .

Po podstawieniu funkcji (3.34) i (3.35) do wzoru (3.27) otrzymujemy poprawkę prędkości fali odbitej:

$$(3.36) \quad \frac{1}{A^2} \dot{\tilde{\eta}}(\tilde{t}) = \frac{s}{A^2 b} (1+A_1) f_s[(b+1)\tilde{t}] + \frac{b}{a_1} \left\{ -(1+A_1) \left(1 + \frac{1}{B}\right) (1 - e^{-\sqrt{3}\tilde{t}}) - \frac{2b^2}{b^2-1} \left[1 - \frac{A_1+1}{A_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} e^{-\frac{\sqrt{3}(b-1)\tilde{t}}{\beta^n b}} \right] + (A_1-1) \left(1 + \frac{1}{B}\right) \times \right. \\ \left. \times \left[1 - \frac{A_1+1}{A_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} e^{-\frac{\sqrt{3}\tilde{t}}{\beta^n}} \right] \right\} = \dot{\tilde{\eta}}_s(\tilde{t}) + \dot{\tilde{\eta}}_q(\tilde{t});$$

podstawiając ją do wzorów (3.26) i (3.23) otrzymujemy wzór dla poprawki prędkości gazu:

$$(3.37) \quad \frac{1}{A^2} \tilde{u}(\tilde{x}, \tilde{t}) = \frac{s}{A^2} \{A_1 f_s[\beta(b\tilde{t}-\tilde{x})] + f_s(b\tilde{t}+\tilde{x})\} + \\ b + \left\{ -2 \left(1 + \frac{1}{B}\right) (1 - e^{-\sqrt{3}\tilde{x}}) - \frac{2b^2}{b^2-1} \left[e^{-\sqrt{3}(\tilde{t}-\tilde{x})} - e^{-\sqrt{3}\left(\tilde{t}-\frac{\tilde{x}}{b}\right)} \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{A_1} \frac{2b^2}{b^2-1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} \left[e^{-\frac{\sqrt{3}}{b\beta^{n+1}}(b\tilde{t}+\tilde{x})} - e^{-\frac{\sqrt{3}}{b\beta^{n+1}}(b\tilde{t}-\tilde{x})} \right] + \right. \\ \left. + \frac{A_1-1}{A_1} \left(1 + \frac{1}{B}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} \left[e^{-\frac{\sqrt{3}}{(b-1)\beta^{n+1}}(b\tilde{t}-\tilde{x})} - e^{-\frac{\sqrt{3}}{(b-1)\beta^{n+1}}(b\tilde{t}+\tilde{x})} \right] \right\} = \\ = \tilde{u}_s(\tilde{x}, \tilde{t}) + \tilde{u}_q(\tilde{x}, \tilde{t}).$$

W obu powyższych wzorach $\dot{\tilde{\eta}}_s$ oraz \tilde{u}_s oznaczają ich części zależne tylko od funkcji f_s , a więc od sublimacji, a pozostałe wyrazy, tj. $\dot{\tilde{\eta}}_a$ oraz u_a , zależą tylko od promieniowania. Należy zwrócić uwagę, że formalnie sublimacja i promieniowanie działają na otrzymane wyniki niezależnie. Jednak w rozpatrywanym przez nas modelu sublimacja zachodzi wyłącznie na skutek absorpcji padającego na ściankę strumienia promieniowania. Tylko od niego zależy funkcja S , a zatem również kolejno f_s oraz $\dot{\tilde{\eta}}_s$, \tilde{u}_s , $\tilde{\rho}_s$ i \tilde{T}_s (te dwie ostatnie funkcje będą wprowadzone poniżej).

Z bezpośredniego całkowania równania (3.8)₁ otrzymujemy

$$(3.38) \quad \tilde{\rho}(\tilde{x}, \tilde{t}) = - \int_0^{\tilde{t}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} d\tilde{t} + f_3(\tilde{x}).$$

Funkcję f_3 wyznaczamy korzystając z warunku $\tilde{\rho}(\tilde{t}, \tilde{t}) = a_2 \dot{\tilde{\eta}}(\tilde{t})$. Po wykonaniu obliczeń otrzymujemy wynik następujący:

$$(3.39) \quad \frac{1}{A_2} \tilde{\rho}(\tilde{x}, \tilde{t}) = \frac{s}{A_2 b} \{ A_1 f_s [\beta (b\tilde{t} - \tilde{x})] - f_s (b\tilde{t} + \tilde{x}) + 2b A_2 f_s [(b+1)\tilde{x}] \} + \\ + \left\{ 2\sqrt{3} b \left(1 + \frac{1}{B} \right) (\tilde{t} - \tilde{x}) e^{-\sqrt{3}\tilde{x}} + \frac{2b^2}{b^2-1} (e^{-\sqrt{3}\tilde{x}} - e^{-\sqrt{3}\tilde{t}}) \times \right. \\ \times \left(b e^{\sqrt{3}\tilde{x}} - e^{\frac{\sqrt{3}}{b}\tilde{x}} \right) + \frac{1}{A_1} \frac{2b^2}{b^2-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} \left[e^{-\frac{\sqrt{3}(b-1)\tilde{x}}{b\beta^n}} + \right. \\ \left. + e^{-\frac{\sqrt{3}(b-1)\tilde{x}}{b\beta^{n+1}}} - e^{-\frac{\sqrt{3}}{b\beta^n} (b\tilde{t} + \tilde{x})} - e^{-\frac{\sqrt{3}}{b\beta^{n+1}} (b\tilde{t} + \tilde{x})} \right] + \\ \left. + \frac{A_1-1}{A_1} \left(1 + \frac{1}{B} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} \left[e^{-\frac{\sqrt{3}}{(b+1)\beta^n} (b\tilde{t} - \tilde{x})} + e^{-\frac{\sqrt{3}}{(b+1)\beta^n} (b\tilde{t} + \tilde{x})} - \right. \\ \left. - e^{-\frac{\sqrt{3}}{\beta^{n+1}} \tilde{x}} - e^{-\frac{\sqrt{3}}{\beta^n} \tilde{x}} \right] - \frac{a_2}{a_1} b (1 + A_1) \left(1 + \frac{1}{B} \right) (1 - e^{-\sqrt{3}\tilde{x}}) - \\ \left. - \frac{a_2}{a_1} \frac{2b^3}{b^2-1} \left[1 - \frac{A_1+1}{A_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} e^{-\frac{\sqrt{3}(b-1)\tilde{x}}{b\beta^n}} \right] + \right. \\ \left. + \frac{a_2}{a_1} b (A_1-1) \left(1 + \frac{1}{B} \right) \left[1 - \frac{A_1+1}{A_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} e^{-\frac{\sqrt{3}}{\beta^n} \tilde{x}} \right] \right\} = \\ = \tilde{\rho}_s(\tilde{x}, \tilde{t}) + \tilde{\rho}_q(\tilde{x}, \tilde{t}),$$

gdzie

$$A_2 = \frac{a_1 \gamma - a_2 - a_3}{a_1 \gamma - a_2 b - a_3 b} = -0,3607.$$

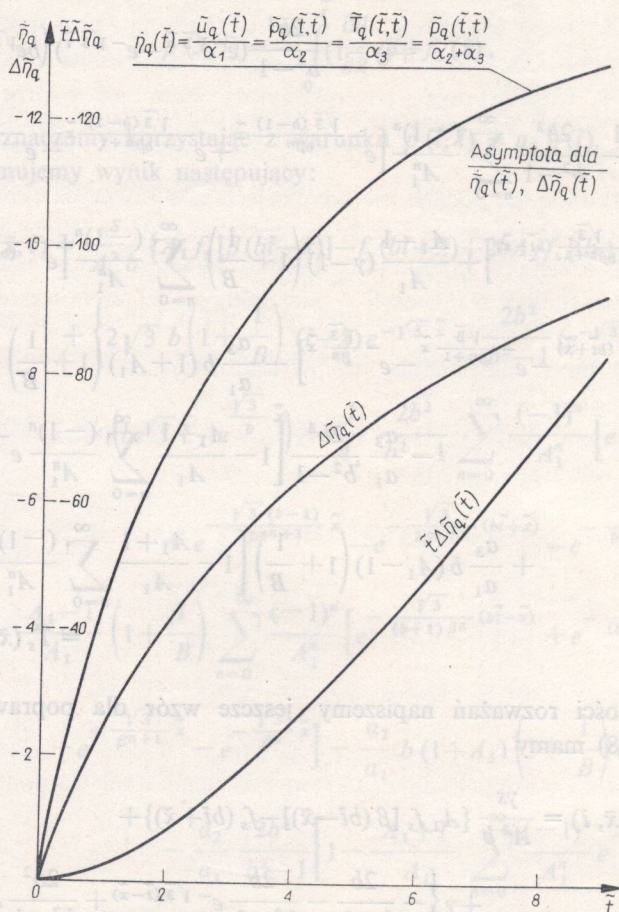
Korzystając z powyższego wzoru jak również ze wzorów (3.23)₂ na sumę $\tilde{\rho} + \tilde{T}$, (3.26) i (3.35) dla funkcji f_1 i f_2 otrzymujemy formułę na ostatnią z poszukiwanych funkcji, tj. na poprawkę temperatury.

$$\begin{aligned}
 (3.40) \quad \frac{1}{A^2} \tilde{T}(\tilde{x}, \tilde{t}) = & \frac{(\gamma-1)s}{A^2 b} \left\{ A_1 f_s[\beta(b\tilde{t}-\tilde{x})] - f_k(b\tilde{t}+\tilde{x}) - \frac{2bA_2}{\gamma-1} f_s[(b+1)\tilde{x}] \right\} + \\
 & + \left\{ -2\sqrt{3} b \left(1 + \frac{1}{B} \right) (\tilde{t}-\tilde{x}) e^{-\sqrt{3}\tilde{x}} - 2b\gamma [1 - e^{-\sqrt{3}(\tilde{t}-\tilde{x})}] + \right. \\
 & \left. + (\gamma-1) \frac{2b^2}{b^2-1} (e^{-\sqrt{3}\tilde{x}} - e^{-\sqrt{3}\tilde{t}}) \left(b e^{\sqrt{3}\tilde{x}} - e^{\frac{\sqrt{3}}{b}\tilde{x}} \right) + \right. \\
 & + \frac{\gamma-1}{A_1} \frac{2b^2}{b^2-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} \left[e^{-\frac{\sqrt{3}(b-1)\tilde{x}}{b\beta^n}} + e^{-\frac{\sqrt{3}(b-1)\tilde{x}}{b\beta^{n+1}}} - e^{-\frac{\sqrt{3}}{b\beta^{n+1}}(b\tilde{t}+\tilde{x})} - \right. \\
 & \left. - e^{-\frac{\sqrt{3}}{b\beta^{n+1}}(b\tilde{t}-\tilde{x})} \right] + \frac{A_1-1}{A_1} (\gamma-1) \left(1 + \frac{1}{B} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} \left[e^{-\frac{\sqrt{3}}{(b+1)\beta^n}(b\tilde{t}-\tilde{x})} + \right. \\
 & \left. + e^{-\frac{\sqrt{3}}{(b+1)\beta^n}(b\tilde{t}+\tilde{x})} - e^{-\frac{\sqrt{3}}{\beta^{n+1}}\tilde{x}} - e^{-\frac{\sqrt{3}}{\beta^n}\tilde{x}} \right] - \frac{a_3}{a_1} b(1+A_1) \left(1 + \frac{1}{B} \right) (1 - e^{-\sqrt{3}\tilde{x}}) - \\
 & - \frac{a_3}{a_1} \frac{2b^3}{b^2-1} \left[1 - \frac{A_1+1}{A_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} e^{-\frac{\sqrt{3}(b-1)\tilde{x}}{b\beta^n}} \right] + \\
 & \left. + \frac{a_3}{a_1} b(A_1-1) \left(1 + \frac{1}{B} \right) \left[1 - \frac{A_1+1}{A_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} e^{-\frac{\sqrt{3}}{\beta^n}\tilde{x}} \right] \right\} = \\
 & = \tilde{T}_s(\tilde{x}, \tilde{t}) + \tilde{T}_q(\tilde{x}, \tilde{t}).
 \end{aligned}$$

Dla zupełności rozważań napiszemy jeszcze wzór dla poprawki ciśnienia. Zgodnie z (3.18) mamy

$$\begin{aligned}
 (3.41) \quad \frac{1}{A^2} \tilde{p}(\tilde{x}, \tilde{t}) = & \frac{\gamma s}{A^2 b} \{ A_1 f_s[\beta(b\tilde{t}-\tilde{x})] - f_s(b\tilde{t}+\tilde{x}) \} + \\
 & + \gamma \left\{ -\frac{2b}{b+1} - \frac{2b}{b^2-1} e^{-\sqrt{3}(\tilde{t}-\tilde{x})} + \frac{2b^2}{b^2-1} e^{-\sqrt{3}(\tilde{t}-\frac{\tilde{x}}{b})} + \right. \\
 & + \frac{1}{A_1+1} \frac{2b^2}{b^2-1} \left[2 - \frac{1+A_1}{A_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} \left(e^{-\frac{\sqrt{3}}{b\beta^{n+1}}(b\tilde{t}+\tilde{x})} + e^{-\frac{\sqrt{3}}{b\beta^{n+1}}(b\tilde{t}-\tilde{x})} \right) \right] - \\
 & \left. - \frac{A_1-1}{A_1+1} \left(1 + \frac{1}{B} \right) \left[2 - \frac{1+A_1}{A_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{A_1^n} \left(e^{-\frac{\sqrt{3}}{(b+1)\beta^n}(b\tilde{t}+\tilde{x})} + e^{-\frac{\sqrt{3}}{(b+1)\beta^n}(b\tilde{t}-\tilde{x})} \right) \right] \right\} = \\
 & = \tilde{p}_s(\tilde{x}, \tilde{t}) + \tilde{p}_q(\tilde{x}, \tilde{t}).
 \end{aligned}$$

Dyskusję otrzymanych wyników, tj. wzorów (3.36), (3.37), (3.39), (3.40) i (3.41), rozpoczniemy od stwierdzenia, że składowe poprawki zależne od sublimacji są ograniczone (bo funkcja f_s jest ograniczona) dla dowolnych wartości argumentu \tilde{t} , a następnie przejdziemy do analizy wyrazów zależnych tylko od promieniowania, tj. od analizy wyrazów $\tilde{\eta}_q$, \tilde{u}_q , $\tilde{\rho}_q$, \tilde{T}_q i \tilde{p}_q . Zauważmy, że wielkości te nie muszą być małe w porównaniu z jednością; małymi poprawkami muszą być funkcje $\tilde{\eta}$, \tilde{u} , $\tilde{\rho}$, \tilde{T} i \tilde{p} , a więc sumy odpowiednich poprawek zależnych od promieniowania i sublimacji

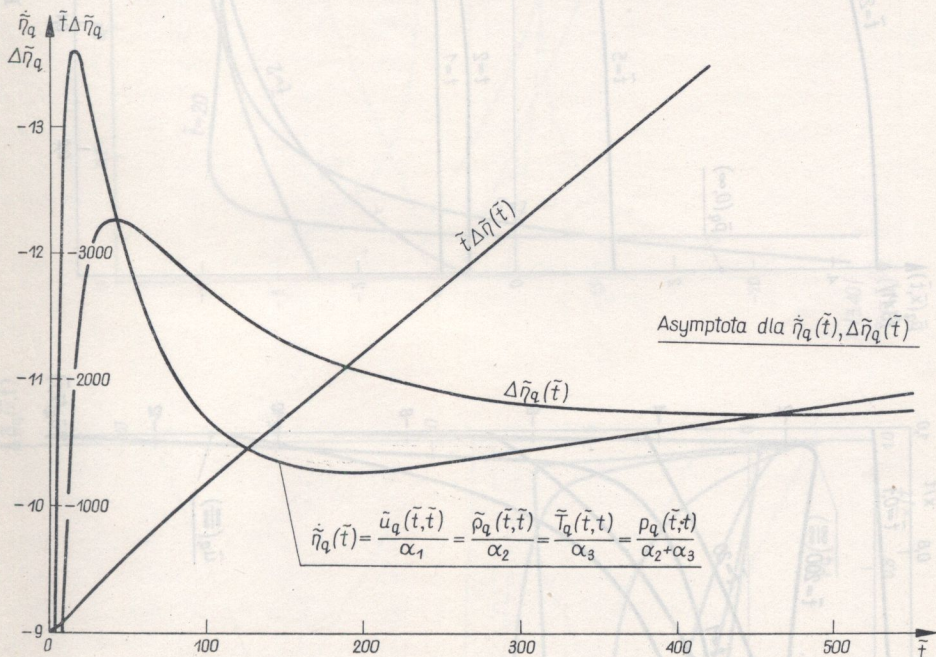


Rys. 3 a

pomnożone przez stałą A^2 . Wyrazy $\tilde{\eta}_q$, \tilde{u}_q , $\tilde{\rho}_q$, \tilde{T}_q i \tilde{p}_q zostały stabelaryzowane (dla $\gamma = 1, 25$) na maszynie cyfrowej GIER. Wyniki rachunków są przedstawione na rys. 3 – 9. Wszystkie występujące we wzorach szeregi są naprzemienne i bezwzględnie zbieżne i można je ograniczyć przez szereg geometryczny. Błędy sum częściowych każdego szeregu są ograniczone z góry przez pierwszy z odrzuconych wyrazów; w obliczeniach ograniczono się do dziesięciu pierwszych wyrazów. Jak wykazały

próby numeryczne, stosowana dokładność jest wystarczająca dla zilustrowania przebiegów badanych poprawek.

Na rys. 3a, 3b przedstawione są odpowiednio dla małych ($\tilde{t} \leq 8$) i dużych ($5 \leq \tilde{t} \leq 500$) wartości argumentu wykresy funkcji $\dot{\tilde{\eta}}_q(\tilde{t})$ oraz $\tilde{t}\Delta\tilde{\eta}_q(\tilde{t}) = \int_0^{\tilde{t}} \dot{\tilde{\eta}}_q(\tau) d\tau$ i $\Delta\tilde{\eta}_q(\tilde{t})$. Dwie ostatnie funkcje są w prosty sposób związane z poprawką położenia fali odbitej «rzeczywistej» w stosunku do «idealnej». Pierwsza z nich, tj. $\tilde{t}\Delta\tilde{\eta}_q$, podaje podzielone przez stałą A^2 przesunięcie położenia fali «rzeczywistej» od fali «idealnej» $\tilde{x} = \tilde{t}$, wywołane promienistymi stratami energii. Wielkość $\Delta\tilde{\eta}_q$ wyraża stosunek tego przesunięcia do odległości fali idealnej od ścianki i do stałej



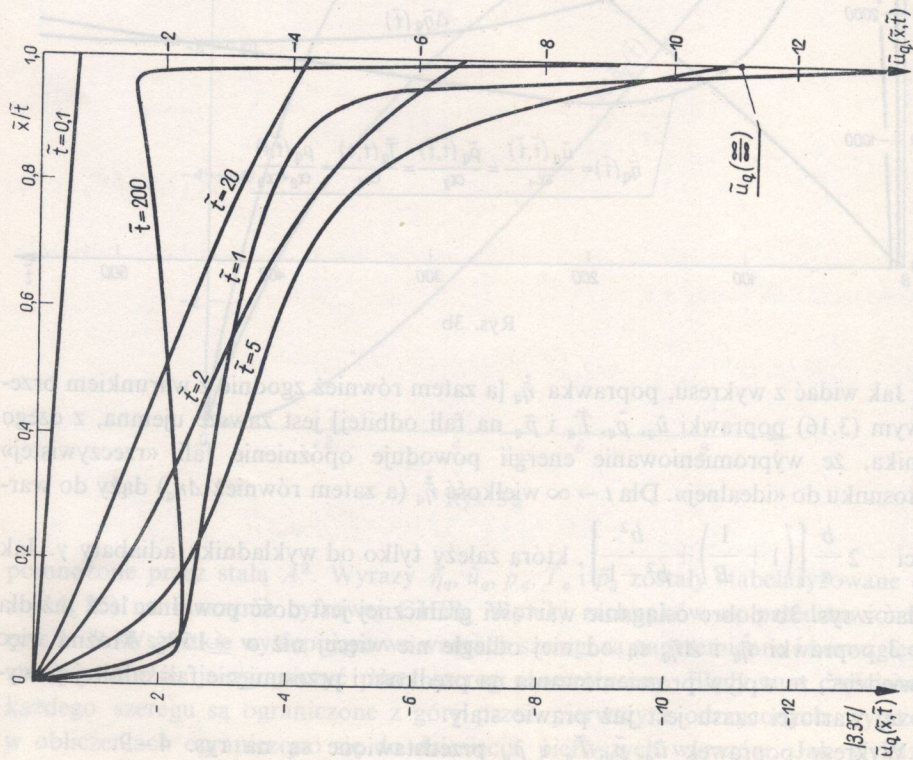
Rys. 3b

A^2 . Jak widać z wykresu, poprawka $\dot{\tilde{\eta}}_q$ [a zatem również zgodnie z warunkiem brzegowym (3.16) poprawki $\tilde{u}_q, \tilde{\rho}_q, \tilde{T}_q$ i \tilde{p}_q na fali odbitej] jest zawsze ujemna, z czego wynika, że wypromieniowanie energii powoduje opóźnienie fali «rzeczywistej» w stosunku do «idealnej». Dla $t \rightarrow \infty$ wielkość $\dot{\tilde{\eta}}_q$ (a zatem również $\Delta\eta_q$) dąży do wartości

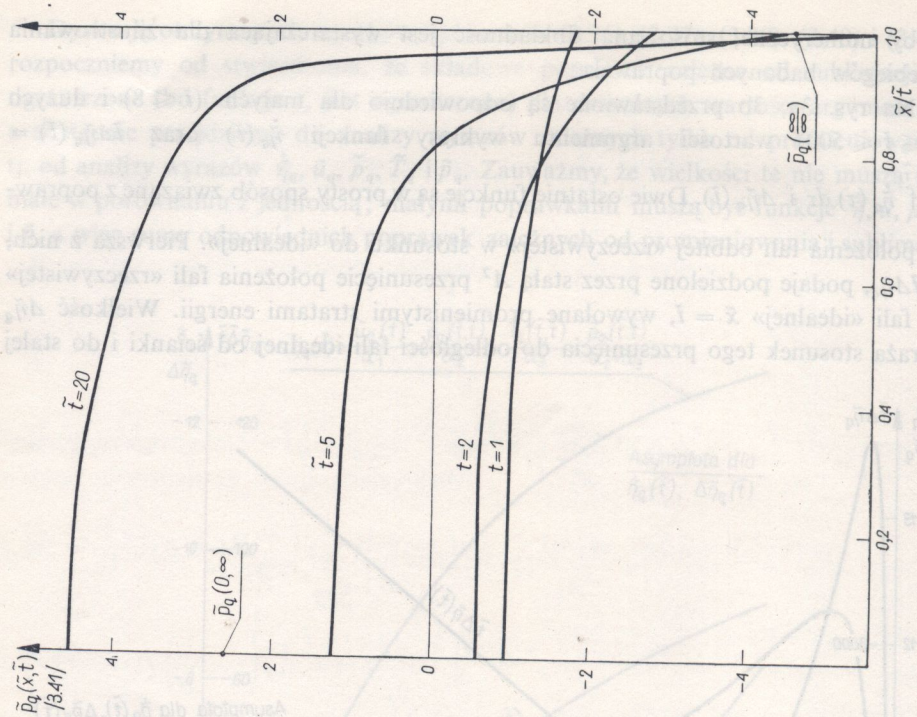
$-2 \frac{b}{a} \left[\left(1 + \frac{1}{B} \right) + \frac{b^2}{b^2 - 1} \right]$, która zależy tylko od wykładnika adiabaty γ . Jak

widać z rys. 3b dobre osiągnięcie wartości granicznej jest dość powolne, lecz już dla $\tilde{t} \geq 3$ poprawki $\dot{\tilde{\eta}}_q$ i $\Delta\tilde{\eta}_q$ są od niej odległe nie więcej niż o $\pm 15\%$. Można więc powiedzieć, że wpływ promieniowania na prędkość i przesunięcie fali odbitej powyżej tej wartości czasu jest już prawie stały.

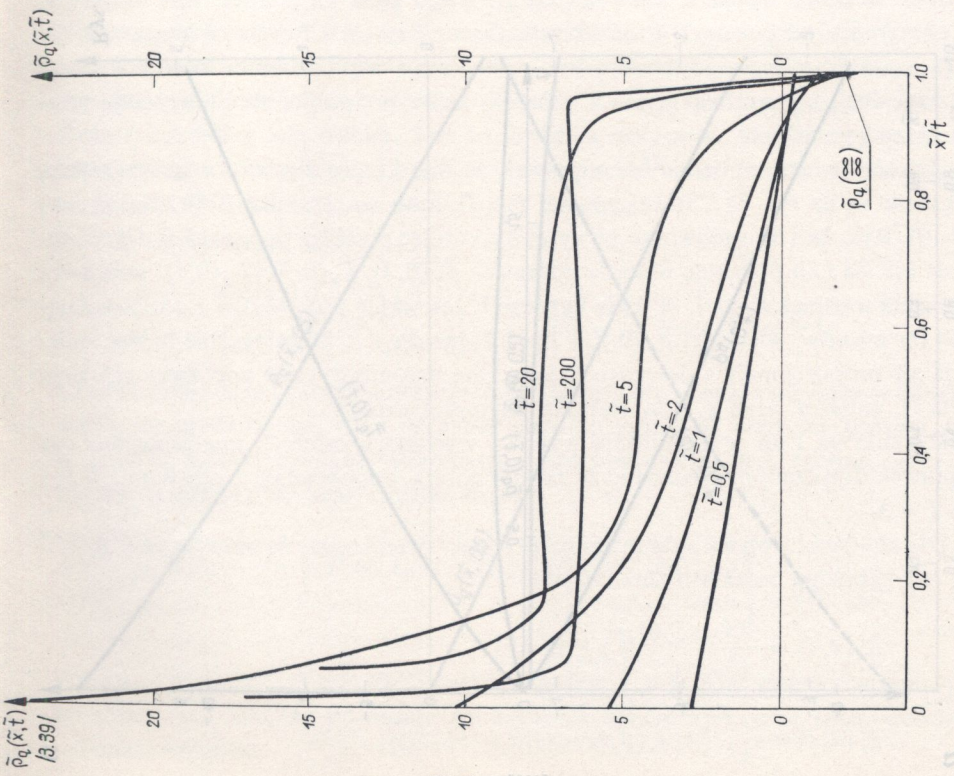
Wykresy poprawek $\tilde{u}_q, \tilde{\rho}_q, \tilde{T}_q$ i \tilde{p}_q przedstawione są na rys. 4-9.



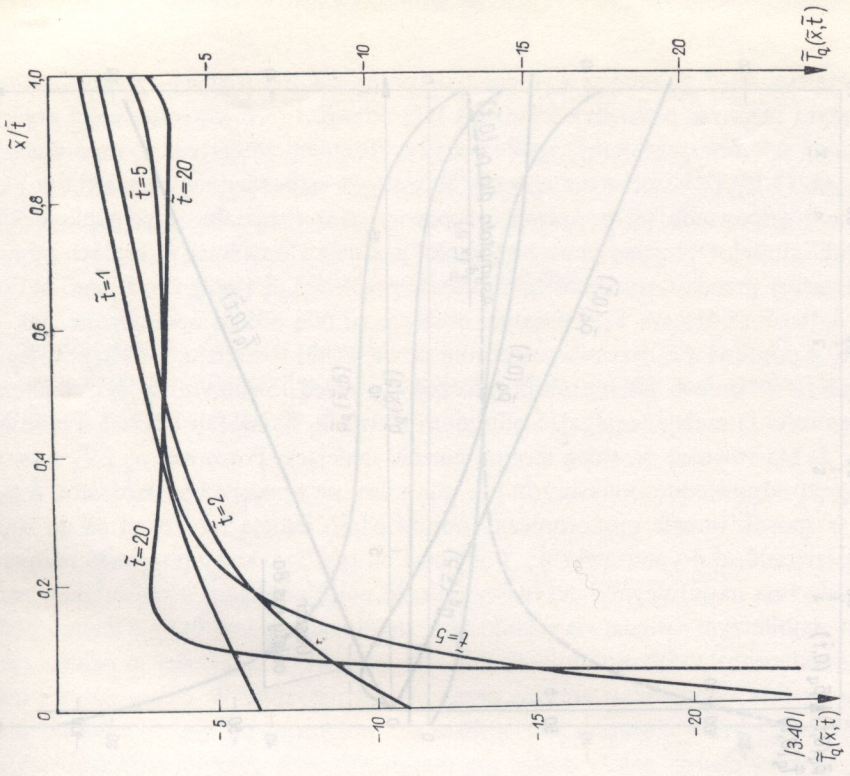
Rys. 4



Rys. 5

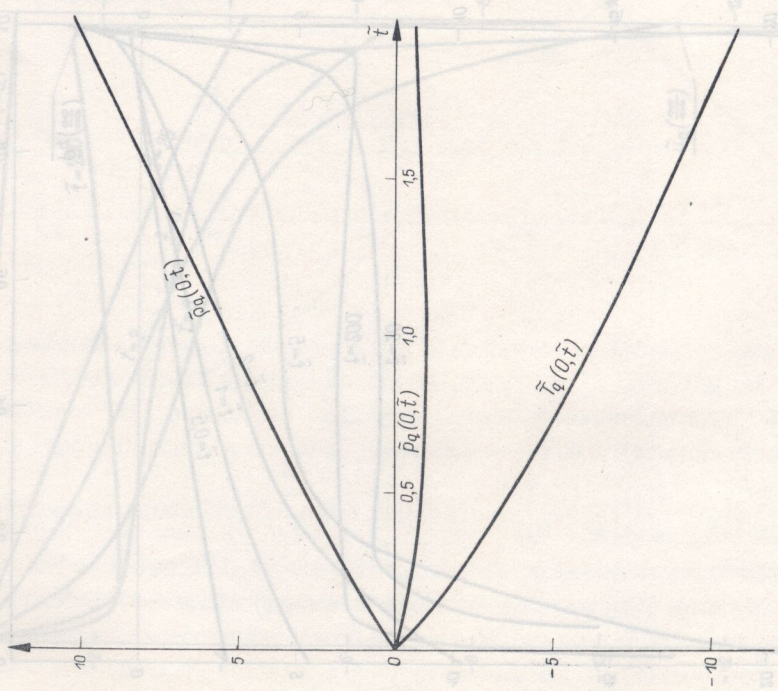


Rys. 6

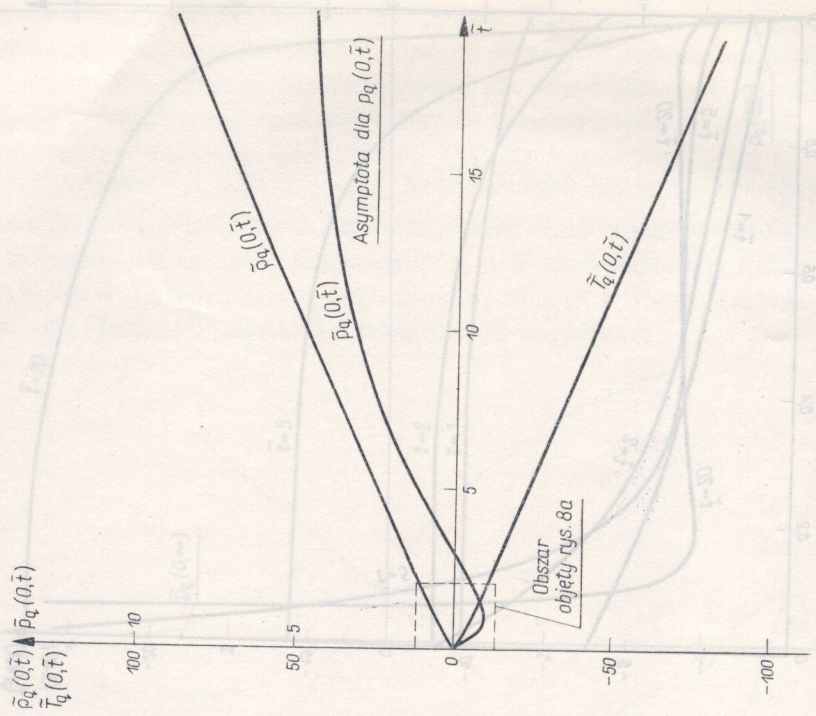


Rys. 7

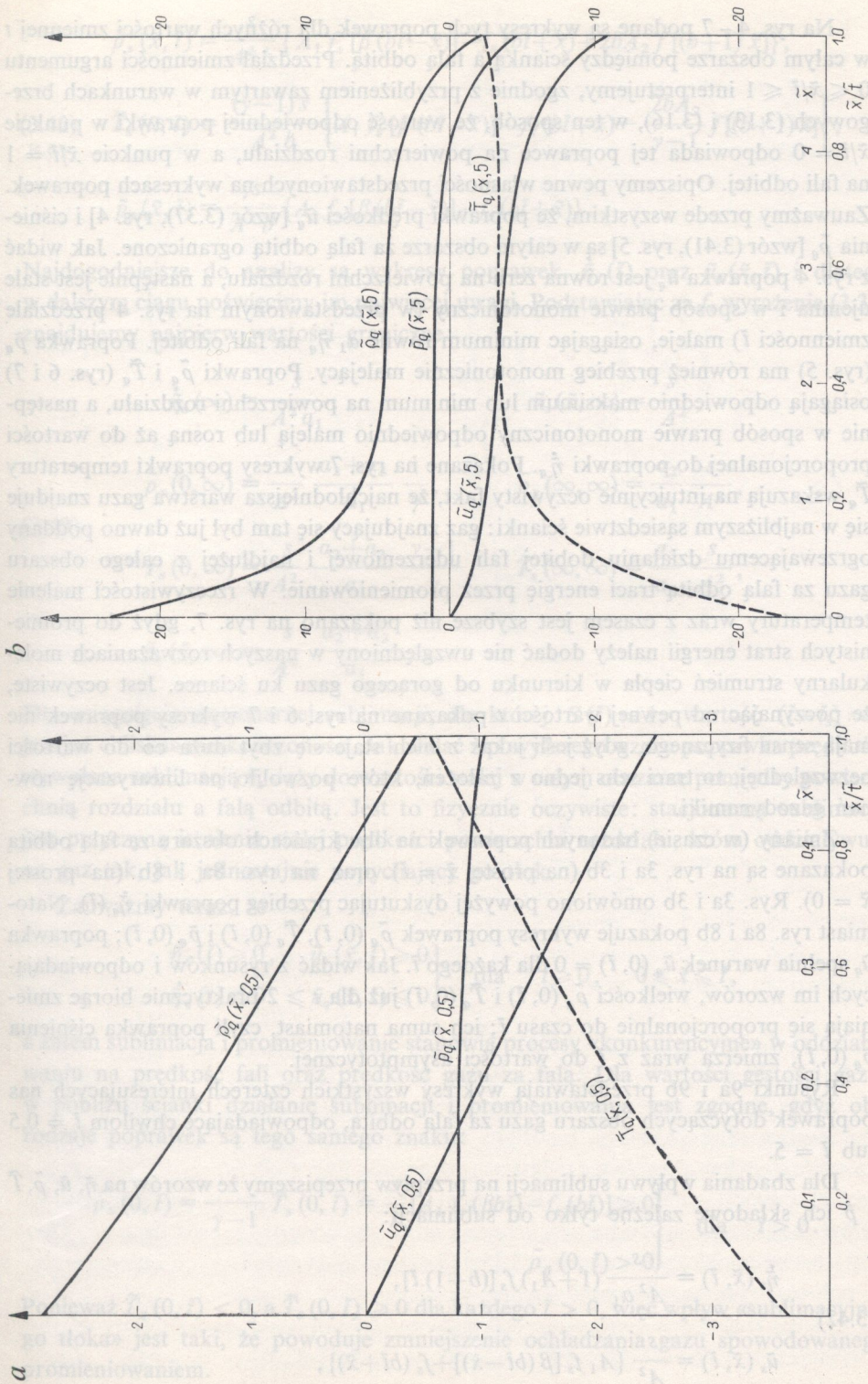
a



b



Rys. 8



Rys. 9

Na rys. 4–7 podane są wykresy tych poprawek dla różnych wartości zmiennej t w całym obszarze pomiędzy ścianką a falą odbitą. Przedział zmienności argumentu $0 \leq \tilde{x}/\tilde{t} \leq 1$ interpretujemy, zgodnie z przybliżeniem zawartym w warunkach brzegowych (3.13) i (3.16), w ten sposób, że wartość odpowiedniej poprawki w punkcie $\tilde{x}/\tilde{t} = 0$ odpowiada tej poprawce na powierzchni rozdziału, a w punkcie $\tilde{x}/\tilde{t} = 1$ na fali odbitej. Opiszemy pewne własności przedstawionych na wykresach poprawek. Zauważmy przede wszystkim, że poprawki prędkości \tilde{u}_q [wzór (3.37), rys. 4] i ciśnienia $\tilde{\rho}_q$ [wzór (3.41), rys. 5] są w całym obszarze za falą odbitą ograniczone. Jak widać z rys. 4 poprawka \tilde{u}_q jest równa zeru na powierzchni rozdziału, a następnie jest stale ujemna i w sposób prawie monotoniczny (w przedstawionym na rys. 4 przedziale zmienności \tilde{t}) maleje, osiągając minimum równe $\alpha_1 \tilde{\eta}_q$ na fali odbitej. Poprawka \tilde{p}_q (rys. 5) ma również przebieg monotonicznie malejący. Poprawki $\tilde{\rho}_q$ i \tilde{T}_q (rys. 6 i 7) osiągają odpowiednio maksimum lub minimum na powierzchni rozdziału, a następnie w sposób prawie monotoniczny odpowiednio maleją lub rosną aż do wartości proporcjonalnej do poprawki $\tilde{\eta}_q$. Pokazane na rys. 7 wykresy poprawki temperatury \tilde{T}_q wskazują na intuicyjnie oczywisty fakt, że najchłodniejsza warstwa gazu znajduje się w najbliższym sąsiedztwie ścianki: gaz znajdujący się tam był już dawno poddany ogrzewającemu działaniu dobitej fali uderzeniowej i najdłużej z całego obszaru gazu za falą odbitą traci energię przez promieniowanie. W rzeczywistości malenie temperatury wraz z czasem jest szybsze niż pokazano na rys. 7, gdyż do promienistych strat energii należy dodać nie uwzględniony w naszych rozważaniach molekularny strumień ciepła w kierunku od gorącego gazu ku ściance. Jest oczywiste, że poczynając od pewnej wartości t pokazane na rys. 6 i 7 wykresy poprawek nie mają sensu fizycznego, gdyż jeśli jakaś z nich staje się zbyt duża co do wartości bezwzględnej, to traci sens jedno z założeń, które pozwoliło na linearyzację równań gazodynamiki.

Zmiany (w czasie) badanych poprawek na obu krańcach obszaru za falą odbitą pokazane są na rys. 3a i 3b (na prostej $\tilde{x} = \tilde{t}$) oraz na rys. 8a i 8b (na prostej $\tilde{x} = 0$). Rys. 3a i 3b omówiono powyżej dyskutując przebieg poprawki $\tilde{\eta}_q(\tilde{t})$. Natomiast rys. 8a i 8b pokazuje wykresy poprawek $\tilde{\rho}_q(0, \tilde{t})$, $\tilde{T}_q(0, \tilde{t})$ i $\tilde{p}_q(0, \tilde{t})$; poprawka \tilde{u}_q spełnia warunek $\tilde{u}_q(0, \tilde{t}) = 0$ dla każdego \tilde{t} . Jak widać z rysunków i odpowiadających im wzorów, wielkości $\tilde{\rho}_q(0, \tilde{t})$ i $\tilde{T}_q(0, \tilde{t})$ już dla $t \geq 2$ praktycznie biorąc zmieniają się proporcjonalnie do czasu \tilde{t} ; ich suma natomiast, czyli poprawka ciśnienia $\tilde{p}_q(0, \tilde{t})$, zmierza wraz z \tilde{t} do wartości asymptotycznej.

Rysunki 9a i 9b przedstawiają wykresy wszystkich czterech interesujących nas poprawek dotyczących obszaru gazu za falą odbitą, odpowiadające chwilom $\tilde{t} = 0,5$ lub $\tilde{t} = 5$.

Dla zbadania wpływu sublimacji na przepływ przepiszemy ze wzorów na $\tilde{\eta}$, \tilde{u} , $\tilde{\rho}$, \tilde{T} i \tilde{p} ich składowe zależne tylko od sublimacji:

$$(3.42) \quad \begin{aligned} \tilde{\eta}_s(\tilde{x}, \tilde{t}) &= \frac{S}{A^2 \alpha_1} (1 + A_1) f_s [(b+1) \tilde{t}], \\ \tilde{u}_s(\tilde{x}, \tilde{t}) &= \frac{S}{A^2} \{A_1 f_s [\beta (b\tilde{t} - \tilde{x})] + f_s (b\tilde{t} + \tilde{x})\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{\rho}_s(\tilde{x}, \tilde{t}) &= \frac{s}{A^2 b} \{A_1 f_s [\beta (b\tilde{t} - \tilde{x})] - f_s (b\tilde{t} + \tilde{x}) + 2bA_2 f [(b+1)\tilde{x}]\}, \\
 \tilde{T}_s(\tilde{x}, \tilde{t}) &= \frac{(\gamma-1)s}{A^2 b} \left\{ A_1 f_s [\beta (b\tilde{t} - \tilde{x})] - f_s (b\tilde{t} + \tilde{x}) - \frac{2bA_2}{\gamma-1} f [(b+1)\tilde{x}] \right\}, \\
 \tilde{p}_s(\tilde{x}, \tilde{t}) &= \frac{\gamma s}{A^2 b} \{A_1 f_s [\beta (b\tilde{t} - \tilde{x})] - f_s (b\tilde{t} + \tilde{x})\}.
 \end{aligned}
 \tag{3.42}$$

Najdogodniejsze do analizy są wykresy poprawek $\dot{\eta}_s(\tilde{t})$ oraz $\tilde{u}_s(\tilde{x}, \tilde{t})$ i dlatego w dalszym ciągu poświęcimy im najwięcej uwagi. Podstawiając za f_s wyrażenie (3.35) znajdujemy najpierw wartości graniczne:

$$\begin{aligned}
 \dot{\eta}_s(\infty) &= \frac{s}{A^2 a_1}, & \tilde{u}_s(\tilde{x}, \infty) &= \frac{s}{A^2}, \\
 \tilde{\rho}_s(0, \infty) &= \frac{s}{A^2} \frac{a_2 + a_3}{a_1} \frac{1}{\gamma}, & \tilde{\rho}_s(\infty, \infty) &= \frac{a_2}{a_1} \frac{s}{A^2}, \\
 T_s(0, \infty) &= \frac{s}{A^2} \frac{a_2 + a_3}{a_1} \frac{\gamma-1}{\gamma}, & \tilde{T}_s(\infty, \infty) &= \frac{a_3}{a_1} \frac{s}{A^2}, \\
 \tilde{p}_s(\tilde{x}, \infty) &= \frac{s}{A^2} \frac{a_2 + a_3}{a_1}.
 \end{aligned}
 \tag{3.43}$$

Dla osiągnięcia stacjonarnej sublimacji, dla której $S(\tilde{t}) \approx 1$, wartość $(\tilde{t} - \tilde{t}_s) \approx 3$ jest już «bliska» nieskończoności. Jak widać z powyższego wzoru poprawka prędkości wywołana sublimacją \tilde{u}_s dąży do wartości stałej w całym obszarze pomiędzy powierzchnią rozdziału a falą odbitą. Jest to fizycznie oczywiste: stacjonarna sublimacja jest przyczyną istnienia stałej prędkości powierzchni rozdziału, która oddziałuje na gaz tak, jak jednostajnie popychający go tłok.

Zauważmy teraz, że

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{\eta}_s(\tilde{t}) \geq 0, & \quad \tilde{u}_s(\tilde{x}, \tilde{t}) \geq 0 \\
 \dot{\eta}_q(\tilde{t}) \leq 0, & \quad \tilde{u}_q(\tilde{x}, \tilde{t}) \leq 0
 \end{aligned} \right\} \text{ dla } t \geq 0, \quad 0 \leq \tilde{x} \leq \tilde{t},$$

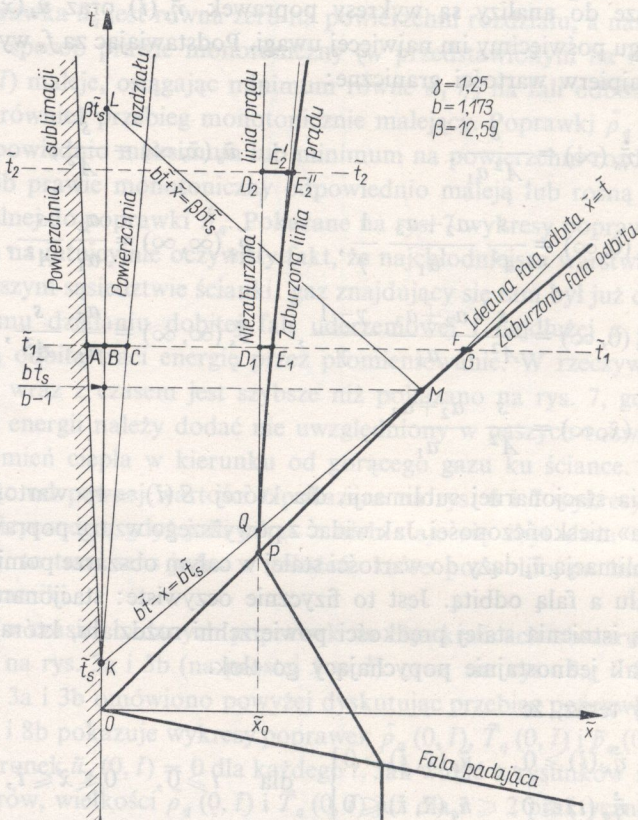
a zatem sublimacja i promieniowanie stanowią procesy «konkurencyjne» w oddziaływaniu na prędkość fali oraz prędkość gazu za falą. Dla wartości gęstości gazu w pobliżu ścianki działanie sublimacji i promieniowania jest zgodne, gdyż oba rodzaje poprawek są tego samego znaku:

$$\left. \begin{aligned}
 \tilde{\rho}_s(0, \tilde{t}) = \frac{1}{\gamma-1} \tilde{T}_s(0, \tilde{t}) = \frac{s}{b} [A_1 f_s (\beta b\tilde{t}) - f_s (b\tilde{t})] \geq 0 \\
 \tilde{\rho}_q(0, \tilde{t}) > 0
 \end{aligned} \right\} \text{ dla } \tilde{t} > 0.$$

Ponieważ $\tilde{T}_q(0, \tilde{t}) < 0$, a $\tilde{T}_s(0, \tilde{t}) \geq 0$ dla każdego $\tilde{t} > 0$, więc wpływ «sublimacyjnego tłoka» jest taki, że powoduje zmniejszenie ochładzania gazu spowodowanego promieniowaniem.

Korzystając z ogólnej postaci funkcji f_s [wzór (3.35)], znajdujemy, że $\dot{\eta}_s > 0$ dla $(b+1)\tilde{t} > b\beta\tilde{t}_s$, czyli dla $\tilde{t} > b\tilde{t}_s/(b+1)$ oraz że $\tilde{u}_s > 0$, jeżeli $f_s[\beta(b\tilde{t}-x)] > 0$ lub gdy $f_s(b\tilde{t}+\tilde{x}) > 0$, a więc odpowiednio powyżej charakterystyk $b\tilde{t}-\tilde{x} = b\tilde{t}_s$ lub $b\tilde{t}+\tilde{x} = b\beta\tilde{t}_s$.

Wnioski z powyższych rozważań pokazane są graficznie na rys. 10 (wpływ sublimacji na prędkość fali odbitej i gazu) oraz na rys. 11 (łączny wpływ sublimacji i promieniowania na poprawkę prędkości cząstki na pewnej wybranej linii prądu w obszarze za falą odbitą oraz na prędkość fali odbitej).



Rys. 10

Na rys. 10 punkty osi \tilde{t} , charakterystyki $b\tilde{t}+\tilde{x} = b\beta\tilde{t}_s$, $b\tilde{t}-\tilde{x} = b\tilde{t}_s$ oraz idealna fala odbita $\tilde{t} = \tilde{x}$ narysowane są w poprawnej skali (dla $\gamma = 1,25$). Natomiast położenie powierzchni sublimacji, rozdziálu, fali odbitej oraz linii prądu są narysowane właściwie zupełnie dowolnie (zwłaszcza odsunięcie linii $\tilde{\xi}(\tilde{t})$ od prostej $\tilde{x} = 0$ jest wyolbrzymione) — jedynie z zachowaniem kierunku, w jakim te powierzchnie się odchylają. Odcinki grube na rys. 10 mają łatwy do odczytania sens fizyczny. Długość ich można obliczyć ze wzorów (3.35) i (3.42), na podstawie których otrzymujemy:

położenie powierzchni sublimacji w chwili \tilde{t}_1

$$AB = \tilde{\xi}(\tilde{t}_1) = -|\tilde{\xi}_{\max}| \int_0^{\tilde{t}_1} S(\tilde{t}) d\tilde{t},$$

położenie powierzchni rozdziału w chwili \tilde{t}_1

$$BC = \tilde{r}(\tilde{t}_1) = s \int_0^{\tilde{t}_1} S(\tilde{t}) d\tilde{t},$$

poprawka położenia linii prądu w trójkącie KLM

$$D_1 E_1 = \int_0^{\tilde{t}_1} A^2 \tilde{u}_s(\tilde{x}_0, \tilde{t}) = A^2 s \int_0^{\tilde{t}_1 - \frac{\tilde{x}_0}{b}} S(\tilde{t}) d\tilde{t},$$

poprawka położenia linii prądu w obszarze powyżej charakterystyki $b\tilde{t} + \tilde{x} = b\tilde{t}_s$ i ponad falą odbitą $\tilde{x} = \tilde{t}$

$$D_2 E_2'' = \int_0^{\tilde{t}_2} A^2 \tilde{u}_s(\tilde{x}_0, \tilde{t}) = D_2 E_2' + E_2' E_2'' = \\ = A^2 s A_1 \left\{ \int_0^{\tilde{t}_2} f_s [b(\tilde{t} - \tilde{x}_0)] d\tilde{t} + \int_0^{\tilde{t}_2} f_s (b\tilde{t} + \tilde{x}_0) d\tilde{t} \right\},$$

poprawka położenia fali odbitej

$$FG = \tilde{t}_1 A \tilde{\eta}_s(t_1) = A^2 s \frac{A_1 + 1}{a_1 A_1} \int_0^{\frac{b-1}{b} \tilde{t}_1} S(\tilde{t}) d\tilde{t}.$$

Informacje o stanie sublimacji docierają do fali odbitej za pośrednictwem charakterystyk $b\tilde{t} - \tilde{x} = \text{const} > b\tilde{t}_s$, a więc zakrzywienie linii fali odbitej następuje dopiero powyżej punktu przecięcia prostych $b\tilde{t} - \tilde{x} = b\tilde{t}_s$ i $\tilde{t} = \tilde{x}$, tj. powyżej punktu M na rys. 10. Tak więc oddziaływanie sublimacji na prędkość fali odbitej zachodzi dopiero dla czasów $\tilde{t} \geq b\tilde{t}_s/(b-1)$ (dla $\gamma = 1,25$ mamy $b/(b-1) = 6,8$).

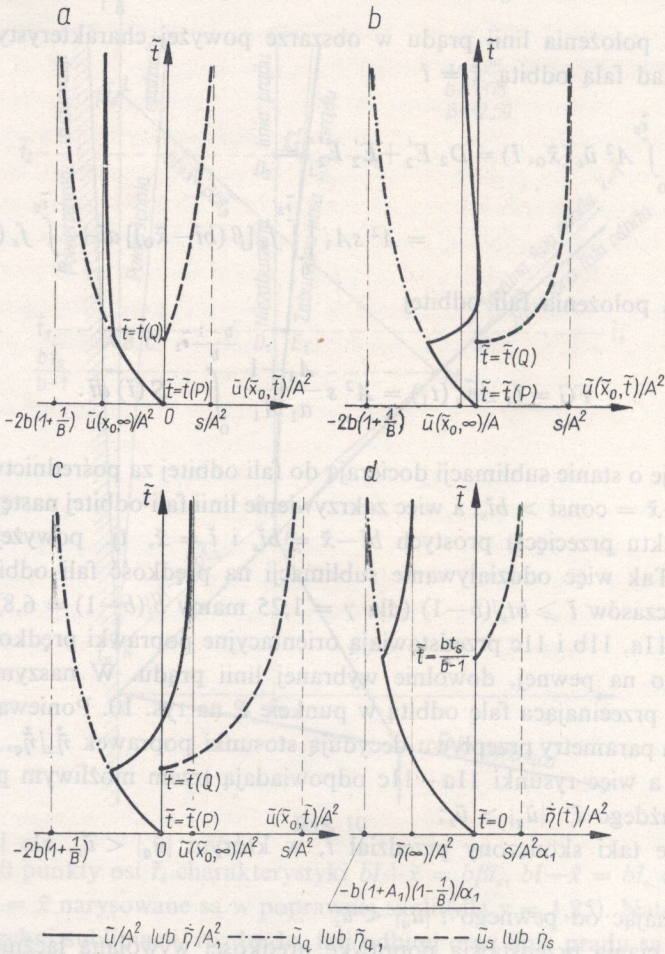
Rysunki 11a, 11b i 11c przedstawiają orientacyjne poprawki prędkości elementu gazu leżącego na pewnej, dowolnie wybranej linii prądu. W naszym przypadku jest nią linia przecinająca falę odbitą w punkcie P na rys. 10. Ponieważ o wpływie sublimacji na parametry przepływu decydują stosunki poprawek $\tilde{\eta}_s/\tilde{\eta}_q$, \tilde{u}_s/\tilde{u}_q , $\tilde{\rho}_s/\tilde{\rho}_q$, \tilde{T}_s/\tilde{T}_q , \tilde{p}_s/\tilde{p}_q , a więc rysunki 11a - 11c odpowiadają trzem możliwym przypadkom:

- dla każdego \tilde{t} $|\tilde{u}_q| > \tilde{u}_s$;
- istnieje taki skończony przedział \tilde{t} , w którym $|\tilde{u}_q| < \tilde{u}_s$, ale $|\tilde{u}_q(\tilde{x}, \infty)| > u_s(\tilde{u}, \infty)$;
- poczynając od pewnego \tilde{t} $|\tilde{u}_q| < \tilde{u}_s$.

Gruba linia ciągła przedstawia poprawkę prędkości wywołaną łącznie przez promieniowanie i sublimację; linia przerywana — jej składową zależną od sublimacji, a linia kresko-kropkowana — składową zależną od promieniowania. Na schemacie punkt Q oznacza początkową chwilę, w której sublimacja zaczyna oddziaływać na prędkość wybranego przez nas elementu gazu. Punkty P i Q są różne od siebie w przypadku, gdy wybrana linia prądu przechodzi przez trójkąt KLM na rys. 10. Wtedy wpływ promieniowania, natychmiastowy, wyprzedza w czasie o odcinek PQ wpływ sublimacji, rozchodzący się od ścianki sublimującej wzdłuż charakterystyk

$b\tilde{t} - \tilde{x} = \text{const} > b\tilde{t}_s$. Gdy linia prądu nie przechodzi przez trójkąt KLM , lecz przecina falę odbitą powyżej punktu M , to wtedy punkt $P = Q$ i z chwilą, gdy element gazu znajdzie się poza falą odbitą, podlega on jednocześnie łącznemu działaniu sublimacji i promieniowania.

Rysunek 11d przedstawia wykres poprawki prędkości fali odbitej w jednym z trzech możliwych przypadków, mianowicie gdy $\tilde{\eta}_q(\tilde{t}) > \tilde{\eta}_s(\tilde{t})$ dla każdego \tilde{t} . Pokazany wykres jest prawie powtórzeniem rys. 11a, a graficznie jedyną różnicę stanowi to, że na osiach oznaczono inne niż na rys. 11a wartości liczbowe.



Rys. 11

Analogicznie do przykładowo przedstawionych na rys. 11 wykresów poprawek \tilde{u}/A^2 i $\hat{\eta}/A^2$ można skonstruować jakościowe wykresy dla pozostałych wielkości, tj. dla \tilde{p}/A^2 , $\tilde{\rho}/A^2$ i \tilde{T}/A^2 . Dla tych ostatnich dwóch poprawek wykresy różniłyby się jednak brakiem pionowych asymptot (asymptotami byłyby proste nachylone pod pewnym kątem do osi \tilde{t}).

Tablica 1

Funkcja	$\tilde{x} = 0$ $\tilde{t} \rightarrow \infty$	$\tilde{x} = \tilde{t}$ $\tilde{t} \rightarrow \infty$	$\left[\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \right]_{\substack{\tilde{x}=0 \\ \tilde{t} \rightarrow \infty}}$	$\left[\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \right]_{\substack{\tilde{x}=\tilde{t} \\ \tilde{t} \rightarrow \infty}}$
$\tilde{\eta}_q$		$-\frac{Q}{a_1}$		
$\tilde{\eta}_s$		$\frac{s}{A^2 a_1}$		
$\frac{1}{A^2} \tilde{\eta}$		$\frac{1}{a_1} \left(-Q + \frac{s}{A^2} \right)$		
\tilde{u}_q	0	$-Q$	$-2\sqrt{3}b \left(1 + \frac{1}{B} \right)$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3} b \frac{3\gamma-1}{\gamma-1}$
\tilde{u}_s	$\frac{s}{A^2}$ dla każdego \tilde{x}		0 dla każdego \tilde{x}	
$\frac{1}{A^2} \tilde{u}$	$\frac{s}{A^2}$	$-Q + \frac{s}{A^2}$	$-2\sqrt{3}b \left(1 + \frac{1}{B} \right)$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3} b \frac{3\gamma-1}{\gamma-1}$
$\tilde{\rho}_q$	$2\sqrt{3}b \left(1 + \frac{1}{B} \right) \tilde{t} \rightarrow \infty$	$\frac{a_2}{a_1} Q$	$-6b \left(1 + \frac{1}{B} \right) \tilde{t} \rightarrow \infty$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3} b \frac{3\gamma-1}{\gamma-1}$
$\tilde{\rho}_s$	$\frac{s}{A^2} \frac{a_2+a_3}{a_1} \frac{1}{\gamma}$	$\frac{s}{A^2} \frac{a_2}{a_1}$	0 dla każdego \tilde{x}	
$\frac{1}{A^2} \tilde{\rho}$	$2\sqrt{3}b \left(1 + \frac{1}{B} \right) \tilde{t} \rightarrow \infty$	$\frac{a_2}{a_1} \left(Q + \frac{s}{A^2} \right)$	$-6b \left(1 + \frac{1}{B} \right) \tilde{t} \rightarrow \infty$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3} b \frac{3\gamma-1}{\gamma-1}$
\tilde{T}_q	$-2\sqrt{3}b \left(1 + \frac{1}{B} \right) \tilde{t} \rightarrow \infty$	$\frac{a_3}{a_1} Q$	$6b \left(1 + \frac{1}{B} \right) \tilde{t} \rightarrow \infty$	$\frac{2\sqrt{3}}{3} b$
\tilde{T}_s	$\frac{s}{A^2} \frac{a_2+a_3}{a_1} \frac{\gamma-1}{\gamma}$	$\frac{s}{A^2} \frac{a_3}{a_1}$	0 dla każdego \tilde{x}	
$\frac{1}{A^2} \tilde{T}$	$-2\sqrt{3}b \left(1 + \frac{1}{B} \right) \tilde{t} \rightarrow \infty$	$\frac{a_3}{a_1} \left(Q + \frac{s}{A^2} \right)$	$6b \left(1 + \frac{1}{B} \right) \tilde{t} \rightarrow \infty$	$\frac{2\sqrt{3}}{3} b$
\tilde{p}_q	$\frac{2b}{\gamma} \frac{a_2+a_3}{a_1}$	$\frac{a_2+a_3}{a_1} Q$	0	$-\frac{2\sqrt{3}}{3} b \frac{2\gamma}{\gamma-1}$
\tilde{p}_s	$\frac{s}{A^2} \frac{a_2+a_3}{a_1}$ dla każdego \tilde{x}		0 dla każdego \tilde{x}	
$\frac{1}{A^2} \tilde{p}$	$\frac{a_2+a_3}{a_1} \left(\frac{2b}{\gamma} + \frac{s}{A^2} \right)$	$\frac{a_2+a_3}{a_1} \left(Q + \frac{s}{A^2} \right)$	0	$-\frac{2\sqrt{3}}{3} b \frac{2\gamma}{\gamma-1}$

$*) Q = 2b \left[\left(1 + \frac{1}{B} \right) + \frac{b^2}{b^2-1} \right].$

Stałe Q, b, B, a_1, a_2 i a_3 zależą tylko od wykładnika adiabaty γ .

Stałe s i A^2 zależą od stałych materiałowych i warunków początkowych.

Na zakończenie rozważań tego punktu zauważymy jeszcze, że dla dużych wartości \tilde{t} mamy

$$(3.44) \quad \frac{\tilde{\rho}_s}{\tilde{\rho}_a} \sim \frac{\tilde{T}_s}{\tilde{T}_a} \sim \frac{1}{\tilde{t}} \xrightarrow{\tilde{t} \rightarrow \infty} 0$$

dla każdego $0 < \tilde{x} < \tilde{t}$, a zatem wpływ sublimacji na gęstość i temperaturę gazu ograniczony jest w czasie tylko do początkowego okresu sublimacji. Natomiast dla poprawek prędkości fali odbitej, prędkości gazu i ciśnienia mamy

$$(3.45) \quad \frac{\tilde{\eta}_s}{\tilde{\eta}_a} \sim \frac{\tilde{u}_s}{\tilde{u}_a} \sim \frac{\tilde{p}_s}{\tilde{p}_a} \underset{\substack{\text{dla dużych} \\ \text{wartości } \tilde{t}}} \sim \frac{s}{A^2} \sim \frac{T_s}{M_1 [c_s + c_{st} (T_s - T_0)]}$$

Wartość tego wyrażenia decyduje o asymptotycznym (dla dużych t) względnym wpływie sublimacji i promieniowania na poprawki $\tilde{\eta}$, \tilde{u} i \tilde{p} .

Tablica 1 podana na stronie 127 stanowi podsumowanie dyskusji zachowania się asymptotycznych rozwiązań oraz zawiera uzupełniające dane dotyczące asymptotycznych wartości ich pochodnych. Kolejne kolumny tej tabeli oznaczają odpowiednio badaną funkcję, jej asymptotyczne wartości w punktach ($\tilde{x} = 0$, $\tilde{t} \rightarrow \infty$) oraz ($\tilde{x} = \tilde{t}$, $\tilde{t} \rightarrow \infty$), jak również asymptotyczne wartości pochodnej względem \tilde{x} odpowiednio w tych samych punktach. Zamieszczone w ostatnich dwóch kolumnach wyniki wskazują, że dla $\tilde{t} \rightarrow \infty$ na strukturę warstw sąsiadujących ze ścianką oraz z odbitą falą uderzeniową ma wpływ jedynie promieniowanie, a nie sublimacja ścianki. Wpływ sublimacji ogranicza się tylko do zmian wartości poprawek, ale nie zmienia charakteru ich przebiegu.

4. Zakres stosowalności teorii

Na zakończenie naszych rozważań zbadamy, jakie warunki muszą jednocześnie spełniać występujące w zagadnieniu odbicia fali uderzeniowej od sublimującej ścianki parametry początkowe oraz współczynniki materiałowe, aby odpowiadający tym wielkościom konkretny przykład mieścił się w zakresie opisywanym przez podaną teorię.

Punkt ten zawiera dyskusję zakresu stosowalności teorii, obejmującą łącznie pracę [1] oraz niniejszą. (Pewne używane poniżej oznaczenia stałych materiałowych były stosowane w pracy [1] i tam zostały zdefiniowane).

Napiszemy wszystkie warunki odpowiadające różnym stałym.

1. Warunek sublimacji przed odbiciem się fali od ścianki wg [1] [wzór (5.12)]:

$$(4.1) \quad 2,137 \frac{(\gamma+1)^8}{(\gamma-1)^4} \frac{\sqrt{\rho_{st} c_{st} \kappa_{st}}}{\sqrt{l_0 |D|}^{7,5}} \left(\frac{M_2}{M_{\text{pow}}} \right)^4 (T_{s,0} - T_0) \geq 1.$$

2. Warunek na to, aby prędkość sublimacji ξ była znacznie mniejsza od prędkość przesuwania się powierzchni rozdziału \dot{r} . Wtedy (3.13) ma być $M_1 T_f \rho_f / M_2 T_s \rho_{st} \ll 1$, zatem

$$(4.2) \quad 3,216 \frac{(\gamma+1)(\gamma-1)}{3\gamma-1} \frac{\rho_{\text{pow}}}{\rho_0} \frac{T_{st} \rho_{st}}{M_1 D^2} \geq 1.$$

3. Warunek pozwalający na stosowanie modelu strumienia promieniowania opisanego wzorem (2.1). Dla uzasadnionego fizycznie zakresu zmienności γ oraz dla dowolnych czasów t jest on w przybliżeniu równoważny warunkowi na to, aby fala padająca była podkrytyczna [wg [1], wzór (3.8)]:

$$(4.3) \quad 3,152 \cdot 10^{-3} \frac{(\gamma-1)^4}{(\gamma+1)^6} \frac{\rho_{\text{pow}}}{\rho_0} \left(\frac{M_2}{M_{\text{pow}}} \right)^4 |D|^5 < 1.$$

Zgodnie z powyższymi uwagami analizując określony przypadek należy postępować w sposób następujący:

1. Sprawdzić, czy zachodzą warunki (4.1), (4.2) i (4.3). Jeśli tak nie jest, to w takim przypadku (tj. dla tego zespołu stałych) należy uważać, że opisany model nie może być zastosowany do interesującego nas zjawiska.

2. Wyznaczyć wartość \tilde{t}_s .

3. Rozwiązać równanie przewodnictwa cieplnego w ciele stałym i wyznaczyć jednocześnie prędkość sublimacji $\dot{\xi}$ czyli $\dot{\xi}_{\text{max}} S(t)$.

4. Sprawdzić dla jednego zakresu zmiennej \tilde{t} prędkość przesuwania się powierzchni rozdziału $\dot{r} \approx u(0, t)$ jest znacznie mniejsza od prędkości fali odbitej; wg (3.14) ma być

$$\frac{\rho_{st} M_2 T_s}{\rho_f M_1 T_f} \Big|_{\dot{\xi}_{\text{max}}} S(\tilde{t}) \ll 1,$$

a zatem

$$(4.4) \quad 3,131 \cdot 10^{-4} \frac{(\gamma-1)^4 (3\gamma-1)^3}{\gamma^4 (\gamma+1)^6} \frac{\rho_{\text{pow}}}{\rho_0} \left(\frac{M_2}{M_{\text{pow}}} \right)^4 \frac{T_s |D|^5}{M_1 [c_s + c_{st} (T_s - T_0)]} S(\tilde{t}) \ll 1.$$

Nierówność może być spełniona dla dowolnego \tilde{t} (gdyż $S(\tilde{t})$ rośnie od zera oraz $S(\tilde{t}) \leq 1$) lub też poczynając od pewnej wartości czasu może nie być spełniona. W tym ostatnim przypadku oznacza to, że poczynając od pewnej wartości \tilde{t} jeden z warunków, który pozwolił na linearyzację równań, nie jest już spełniony.

5. Skorzystać ze wzorów (3.36), (3.37), (3.39) i (3.40) oraz wyznaczyć poprawki $\tilde{\eta}$, \tilde{u} , $\tilde{\rho}$ i \tilde{T} .

6. Sprawdzić dla jakich wartości \tilde{t} spełnione są warunki linearyzacyjne 2 i 3 p. 3, tj. warunki na to, aby poprawki $\tilde{\eta}$, \tilde{u} , $\tilde{\rho}$, \tilde{T} i ich pochodne względem \tilde{x} lub \tilde{t} były znacznie mniejsze od jedności. Ponieważ poprawki te, a ściślej ich składowe, zależne od promieniowania $\tilde{\rho}_q$, \tilde{T}_q , wraz ze wzrostem \tilde{t} (ale dla $\tilde{t} \neq \tilde{x}$) rosą do nieskończoności, więc jest oczywiste, że istnieje taka wartość \tilde{t} , powyżej której przestają być małe. Oszacowanie tej wartości \tilde{t} możliwe jest na podstawie wzorów (3.38), (3.39), (3.42) i (3.44), a zatem dopiero po rozwiązaniu równań.

Podamy teraz zestawienie wszystkich stałych charakteryzujących badany problem.

1. Sześć niezależnych stałych materiałowych: γ i M_2 (opisują gaz), ρ_{st} , c_{st} , κ_{st} i M_1 (opisują ściankę).

2. Trzy niezależne stałe określające warunki początkowe D , ρ_0 i T_0 .

3. Pięć wielkości zależnych od tych stałych i od rodzaju materiału ścianki lub gazu:

$$T_{s,0} = T_{s,0} [\text{rodzaj ścianki}, p_0 (\rho_0, D, \gamma, M_2)],$$

$$T_s = T_s [\text{rodzaj ścianki}, p_f (\rho_0, D, \gamma, M_2)],$$

$$c_s = c_s [\text{rodzaj ścianki}, T_s],$$

$$l_0 = l_0 [\text{rodzaj gazu}, \rho_0, T(D, \gamma, M_2)],$$

$$l_f = l_f [\text{rodzaj gazu}, p_f (\gamma, \rho_0), T_f (D, \gamma, M_2)].$$

Dla wielkości tych nie istnieją (w interesujących nas przedziałach ciśnień i temperatur) dokładne wzory. Parametry te należy odczytywać z odpowiednich tablic (na ogół z wyjątkiem wartości $T_{s,0}$ z bardzo małą dokładnością) lub podawać dla nich jedynie wartości szacunkowe.

Ze względu na dużą liczbę parametrów (dziewięć wielkości niezależnych) ogólna dyskusja całego zagadnienia, a zwłaszcza numerycznych wyników całkowania równania przewodnictwa, wydaje się niecelowa. Ustalenie we wszystkich przeprowadzonych w tej pracy przykładowych obliczeniach wartości wykładnika adiabaty $\gamma = 1,25$ oraz stosunku $M_2/M_{\text{pow}} = 1$ zmniejsza wprawdzie o dwa liczbę parametrów, ale stanowi dość istotne ograniczenie, gdyż wielkość γ występuje często w silnie zależnych od niej współczynnikach typu $[(\gamma-1)/(\gamma+1)]^n$, a także zależy od niej występujący w wykładniku potęgi czynnik β .

Korzystając z wyników pracy [1] oraz niniejszej można wyciągnąć następujące wnioski ogólne:

1. Równanie przewodnictwa wraz z warunkami brzegowymi zależy od sześciu bezwymiarowych stałych: a, L, d, B, T_0 oraz od \tilde{t}_s , przy czym

$$\tilde{t}_s = \tilde{t}_s \left[\frac{B\sqrt{\pi} (1-T_0)}{d^2 a}, a, B \right].$$

Zgodnie z oszacowaniami podanymi w pracy [1] można jednak wyeliminować parametr a , przyjmując $a = \infty$. Można spodziewać się, że wykres rozwiązań tego równania w sposób ciągły zależy od parametrów. Tak więc podany w pracy [1] przykład rozwiązania numerycznego stanowi dobrą ilustrację charakteru rozwiązań.

2. Stałe materiałowe ρ_{st} , c_{st} i κ_{st} w wielu wzorach (np. w równaniu na t_s) występują w postaci iloczynu $\sqrt{\rho_{st} c_{st} \kappa_{st}}$. Czynniki te zależą tylko od rodzaju ścianki i zakres jego zmian w porównaniu ze zmianami innych parametrów jest niewielki. Np. dla metali $\sqrt{\rho_{st} c_{st} \kappa_{st}}$ zmienia się w granicach od 0,09 dla Hg do 0,9 dla Cu, a dla wody wynosi 0,4 (w jednostkach $\text{cm}^2 \text{ stop s}^{1/2} \text{ kal}^{-1}$). Wynika stąd, że decydujący o momencie wystąpienia sublimacji jest czynnik $T_s - T_0$. Przyjmując $T_0 \approx 300^\circ\text{K}$, otrzymujemy, że dla ciał, które w normalnych warunkach są mało lotne (np. metale), mamy $(T_s - T_0) \approx T_s$. Wielkość T_s może zawierać się w bardzo szerokim przedziale.

3. Wzory na poprawki $\tilde{\eta}$, \tilde{u} , \tilde{p} , \tilde{T} i \tilde{p} zawierają jedynie trzy stałe A^2 , s i γ , ale prócz tego jedną zależną od wszystkich wielkości charakteryzujących sublimację funkcję $S(\tilde{t})$.

4. W wielu współczynnikach występuje prędkość $|D|$, będąca miarą natężenia fali padającej. Ze względu na to, że $|D|$ podniesione jest często do wysokiej potęgi, czynnik ten ma bardzo istotną rolę w opisie naszego problemu.

5. Istotny wpływ sublimacji na przepływ jest zawsze (tj. niezależnie od doboru stałych materiałowych i warunków początkowych) ograniczony do pewnego przedziału czasowego. Wynika to stąd, że sublimacja może oddziaływać na przepływ tak jak tłok, którego prędkość jest z góry ograniczona i zależy tylko od natężenia padającego promieniowania. Dla długich przedziałów czasowych przyjęty w pracy strumień promieniowania traci sens: strumień staje się mniejszy od tutaj przyjmowanego i jego oddziaływanie na ściankę maleje. Prócz tego dla dużych czasów większego znaczenia nabierają, zwłaszcza na powierzchni rozdziału gazu przesublimowanego z otaczającym, inne niż promieniowanie czynniki dysypatywne, a przede wszystkim dwa istotne zjawiska molekularne: przewodnictwo cieplne oraz dyfuzyjne mieszanie się gazów. Zwróćmy uwagę, że dyfuzja zmniejsza skuteczność zjawiska sublimacyjnego tłoka, jaki pełni powierzchnia rozdziału. Można powiedzieć, że tłok ten staje się jakby porowaty. Analiza tych zjawisk nie jest możliwa w ramach stosowanej w tej pracy klasycznej dynamiki gazów.

Na zakończenie pragnę podziękować Doc. A. SZANIAWSKIEMU za wiele cennych uwag, dotyczących zagadnień poruszanych w tej pracy oraz w pracy [1].

Literatura cytowana w tekście

1. J. KOPYSTYŃSKI, *Sublimacja płaskiej ścianki pod wpływem promieniowania gazu ogrzanego silną falą uderzeniową*, Rozpr. Inżyn., 4, 17 (1969).
2. Я. Б. Зельдович и Ю. П. Райзер, *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*, Москва 1966.
3. W. W. BYSZEWSKI, *Oddicie silnej promieniującej fali uderzeniowej od sztywnej ścianki*, Arch. Mech. Stos., 3, 21 (1969).

Резюме

ВЛИЯНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ГАЗА И СУБЛИМАЦИИ СТЕНКИ, НА ПАРАМЕТРЫ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА, ЗА ОТРАЖЕННОЙ СИЛЬНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

Рассматривается модель явления отражения ударной волны от сублимирующей стенки. Сублимация происходит под влиянием потока излучения, выходящего горячим газом. Предполагается, что единственными эффектами, вызывающими возмущения потока газа, за ударной отраженной волной, являются радиационные потери энергии, а также влияние так наз. «поршия» газа, который возникает в следствие сублимации и который отделен от газа, окружающего стационарную (не подвергающуюся диффузионному размыву) поверхность раздела. При предположенной формуле, для транспорта излучения и известной скорости сублимации, решаются линеаризованные уравнения газодинамики, получая аналитические выражения для поправок параметров состояния газа и скорости отраженной волны, зависящих от излучения и сублимации. Обсуждается относительное влияние этих обоих эффектов на найденные поправки. В заключение, обсуждается диапазон применимости, использованного в этой работе метода.

Summary

INFLUENCE OF THE RADIATION OF GAS AND SUBLIMATION OF THE WALL ON THE PARAMETERS OF GAS FLOW BEHIND A STRONG REFLECTED SHOCK WAVE

A model is considered of the phenomenon of the reflection of a shock-wave from a sublimating wall. The sublimation occurs under the influence of the radiation flux emitted from a hot gas. It is assumed that the only effects perturbing the gas flow behind the reflected wave are radiation energy losses and the action of the gas «piston» arising from the sublimation and separated from the gas by a surrounding stationary (not subjected to diffusion) surface of separation. With the assumed formula for radiation transport and known velocity of sublimation the linearized equations of gasdynamics was solved, obtaining an analytical expressions for the corrections of the parameters of the state of gas and velocity of the reflected wave, dependent on the radiation and sublimation. The relative influence of both these factors on the found correction is discussed.

In conclusion, the range of applicability is discussed of the model used in this paper.

ZAKŁAD GEOFIZYKI PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 7 lipca 1969 r.