

ZDZISŁAW MARCINIAK

USTALONE PROCESY TŁOCZENIA CIENKOŚCIENNYCH
NACZYŃ WALCOWYCH

ROZPRAWY
INŻYNIERSKIE
CXXXII

SPIS TREŚCI

1. Wstęp	445
2. Klasyfikacja ustalonych procesów tłoczenia	446
3. Podstawy analizy energetycznej dla materiału idealnie plastycznego	447
4. Uwzględnienie tarcia	451
5. Uwzględnienie wzmocnienia materiału	453
5.1. Procesy rozciągania i przeciągania	453
5.2. Procesy obciskania i rozpychania	456
6. Uwzględnienie głęcia	458
7. Procesy nieustalone	460

1. Wstęp

Rozkład naprężeń występujących w blasze poddanej odkształceniom plastycznym w czasie procesu tłoczenia wyznacza się zazwyczaj metodą statyczną. Metoda ta polega na ułożeniu równań równowagi małego elementu wyodrębnionego w odkształcanej blasze, a następnie scałkowaniu tych równań z uwzględnieniem warunków brzegowych przy wykorzystaniu warunku plastyczności. Otrzymane rozwiązanie dotyczy tylko naprężeń i nie daje obrazu odkształceń zachodzących w czasie analizowanego procesu. Otrzymanie metodą statyczną efektywnego rozwiązania napotyka jednak na bardzo poważne trudności rachunkowe, jeżeli chcielibyśmy uwzględnić zmiany grubości, jakie występują w odkształcanej powłoce, oraz niejednorodność materiału spowodowaną niejednakowym wzmocnieniem zachodzącym w wyniku zgniotów. Z tego względu niemal we wszystkich pracach zajmujących się analizą procesów tłoczenia blach przyjmuje się dla uproszczenia, że zarówno grubość materiału jak i granica plastyczności są stałe dla całego obszaru, co znakomicie upraszcza zagadnienie. Ponieważ jednak w większości procesów tłoczenia występują bardzo duże odkształcenia plastyczne, z którymi związane są zmiany grubości sięgające często 50%, jak i zmiany granicy plastyczności, która w wyniku umocnienia może w niektórych miejscach wzrosnąć dwukrotnie, a nawet trzykrotnie, przeto błąd wynikający z takiego uproszczenia jest na ogół bardzo duży. Aby zmniejszyć ten błąd przyjmuje się średnią wartość granicy plastyczności i średnią grubość blachy, które wyznacza się zazwyczaj przez oszacowanie lub za pomocą bardzo prymitywnych wzorów. Takie oszacowanie nie pokrywa się oczywiście z przebiegiem krzywych rozkładu naprężeń odpowiadających rzeczywistym warunkom tłoczenia materiału niejednorodnego o zmiennej grubości.

O ile uwzględnienie zmian grubości materiału i zmian granicy plastyczności zachodzących w czasie trwania procesu odkształcania napotyka w ogólnym przypadku na olbrzymie trudności, to dla procesów ustalonych zagadnienie upraszcza się wydatnie i może być rozwiązane za pomocą stosunkowo prostych metod, opartych na energetycznym bilansie procesu.

W niniejszym artykule zanalizowano tą metodą procesy ustalone tłoczenia cienkościennych powłok walcowych, a więc rur, tulei, walcowych ścianek, wytłaczanych naczyń itp. uwzględniając zmiany grubości i zmiany granicy plastyczności towarzyszące odkształcaniu się powłoki.

2. Klasyfikacja ustalonych procesów tłoczenia

We wszystkich procesach ustalonych tłoczenia następuje przekształcenie walcowego elementu powłoki na element również walcowy, lecz o innych wymiarach. Jeśli wziąć pod uwagę znak odkształcenia obwodowego ϵ_θ zachodzącego w procesie kształtowania oraz znak naprężenia południkowego σ_r , to wszystkie procesy ustalone tłoczenia można podzielić na cztery grupy: (1) rozciąganie ($\epsilon_\theta > 0$, $\sigma_r > 0$), (2) ciągnięcie ($\epsilon_\theta < 0$, $\sigma_r > 0$), (3) obciskanie ($\epsilon_\theta < 0$, $\sigma_r < 0$), (4) rozpychanie ($\epsilon_\theta > 0$, $\sigma_r < 0$)

Tablica 1

	Rozciąganie $\sigma_r > 0$ $\epsilon_\theta > 0$	Ciągnięcie $\sigma_r > 0$ $\epsilon_\theta < 0$	Obciskanie $\sigma_r < 0$ $\epsilon_\theta < 0$	Rozpychanie $\sigma_r < 0$ $\epsilon_\theta > 0$
Tłoczenie proste				
Tłoczenie z przewijaniem				

Każdy z wymienionych procesów może być dokonany sposobem tłoczenia prostego, jeżeli zewnętrzna powierzchnia rury pozostaje również po odkształceniu jej powierzchnią zewnętrzną, oraz tłoczenia z przewijaniem, jeżeli zewnętrzna powierzchnia rury stanie się po odkształceniu jej powierzchnią wewnętrzną. Otrzymamy zatem razem osiem możliwych kombinacji tych procesów, przedstawionych w tabl. 1, z których tylko część zyskała praktyczne zastosowanie w tłocznictwie.

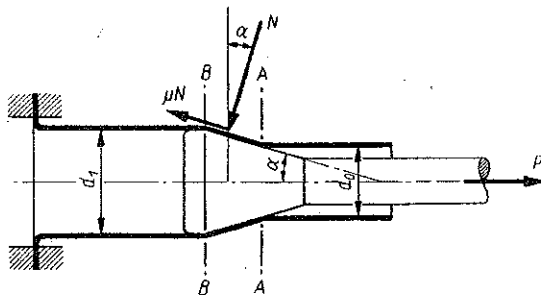
3. Podstawy analizy energetycznej dla materiału idealnie plastycznego

Rozpatrzmy dla przykładu jeden z procesów ustalonych, a mianowicie proces rozciągania cienkościennej rury naciąganej na trzpień o większej średnicy, jak to przedstawia rys. 1. Siła ciągnąca P jest przyłożona do narzędzia oraz do odkształconej części rury, której średnica uległa zwiększeniu z d_0 do d_1 . Przyjmujemy na wstępie, że na drugi koniec rury nie działa żadna siła.

Ponieważ zewnętrzna powierzchnia rury jest swobodna, można pominąć naprężenie działające w kierunku grubości ścianki rury i przyjąć płaski stan naprężeń o następujących składowych: σ_r — naprężenie południkowe działające w kierunku tworzącej odkształcanej powłoki i σ_θ — naprężenie obwodowe. W strefie odkształcenia naprężenia te muszą spełniać warunek plastyczności:

$$(1) \quad \sigma_r^2 - \sigma_r \sigma_\theta + \sigma_\theta^2 = Q^2,$$

który w ukośnokątnym układzie osi współrzędnych σ_r, σ_θ tworzących ze sobą kąt 120° przedstawia się w postaci koła o promieniu Q , jak to widać na rys. 2a. Wynika stąd,



Rys. 1

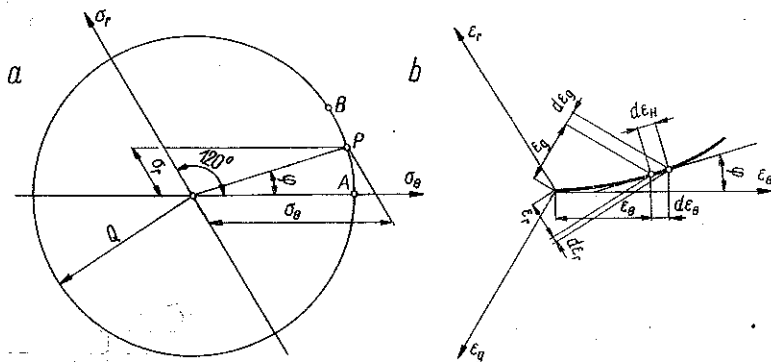
że dowolny płaski stan naprężeń spełniający warunek plastyczności można również określić za pomocą współrzędnych biegunowych Q, φ gdzie Q jest promieniem wodzącym, a φ kątem, który tworzy ten promień z osią σ_θ . Łatwo wykazać, że między współrzędnymi ukośnokątnymi σ_r, σ_θ pewnego punktu leżącego na okręgu a jego współrzędnymi biegunowymi Q i φ istnieją następujące zależności:

$$(2) \quad \sigma_r = \frac{2}{\sqrt{3}} Q \sin \varphi, \quad \sigma_\theta = Q \left(\cos \varphi + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \varphi \right).$$

W przekroju $A-A$ na rys. 1 przy wejściu do strefy odkształcenia naprężenie południkowe σ_r jest równe zero, gdyż na część rury znajdującą się na prawo od tego przekroju nie działa żadna siła osiowa. Stan ten odpowiada na wykresie 2 punktowi A leżącemu na osi σ_θ . W miarę przesuwania się rozpatrywanego punktu materialnego w kierunku przekroju $B-B$ naprężenie południkowe σ_r wzrasta, a jednocześnie odpowiedniej zmianie ulega naprężenie obwodowe σ_θ . Zmiany stanu naprężeń zachodzące w rozpatrywanym punkcie materialnym w czasie jego przemieszczania się po powierzchni narzędzia uwidoczniają się na wykresie 2 przesuwaniami się po okręgu koła punktu P reprezentującego stan naprężeń

[od początkowego punktu A do punktu B reprezentującego stan naprężeń w końcowym przekroju $B-B$ (rys. 2a)].

Stan odkształcenia w dowolnym przekroju rury może być określony za pomocą składowych ε_r i ε_θ , przy czym $\varepsilon_\theta = \ln(d/d_0)$ oznacza odkształcenie obwodowe, a ε_r odkształcenie zachodzące wzdłuż tworzącej. Trzecie odkształcenie ε_g występujące w kierunku grubości ścianki wynika z warunku nieściśliwości: $\varepsilon_g = -\varepsilon_r - \varepsilon_\theta$.



Rys. 2

Korzystając z wykresu o trzech osiach $\varepsilon_\theta, \varepsilon_r, \varepsilon_g$ (rys. 2b) tworzących między sobą kąt 120° można dowolny stan odkształcenia przedstawić za pośrednictwem punktu, którego ortogonalne rzuty na każdą z osi układu odmierzają odcinki proporcjonalne do wartości wydłużeń zachodzących w tych kierunkach. Nanosząc na wykresie kolejno punkty odpowiadające następującym po sobie stanom odkształcenia można uwidocznic cały przebieg procesu odkształcenia w postaci linii. Jeżeli schemat stanu naprężeń zmienia się w czasie odkształcenia, jak na przykład w rozpatrywanym procesie rozciągania rury na stożkowym trzpieniu, wówczas linia odkształcenia będzie krzywą, której długość wyraża wartość zastępczego odkształcenia plastycznego. Z warunku wzajemnej proporcjonalności składowych dewiatora naprężeń i składowych prędkości odkształcenia wynika, że styczna do linii odkształcenia w każdym jej punkcie musi być nachylona do osi θ pod tym samym kątem φ , co i promień wodzący punktu P na wykresie naprężeń.

Rozpatrując niezmiernie mały przyrost odkształcenia obwodowego $d\varepsilon_\theta$ i odpowiadający mu przyrost odkształcenia zastępczego $d\varepsilon_H$, zachodzący pod wpływem stanu naprężeń określonego współrzędnymi Q i φ , można napisać następującą zależność:

$$(3) \quad d\varepsilon_\theta = d\varepsilon_H \cos \varphi.$$

Przyrost jednostkowej pracy dA odpowiadającej omawianemu przyrostowi odkształcenia wyniesie

$$(4) \quad dA = d\varepsilon_H Q = \frac{d\varepsilon_0 Q}{\cos \varphi}.$$

Opierając się na powyższych podstawowych zależnościach dokonamy teraz bilansu energetycznego procesu pomijając na razie tarcie materiału o ścianki narzędzia. Praca L siły zewnętrznej P odpowiadająca przesunięciu się punktu zaczepienia tej siły, a więc przesunięciu narzędzia o pewną wartość h , wyniesie $L = Ph$. W wyniku tego przesunięcia ilość odkształconego materiału wzrosła o $V = hF$, gdzie F jest polem przekroju poprzecznego odkształconej rury. Jeżeli założymy na razie, że granica plastyczności Q jest stała, wówczas pracę zużytą na to odkształcenie wyrazić można wzorem

$$(5) \quad L = VQ\varepsilon_H = FhQ\varepsilon_H,$$

przy czym wartości zastępczego odkształcenia ε_H odpowiada długość linii odkształcenia na wykresie 2b.

Jeżeli w pierwszej fazie rozważań pominąć tarcie materiału o ścianki narzędzia i związane z tym straty energii, wówczas praca siły zewnętrznej P zostanie w całości zużytkowana na plastyczne odkształcenie materiału, a więc

$$Ph = FhQ\varepsilon_H,$$

a stąd

$$(6) \quad \sigma_r = \frac{P}{F} = Q\varepsilon_H$$

lub wyrażając wartość σ_r przez składowe Q i φ ze wzoru (2), otrzymamy

$$(7) \quad \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \varphi = \varepsilon_H.$$

Różniczkując obie strony tego równania otrzymamy zależność

$$(8) \quad \frac{2}{\sqrt{3}} \cos \varphi d\varphi = d\varepsilon_H,$$

w której przyrost zastępczego odkształcenia $d\varepsilon_H$ wyrazić można przez przyrost odkształcenia obwodowego $d\varepsilon_0$ korzystając z uprzednio podanej zależności (3). Otrzymamy ostatecznie równanie różniczkowe

$$(9) \quad \frac{2}{\sqrt{3}} \cos^2 \varphi d\varphi = d\varepsilon_0,$$

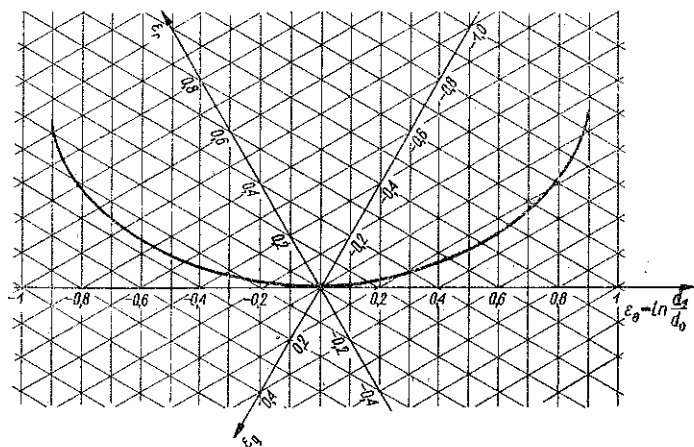
którego rozwiązanie (po wyznaczeniu stałej całkowania z warunku, że w przekroju początkowym A-A zarówno ε_θ jak i φ są równe zero) przyjmie postać

$$(10) \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} (\varphi + \sin \varphi \cos \varphi).$$

Podobnie wyrazić można drugą składową stanu odkształcenia jako funkcję kąta φ podstawiając do równania (8) następującą funkcję:

$$(11) \quad d\varepsilon_r = d\varepsilon_H \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \varphi\right) = d\varepsilon_H \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi - \frac{1}{2} \cos \varphi\right),$$

która wynika bezpośrednio z wykresu 3.



Rys. 3

Po scałkowaniu otrzymanego równania i uwzględnieniu warunków brzegowych otrzymamy

$$(12) \quad \varepsilon_r = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin^2 \varphi - \frac{1}{2} \varphi - \frac{1}{2} \sin \varphi \cos \varphi \right).$$

Trzecią składową stanu odkształcenia ε_g wyznaczyć można z warunku nieściśliwości

$$(13) \quad \varepsilon_g = -\frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin^2 \varphi + \frac{1}{2} \varphi + \frac{1}{2} \sin \varphi \cos \varphi \right).$$

Równania (10), (12) i (13) można uznać za parametryczne równania linii odkształcenia pozwalające wyznaczyć przebieg tej linii w omówionym uprzednio układzie trzech osi. Na rysunku 3 przedstawiono przebieg uzyskanej w ten sposób linii odkształcenia, a na rys. 4 rozkłady naprężeń σ_r i σ_θ , które wyznaczono podstawiając do równań (2) wartość parametru φ , odpowiadającą danemu punktowi krzywej. Na wykresie tym narysowano

również krzywą, wyrażającą stosunek grubości ścianki g w danym przekroju do grubości początkowej g_0 , którą wyznaczono z zależności

$$(14) \quad \frac{g}{g_0} = e^{\varepsilon_g},$$

przy czym ε_g wyznaczono z równania (13).

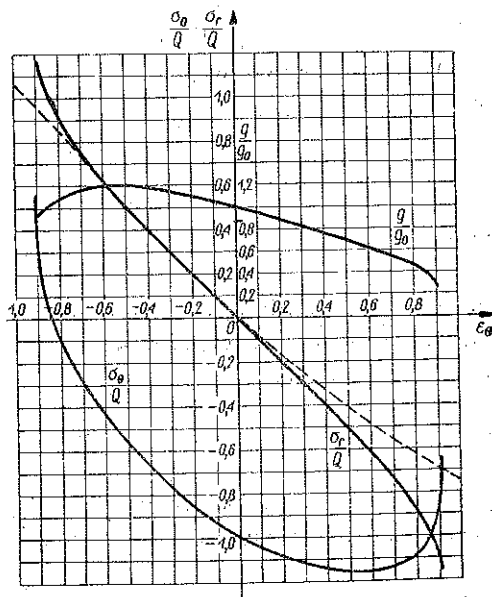
Do rozpatrywanego procesu rozciągania odnosi się prawa część wykresu odpowiadająca dodatnim wartościom odkształcenia obwodowego ε_θ . Stan w przekroju A-A (rys. 1) odpowiada początkowi wykresu ($\varepsilon_\theta = 0$). W miarę zwiększania się średnicy ($\varepsilon_\theta > 0$) naprężenia σ_r i σ_θ ulegają zmianie, a jednocześnie maleje grubość odkształcanej rury. Końcową grubość rury oraz naprężenie istniejące w końcowym przekroju B-B (rys. 1) można wyznaczyć bezpośrednio z wykresu odkładając na osi ε_θ końcową wartość odkształcenia obwodowego $\varepsilon_\theta = \ln(d_1/d_0)$.

Łatwo wykazać, że podstawiając do wzorów (10), (12) i (13) ujemne wartości parametru φ , otrzymamy krzywe odnoszące się do procesu przeciągania, przy którym następuje zmniejszenie średnicy rury ($\varepsilon_\theta < 0$). Jak widać z wykresu w procesie tym grubość ścianki początkowo rośnie, a następnie po przekroczeniu wartości maksymalnej zaczyna się zmniejszać. Rozkład naprężeń odpowiadający temu procesowi przedstawia lewa część wykresu (rys. 4).

Łatwo wykazać, że zamieniając punkty początku i końca odkształcenia, a więc zmieniając na przeciwny kierunek ruchu materiału, otrzymamy przebieg odkształcenia odpowiadający dwóm pozostałym procesom ustalonym, mianowicie obciskaniu i rozpychaniu. W ten sposób z wykresów 3 i 4 wyznaczyć można wszystkie dane, jak na przykład rozkład naprężeń, wielkość sił, końcowy stan odkształcenia, rozkład grubości itp. dla dowolnego procesu ustalonego tłoczenia powłok walcowych.

4. Uwzględnienie tarcia

W przedstawionych wyżej zależnościach nie uwzględniono wpływu tarcia materiału o powierzchnię narzędzia, pomijając pracę zużytą na tarcie w bilansie energetycznym procesu. Aby obliczyć wartość tej pracy,



Rys. 4

należy wyznaczyć wypadkową siłę, z którą obrabiany materiał jest dociskany do powierzchni narzędzia. Na element powłoki zawarty między dwiema płaszczyznami przechodzącymi przez oś działają następujące siły (rys. 1):

(1) siła osiowa P ,

(2) składowa normalna N siły wywieranej przez narzędzie na obrabiany materiał,

(3) składowa nacisku skierowana stycznie do powierzchni narzędzia, spowodowana tarciem materiału o narzędzie (wartość tej składowej wyniesie μN , gdzie μ jest współczynnikiem tarcia),

(4) wypadkowa naprężeń obwodowych, działająca w kierunku promieniowym prostopadle do osi kształtowanej rury.

Warunek równowagi tych sił w kierunku osiowym można napisać w postaci:

$$P - N \sin \alpha - \mu N \cos \alpha = 0,$$

a stąd

$$(15) \quad N = \frac{P}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}.$$

Jeżeli pominąć dla uproszczenia osiowe wydłużenie rury, wówczas pracę L_t zużytą na tarciu przy przemieszczaniu się końca rury o wielkość h wyznaczymy z zależności

$$(16) \quad L_t = \mu N h = \frac{\mu P h}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha},$$

gdzie α jest kątem pochylenia tworzącej stożka. Bilans energetyczny procesu z uwzględnieniem pracy tarcia przybierze postać

$$(17) \quad P h = \frac{\mu P h}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha} + F h Q \varepsilon_H$$

lub po przekształceniu

$$(18) \quad \frac{P}{F} \left(1 - \frac{\mu}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha} \right) = Q \varepsilon_H.$$

Oznaczając jako współczynnik sprawności procesu η liczbę

$$(19) \quad \eta = 1 - \frac{\mu}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}$$

otrzymamy ostatecznie

$$(20) \quad \sigma_r = Q \frac{\varepsilon_H}{\eta}.$$

Porównując otrzymany wynik ze wzorem (6) nie uwzględniającym tarcia zauważymy, że zamiast wartości ε_H występuje tu wartość ε_H/η . Je-

żeli przyjąć wartość współczynnika tarcia jako stałą, niezależną od miejsca, i zastosować analogiczny jak poprzednio tok postępowania, uzyska się ostateczne równania parametryczne linii odkształcenia z uwzględnieniem tarcia. Równania te różnią się od równań (10), (12) i (13) jedynie tym, że po lewej stronie zamiast wielkości ε_θ , ε_r i ε_g wystąpią stosunki ε_θ/η , ε_r/η i ε_g/η . Wynika stąd, że odmierzając na osiach wykresów 3 i 4 wartości ε_θ/η , ε_r/η i ε_g/η zamiast ε_θ , ε_r i ε_g uzyskamy rozkład naprężeń i przebieg odkształcania się materiału w rzeczywistych procesach z uwzględnieniem tarcia.

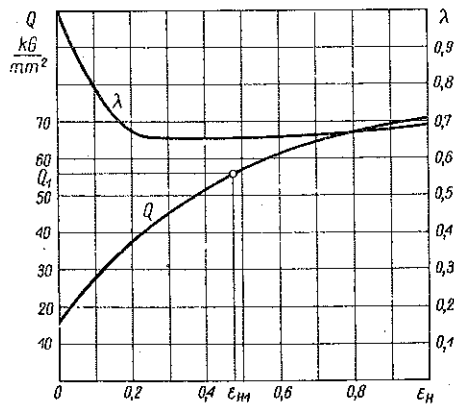
Należy tu zauważyć, że powyższe rozumowanie obarczone jest pewnym błędem wynikającym z pominięcia osiowego odkształcenia rury, wskutek czego przesunięciu h końca rury odpowiada nieco inna droga tarcia cząstek materiału po powierzchni narzędzia, co nie zostało uwzględnione w równaniu (15). Dalszym źródłem błędu jest założenie, że współczynnik sprawności η ma wartość stałą dla wszystkich przekrojów. Błędy te należy jednak uznać za małe wobec błędów, jaki popełniamy zazwyczaj przyjmując szacunkowo wartość współczynnika tarcia μ .

5. Uwzględnienie wzmocnienia materiału

5.1. Procesy rozciągania i przeciągania. W dotychczasowych rozważaniach zakładano, że granica plastyczności Q ma wartość stałą. Chcąc uwzględnić wzrost granicy plastyczności zachodzący w wyniku zgniotu na zimno należy przede wszystkim znać krzywą wzmocnienia, a więc zależność zachodzącą między chwilową granicą plastyczności Q , a wartością zastępczego odkształcenia plastycznego ε_H . Dalsze rozważania będą oparte na eksperymentalnie wyznaczonych krzywych wzmocnienia dla równych materiałów, przedstawionych w postaci wykresów we współrzędnych Q, ε_H . Wykres taki dla miękkiego mosiądzu przedstawia rys. 5.

Pracę L zużyta na plastyczne odkształcenie materiału o wartości ε_{H1} , przy którym granica plastyczności osiąga końcową wartość Q_1 ,

można wyrazić wzorem $L = \lambda Q_1 \varepsilon_{H1}$, przy czym tzw. współczynnik wypełnienia wykresu λ wyraża stosunek pola wykresu zawartego pod krzywą wzmocnienia do pola prostokąta o bokach Q_1 i ε_{H1} opisanego na tej krzywej. Wartość tego współczynnika, będącego funkcją zastępczego odkształcenia ε_H , uwidacznia linia λ na wykresie rys. 5.



Rys. 5

Energetyczny bilans procesu uwzględniający wzmocnienie materiału można zatem napisać w postaci

$$(21) \quad Ph = \frac{Fh\lambda Q\epsilon_H}{\eta}$$

We wzorze tym współczynnik λ uwzględnia wzmocnienie materiału, a współczynnik η wpływ tarcia o powierzchnię narzędzia. Postępując analogicznie jak poprzednio napiszemy

$$(22) \quad P = F \frac{\lambda}{\eta} Q\epsilon_H,$$

a korzystając z zależności (2) otrzymamy ostatecznie

$$(23) \quad \sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\lambda(\epsilon_H)}{\eta} \epsilon_H.$$

Powyższy wzór przedstawia zależność między kątem φ nachylenia stycznej do linii obrazującej przebieg odkształcenia na wykresie 3, a długością tej linii, równą wartości zastępczego odkształcenia ϵ_H . Zależność tę można wykorzystać do przybliżonego wyznaczenia tej linii metodą wykreślną, wyznaczając dla kolejnych punktów krzywej kierunek stycznej ze wzoru (23), przyjmując przy tym z wykresu (5) wartość współczynnika λ odpowiadającą danej wartości odkształcenia ϵ_H . Podobnie jak poprzednio przyjmiemy stałą wartość współczynnika sprawności η wyznaczoną ze wzoru (19). Wykreślone w ten sposób linie przebiegu odkształcenia przy różnych wartościach współczynnika sprawności η są przedstawione na rys. 6, sporządzonym dla wyżarzonego mosiądzu 63% Cu. Na wykresie tym naniesiono również linie stałej wartości $\sin \varphi$ oraz linie stałej wartości zastępczego odkształcenia plastycznego ϵ_H . Odmierzając na osi ϵ_0 daną wartość końcowego odkształcenia obwodowego i prowadząc prostopadle do osi prostą aż do przecięcia się jej z linią odkształcenia dla danej wartości η , otrzymamy punkt, którego rzuty na trzy osie układu wyznaczą odpowiednio składowe końcowego stanu odkształcenia $\epsilon_0, \epsilon_r, \epsilon_g$. Jednocześnie odczytane z wykresu wartości ϵ_H posłużą do wyznaczenia wartości naprężenia w przekroju końcowym z zależności

$$(24) \quad \sigma_{r1} = \frac{\lambda(\epsilon_H)}{\eta} Q(\epsilon_H) \epsilon_H,$$

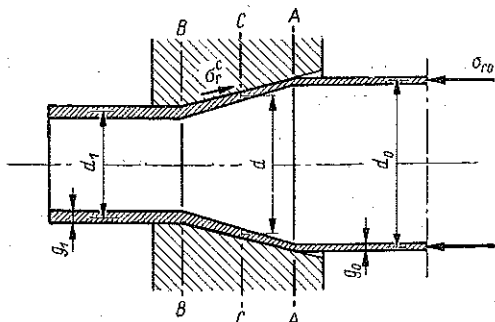
przy czym wartości Q i λ odczytujemy dla danej wartości ϵ_H bezpośrednio z wykresu wzmocnienia (rys. 5).

Wykres podany na rys. 6 odnosi się do procesów przeciągania. Łatwo wykazać, że dla procesów rozciągania otrzymamy wykres będący zwierciadlanym odbiciem względem pionowej prostej $\epsilon_0 = 0$, przechodzącej przez środek układu. Wystarczy więc na wykresie 6 zmienić znak osi ϵ_0 oraz zamienić ze sobą osie ϵ_r i ϵ_g , by móc ten wykres stosować również do procesów rozciągania.

5.2. Procesy obciskania i rozpychania. Nieco inaczej postępować trzeba w tych przypadkach, gdy siła ciskąca jest przyłożona do nieodkształconego końca rury, co zachodzi w procesach obciskania lub rozpychania. Rozpatrując na przykład w procesie obciskania dowolny przekrój pośredni (rys. 7), którego pole wynosi F , a naprężenie południkowe σ_r , możemy napisać następujące równanie zachowania pracy dla obszaru zawartego między przekrojem A-A i przekrojem C-C:

$$(25) \quad -(\sigma_{r0}F_0 dh_0 - \sigma_r F dh) = F_0 dh_0 \frac{\lambda}{\eta} Q \varepsilon_H,$$

gdzie dh_0 jest przyrostem przesunięcia nieodkształconego końca rury, na który działa naprężenie σ_{r0} , a dh — odpowiadającym mu przyrostem przesunięcia materiału w przekroju C-C, w którym występują naprężenia σ_r



Rys. 7

Uwzględniając warunek stałości przepływu $Fdh = F_0 dh_0$, który musi być spełniony dla każdego procesu ustalonego, otrzymamy

$$(26) \quad -(\sigma_{r0} - \sigma_r) = \frac{\lambda}{\eta} Q \varepsilon_H,$$

przy czym wartości ε_H , Q i λ odnoszą się do pośredniego przekroju C-C. Aby wyznaczyć wartość naprężenia σ_{r0} w przekroju A-A, należy do warunku (26) podstawić zamiast σ_r , λ , Q i ε_H wartości odpowiadające końcowemu przekrojowi B-B, a więc $\sigma_r = 0$, $\varepsilon_H = \varepsilon_{H1}$, $Q = Q_1$ i $\lambda = \lambda_1$. Otrzymamy wówczas

$$(27) \quad -\sigma_{r0} = \frac{\lambda_1}{\eta} Q_1 \varepsilon_{H1}.$$

Po podstawieniu tej wartości do równania (26) otrzymamy:

$$(28) \quad -\sigma_r = \frac{1}{\eta} (\lambda_1 Q_1 \varepsilon_{H1} - \lambda Q \varepsilon_H),$$

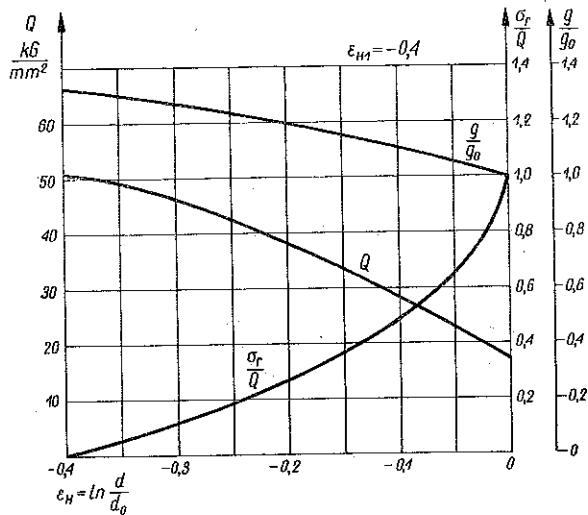
a uwzględniając zależność $\sigma_r = 2/\sqrt{3} \cdot Q \sin \varphi$, gdzie Q jest wartością granicy plastyczności w przekroju C-C, dochodzimy do wzoru

$$(29) \quad -\sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\lambda_1 Q_1 \varepsilon_{H1} - \lambda Q \varepsilon_H}{\eta Q},$$

z którego można wyznaczyć kąt φ pochylenia linii odkształcenia w zależności od jej długości (wartości ε_H). Postępując jak poprzednio można wy-

znaczyć przybliżony kształt linii odkształcenia, idąc kolejno od punktu do punktu. Nachylenie tej linii jest największe w punkcie wyjściowym ($\varepsilon_{H0} = 0$), gdzie wynosi ono

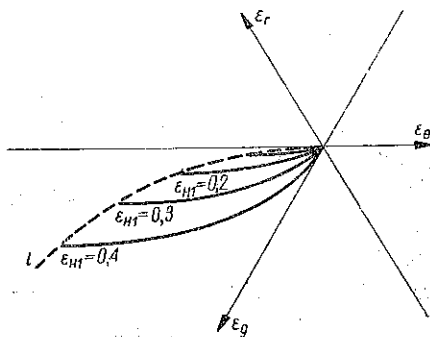
$$(30) \quad -\sin \varphi_0 = \frac{\sqrt{3} \lambda_1 \varepsilon_{H1} Q_1}{2\eta Q_0}$$



Rys. 8

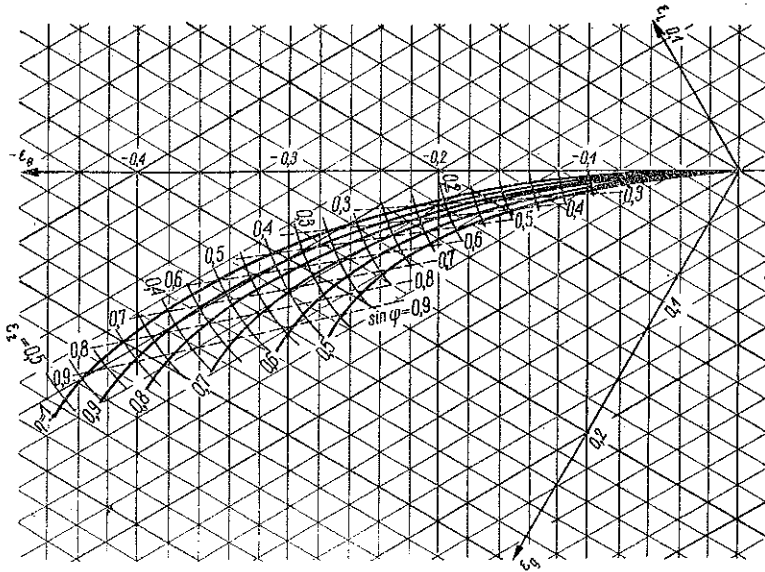
natomiast w końcowym punkcie tej linii kąt $\varphi_1 = 0$, gdyż wychodzący koniec rury jest wolny od naprężeń osiowych. Znając przebieg linii odkształcenia można wyznaczyć rozkład naprężeń i zmiany grubości ścianki. Przedstawia to wykres na rys. 8 sporządzony dla mosiądzu i wartości $\varepsilon_{H1} = -0,4$.

Dla każdej przyjętej wartości końcowej ε_{H1} i odpowiadających jej wartości λ_1 i Q_1 otrzymamy inną linię przebiegu odkształcenia, przy czym wszystkie te linie tworzą pewną rodzinę, jak to przedstawia rys. 9. Łącząc ze sobą końcowe punkty linii należących do tej rodziny otrzymamy linię graniczną l , której poszczególne punkty odpowiadają końcowym stanom odkształcenia obciskanej rury przy różnych wartościach zastępczego odkształcenia ε_{H1} . Linia l jest więc odpowiednikiem linii odkształcenia przy rozciąganiu i przeciąganiu, jeśli chodzi o możliwość wykreślnego wyzna-



Rys. 9

czania parametrów procesu. Wykreślając szereg takich linii, odpowiadających różnym wartościom współczynnika η , otrzymamy wykres roboczy przedstawiony na rys. 10. Wykres ten został sporządzony dla wyżarzonego mosiądzu.



Rys. 10

Podobnie jak poprzednio ten sam wykres może również służyć dla procesów rozpychania po zmianie znaku odkształcenia obwodowego ϵ_θ i zamianie położenia osi ϵ_r i ϵ_g .

6. Uwzględnienie gięcia

We wszystkich procesach ustalonych kształtowania powłok walcowych oprócz zmiany średnicy rury zachodzą również zmiany krzywizny jej ścianek w płaszczyźnie przechodzącej przez oś. Jeżeli powierzchnia robocza narzędzia ma kształt stożka, jak to uwidoczono na rys. 11, wówczas zachodzi dwukrotna zmiana krzywizny: w punkcie A i A' przy przejściu z części walcowej w stożek oraz w punkcie B i B' przy wyjściu z ciągadła. Jeżeli promienie r_A i r_B są dostatecznie małe w porównaniu z promieniem rury R , wówczas można pominąć zmiany średnicy zachodzące w czasie gięcia na odcinku od punktu A do A', rozpatrując ten proces jako płaski ($\epsilon_\theta = 0$). Dzięki temu można rozważać proces gięcia niezależnie od zasadniczego procesu kształtowania powłoki. Ponieważ gięcie jest w tym przypadku procesem również ustalonym, zatem pracę L_g zużytyą na dwie zmia-

ny krzywizny, np. przy wejściu do ciągadła, wyrazić można w sposób jak poprzednio następującym wzorem

$$(31) \quad L_g = V \varepsilon_H^g Q,$$

przy czym ε_H^g jest średnią wartością zastępczego odkształcenia plastycznego zachodzącego przy gięciu.

Jeżeli przyjąć dla uproszczenia, że średnia granica plastyczności Q_{sr} wzrasta przy gięciu w zależności od ε_H^g według tej samej krzywej (rys. 5) co wartość Q przy odkształceniu jednorodnym w zależności od ε_H , to wówczas wystarczy zsumować wartości zastępczego odkształcenia dla gięcia i ciągnięcia, by z wykresu 5 wyznaczyć całkowitą pracę odkształcenia materiału:

$$L_{całk} = L + L_g.$$

Siłę P występującą w czasie procesu wyznaczmy więc ze wzoru

$$(32) \quad P = F \lambda Q (\varepsilon_H + \varepsilon_H^{gA} + \varepsilon_H^{gB}) \frac{1}{\eta},$$

w którym wartości λ i Q wyznacza się z wykresu 5 dla $\varepsilon_{H\text{ całk}} = \varepsilon_H + \varepsilon_H^{gA} + \varepsilon_H^{gB}$. We wzorze tym ε_H^{gA} i ε_H^{gB} oznaczają odpowiednio wielkości zastępczego odkształcenia plastycznego dla gięcia w punkcie $A-A'$ i $B-B'$. Pole przekroju poprzecznego F , na który działa siła P , jest w procesach obciskania i rozpychania równe początkowemu przekrojowi rury F_0 . Natomiast w procesach ciągnięcia i rozciągania pole to należy wyznaczyć uwzględniając odkształcenie materiału, posługując się zależnością

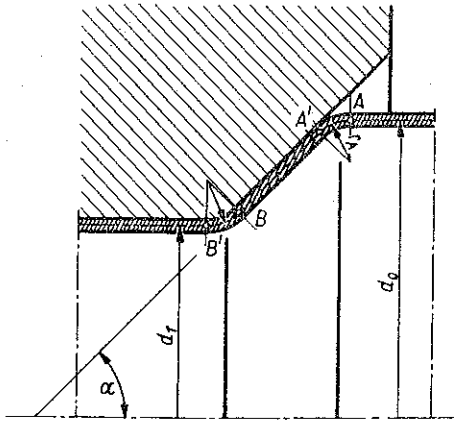
$$F = F_0 e^{\varepsilon_r},$$

gdzie ε_r jest całkowitym osiowym wydłużeniem rury.

Rozpatrzmy teraz wpływ gięcia na przebieg odkształcenia i końcowe wymiary materiału. Wstępne gięcie przy przejściu w stożek w procesie ciągnięcia (w miejscu $A-A'$, rys. 11) powoduje powstanie pewnych naprężeń rozciągających w przekroju początkowym A o wartości $\sigma_r^A = \lambda Q \varepsilon_H^{gA}$. Gięcie to jest zatem równoważne przyłożeniu siły rozciągającej na wejściu do ciągadła (przeciwniagu). Wobec powyższego początek linii odkształcenia leżeć będzie nie w początku układu, lecz w punkcie A na rys. 6, oddalonym od początku układu o wartość $\varepsilon_H^{gA} \approx \varepsilon_0^A$. Odpowiedniemu przesunięciu ulegnie również końcowy punkt odkształcenia B . Wyznamy go z warunku, by rzut linii odkształcenia $A-B$ na oś Θ był równy danemu odkształceniu obwodowemu $\varepsilon_\theta = \ln(d_1/d_0)$. Odkształcenie w kierunku osi rury ε_r oraz w kierunku jej grubości ε_g wyznaczmy rzutując odcinek linii AB na odpowiednie osie układu.

Jak więc wynika z powyższego pierwsze gięcie przy wejściu do ciągadła powoduje zmiany końcowych wymiarów rury, pomimo że w czasie samego gięcia zachodzącego bez siły osiowej grubość powłoki nie ulega zmianie.

Inaczej przedstawia się sprawa z drugim gięciem, zachodzącym u wylotu ciągnadła w punkcie B-B' (rys. 11). Gięcie to odbywa się z udziałem znacznych naprężeń rozciągających i powoduje zmniejszenie grubości oraz zwiększenie długości rury. Wydłużenie osiowe spowodowane tym gięciem można w przybliżeniu wyznaczyć ze wzoru



Rys. 11

$$\varepsilon_{rg} = \frac{\sin \varphi}{\frac{r}{g} + \frac{3}{2a}}$$

gdzie r jest promieniem krzywizny środkowej linii materiału, $r = r_m + g/2$, g grubością ścianki, a kątem tworzącej stożka. Wartość wskaźnika $\sin \varphi$ odczytuje się bezpośrednio z wykresu 6 dla końcowego punktu linii odkształcenia (punkt B).

Aby wyznaczyć całkowite wydłużenie rury $\varepsilon_{r \text{ calk}}$ należy do wydłużenia związanego z procesem ciągnięcia dodać wydłużenie spowodowane gięciem ε_{rg} , a więc

$$\varepsilon_{r \text{ calk}} = \varepsilon_r + \varepsilon_{rg}$$

Opierając się na analogicznym rozumowaniu można również uwzględnić gięcie materiału zachodzące w procesach obciskania lub rozpychania.

7. Procesy nieustalone

Omówiona metoda znaleźć może również zastosowanie do przybliżonej analizy procesów nieustalonych, w których pole odkształceń i naprężeń zmienia się w czasie procesu. Rozpatrzmy dla przykładu proces obciskania obrzeża tulei, odpowiadający początkowej fazie procesu pokazanego na rys. 7. Jest to proces nieustalony, w którym stan naprężeń na czołowej krawędzi tulei odpowiada zawsze kątowi $\varphi = \pi$ ($\sigma_r = 0$) niezależnie od położenia zajmowanego przez tę krawędź. Po osiągnięciu danej średnicy końcowej d_1 przez krawędź części stożkowej grubość ścianki w tym miejscu osiągnie wartość $g = g_0 \sqrt{d_0/d_1}$, a granica plastyczności — wartość wynikającą z doznanego odkształcenia zastępczego równego w danym przypadku $\varepsilon_H = -\varepsilon_0 = \ln(d_0/d_1)$. Osiową siłę wywieraną na odkształcany materiał w końcowej fazie oznaczymy symbolem P .

Jeżeli teraz właczać będziemy w dalszym ciągu materiał do otworu, odkształconą część materiału utworzy walec o średnicy d_1 . Proces zacznie

się wówczas stabilizować przechodząc, jak wykazały doświadczenia, bardzo szybko w proces ustalony. Jak wynika z poprzednich rozważań, grubość ścianek w procesie ustalonym g_1 będzie w każdym punkcie większa od grubości g , odpowiadającej procesowi nieustalonymu, a ponadto wskaźniki odkształcenia plastycznego, a więc i wartość granicy plastyczności, będą większe niż dla procesu nieustalonego. Wynika stąd, że siła P procesu nieustalonego musi być mniejsza od siły P_1 analogicznego procesu ustalonego, którą można wyznaczyć omawianą metodą.

Należy zauważyć, że siłę P można wyznaczyć metodą statyczną zakładając stałą wartość granicy plastyczności $Q_2 = Q_0 = \text{const}$ i niezmienną grubość $g_2 = g_0 = \text{const}$, pomijając więc wzrost obu tych wielkości zachodzący w czasie procesu. Jeżeli zatem wyznaczymy siłę P metodą statyczną otrzymując pewną wartość P_2 oraz dokonamy energetycznej analizy, jak dla procesu ustalonego (uzyskując w wyniku wartość P_1), to siła rzeczywista dla procesu nieustalonego, przy którym $g_0 < g < g_1$ i $Q_0 < Q < Q_1$, będzie zawarta w granicach między P_1 i P_2 . Pozwala to oszacować jej wartość z dużym przybliżeniem.

Резюме

СТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ ШТАМПОВКИ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

В работе дается анализ стационарных процессов штамповки тонкостенных цилиндрических оболочек, т. е. труб, втулок, цилиндрических стенок, штампованных сосудов и т. п. учитывая изменения толщины стенки имеющих место в процессе штамповки, а также изменение предела пластичности, вызванное подкреплением деформированного металла. Этот анализ основывается на энергетическом балансе процесса из которого вытекает распределение напряжений вдоль образующей оболочки равно, как и в процессе деформации материала и его конечная форма.

Приложенные диаграммы дают возможность определить силы штамповки и конечные размеры оболочки при штамповке латуни.

Summary

STEADY-STATE PROCESSES OF PRESSING THIN-WALLED CYLINDRICAL ELEMENTS

The paper contains an analysis of steady-state processes of pressing thin-walled cylindrical shells such as tubes, cylinders, cylindrical walls of vessels etc.; the changes of thickness of the wall taking place during the

process are taken into consideration, as also the changes of the yield point due to the phenomenon of strain-hardening of the metal. This analysis is based on the energy balance of the process, from which the stress distribution along the generant of the shell is obtained. Conclusions are drawn concerning the deformation process of the material and its final form. Several diagrams enable the determination of the forces and the final dimensions for brass shells.

ZARŁAD MECHANIKI OSRODKOW CĄGLYCH
IPPT PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 16 lutego 1959 r.