

**MAREK ZAKRZEWSKI i TADEUSZ PORĘBSKI**

**BADANIA NAD NIEKTÓRYMI TYPAMI NIESINUSOIDALNYCH  
WIDM NAPRĘŻEŃ ZMĘCZENIOWYCH**

**ROZPRAWY  
INŻYNIERSKIE  
CCXXX**

**TOM X · ZESZYT 3 · ROK 1962**

Klasyczne opracowania problemów wytrzymałości zmęczeniowej w obcojęzycznej i polskiej literaturze techniczno-naukowej, [1] i [2], uwzględniają jedynie badanie zmęczenia metali przy sinusoidalnie zmieniających się naprężeniach. Spotykane w praktyce naprężenia rzadko kiedy odpowiadają ściśle sinusoidalnym przebiegom. Przykładem tego niech będą części samolotów narażone na działanie bezwładnych, chaotycznie zmieniających się co do wielkości i kierunku sił wiatru, wynikiem czego są zupełnie nieregularne postacie widma naprężeń. Innym przykładem mogą być wały korbowe silników spalinowych i korbowody, w których naprężenia zmieniają się poliharmonicznie.

Wyłoniło to potrzebę opracowania zależności, które by w tych właśnie warunkach określały wielkość wytrzymałości zmęczeniowej tworzywa w miarę możliwości w sposób jak najbardziej dokładny. Spotykane w praktyce złożone widma naprężeń zmęczeniowych, różne od sinusoidalnych (w których jest zachowana stała amplituda, stała częstotliwość cyklu i stały stosunek  $\sigma_{\min}/\sigma_{\max} = R$ ) nazwalismy umownie niesinusoidalnymi.

Proponujemy następujący podział widm:

1. *Okresowe widma naprężeń.* Zaliczamy do nich dwa rodzaje widm: a) widma wielostopniowe oraz b) poliharmoniczne. W widmach wielostopniowych naprężenie zmienia się sinusoidalnie, lecz amplituda jest stała tylko dla części następujących po sobie cykli, zmieniając wielokrotnie swoją wartość do momentu zniszczenia próbki. W widmach poliharmonicznych zmienność naprężenia w cyklu nie przebiega sinusoidalnie, natomiast wszystkie cykle w czasie próby są identyczne. Widma okresowe a w szczególności poliharmoniczne można zawsze rozłożyć na szereg Fouriera widm sinusoidalnych. Widmo poliharmoniczne, rozłożone na tej drodze, składające się z dwu naprężeń zmiennych sinusoidalnie, nazywamy biharmonicznym.

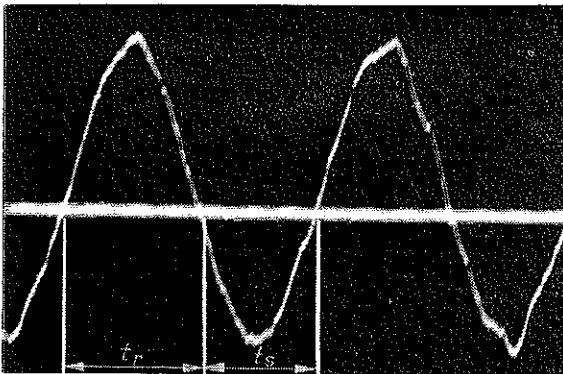
2. *Nieokresowe widma naprężeń.* Zaliczamy do nich przede wszystkim: a) widma, w których amplituda naprężenia zmienia się «chaotycznie» z cyklu na cykl; zmienność naprężeń w cyklu przebiega w sposób niesprecyzowany ściśle; b) widma, w których amplituda naprężenia zmienia się przypadkowo, chaotycznie, lecz sam pojedynczy cykl ma charakter sinusoidalny. Rozpatrywać je będziemy jako naprężenia zastępcze przy badaniu wytrzymałości materiałów metali obciążonych typem widma wymienionym w punkcie 2a.

Przez wprowadzony tu termin «widma naprężeń» rozumiemy wypadkowy przebieg zmienności naprężeń, wywołany działaniem składowych zmiennych naprężeń w określonym przedziale czasu.

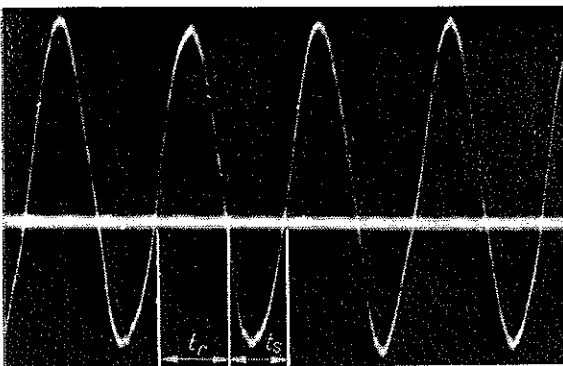
Prace prowadzone nad niesinusoidalnymi widmami naprężeń w różnych ośrodkach badawczych skupiły się przede wszystkim, po pierwsze, nad określeniem wytrzymałości zmęczeniowej metali przy zmiennej amplitudzie cyklu sinusoidalnego w czasie trwania próby (wielostopniowe widmo naprężeń), po drugie na określeniu wytrzymałości materiału przy chaotycznie, bezwładnie zmieniających się naprężeniach zmęczeniowych.

### 1. Opis badań

W publikacji tej przedstawione zostaną wyniki badań nad niektórymi biharmonicznymi widmami naprężeń zmęczeniowych. Badania eksperymentalne miały na celu sprawdzenie hipotezy, czy rola okresu trwania naprężeń rozciągających i ściskających w cyklu zmęczeniowym nie jest identyczna. Twierdzenie o decydującym



Rys. 1



Rys. 2

wanych biharmonicznych widm zmęczeniowych czasami trwania naprężeń rozciągających i ściskających w cyklu zmęczeniowym.

wplywie naprężeń rozciągających, o wpływie ich czasu trwania na wytrzymałość zmęczeniową miało podstawy w doświadczeniach Christensa, [3], i teorii mechanizmu złomu zmęczeniowego, [4] i [5]. Przedstawione niżej wyniki badań są fragmentem obszerniejszego programu badań wpływu «geometrii widma» na wytrzymałość zmęczeniową, realizowanego w Laboratorium Wytrzymałości Materiałów Politechniki Wrocławskiej. Ponieważ przeprowadzenie doświadczeń wymagało aparatury nietypowej, skonstruowano pulsator zmęczeniowy, którego działanie oparte było na wykorzystaniu wirującej siły odśrodkowej.

W jego konstrukcji przewidziano możliwość otrzymania dowolnych przebiegów biharmonicznych. Stwierdzono bowiem, że niektóre z otrzymanych

Program badań obejmował cztery serie identycznych próbek (każda złożona z 6-8 sztuk) obciążanych jednym z wymienionych poniżej widm naprężeń:

- 1) naprężeniami zmiennymi sinusoidalnie o częstotliwości cyklu równej 15 Hz,
- 2) naprężeniami zmiennymi sinusoidalnie o częstotliwości cyklu równej 30 Hz,
- 3) naprężeniami zmiennymi biharmonicznie złożonymi z dwóch sinusoidalnie zmiennych, o częstotliwości składowych 15 Hz i 30 Hz,
- 4) naprężeniami zmiennymi biharmonicznie, złożonymi w identyczny sposób jak w punkcie trzecim, lecz o widmie odwróconym.

We wszystkich czterech przypadkach obciążenia stosunek  $\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$  i wartości  $\sigma_{\min}$  i  $\sigma_{\max}$  były identyczne.

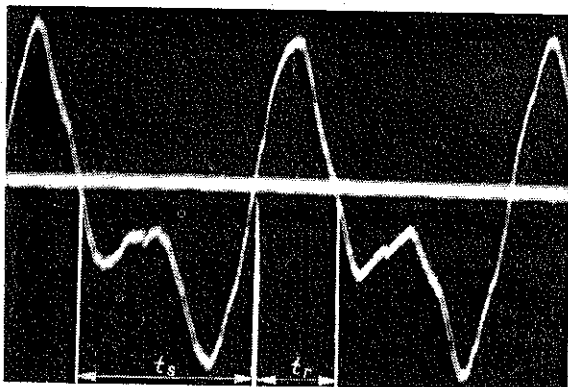
Ilustracją doświadczenia są niżej zamieszczone przykłady oscylogramów widm naprężeń (rys. 1-4).

*Wartości sił i naprężeń.* Wartości siły dobrane były tak, by naprężenia powstające w próbce spowodowały jej złom w granicach  $10^5$ - $10^6$  cykli. Żądanie takie uzasadnione było warunkami ruchowymi pulsatora. Stąd też badania ograniczono do obszaru wy-

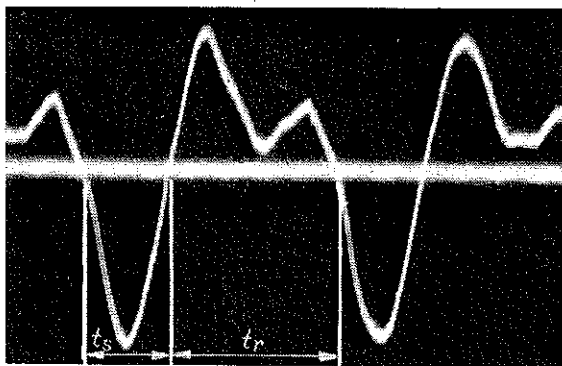
trzymałości zmęczeniowej, ograniczonej. Na podstawie przeprowadzonych wstępnie prób i obliczeń dobrano następujące wielkości charakteryzujące wszystkie przypadki zastosowanych przebiegów cykli obciążenia:

$$P_{\max} = 222 \text{ kG}, \quad P_{\min} = -144 \text{ kG}.$$

Próbki z mosiądzu M58 przygotowano w ten sposób, by zachować maksymalne podobieństwo każdej. Pochodziły wszystkie z jednego wytopu i poddane zostały wspólnie obróbce termicznej dla ujednoczenia struktury. Dokładność i identyczność obróbki i w końcu mocowania w pulsatorze zabezpieczały specjalne wzorce.



Rys. 3



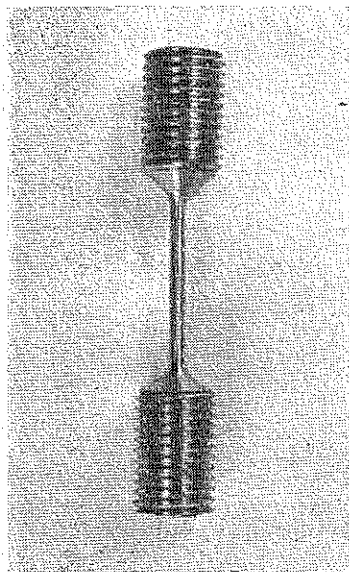
Rys. 4

Średnica próbki w części środkowej wynosiła  $d_p = 4,0 \text{ mm} \pm 0,005 \text{ mm}$ . Wobec tego przekrój próbki w tej części wynosi  $A \approx 12,6 \text{ mm}^2$  (rys. 5).

Wywołane naprężenia siłami działającymi w próbce wynosiły odpowiednio:

$$\sigma_{\max} = \frac{P_{\max}}{A} = \frac{222}{12,6} \text{ kG/mm}^2 = 1760 \text{ kG/cm}^2,$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\min} &= \frac{P_{\min}}{A} \\ &= -\frac{144}{12,6} \text{ kG/mm}^2 = -1140 \text{ kG/cm}^2. \end{aligned}$$



Rys. 5

Wobec tego współczynnik amplitudy cyklu był równy

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = -\frac{1140}{1760} = -0,65.$$

Jak już wspomniano dla wszystkich czterech przypadków obciążenie  $P_{\max}$  i  $P_{\min}$ , a co za tym idzie  $\sigma_{\max}$ ,  $\sigma_{\min}$  i  $R$  miały identyczną wartość. Pomiaru naprężeń dokonywano tensometrami oporowymi, przy czym siłomierzem był górny uchwyt próbki w pulsatorze (szczegóły budowy pulsatora opisane zostały w pracy [8]).

*Szczegółowe uwagi o zastosowanym widmie biharmonicznym.* Krzywa biharmoniczna zbudowana była ze składowych naprężeń zmieniających się sinusoidalnie o częstotliwościach 15 Hz i 30 Hz. (Kształt składowych i wypadkowych widm zmęczeniowych pokazano na zdjęciach 1, 2, 3, 4). Składowa sinusoida o większej częstotliwości posiada w punktach ekstremalnych wartości  $P_{1 \max} = |P_{1 \min}| = A' = 84,9 \text{ kG}$ , zaś składowa o mniejszej częstotliwości  $P_{2 \max} = |P_{2 \min}| = B' = 134,2 \text{ kG}$ . Kąt wyprzedzenia sinusoidy o amplitudzie  $A'$  w stosunku do sinusoidy o amplitudzie  $B'$  wynosił  $\alpha = 22^\circ 30'$ .

Równanie biharmonicznej w naszym przypadku ma więc postać:

$$y = A' \sin(2x - 45^\circ) + B' \sin x.$$

Obliczając pochodną funkcji i przyrównując ją do zera otrzymamy wartości  $x$ , dla którego funkcja posiada ekstremum (a zatem w ten sposób możemy obliczyć  $P_{\max}$  i  $P_{\min}$  biharmonicznej):

$$2A' \cos(2x - 45^\circ) + B' \cos x = 0.$$

Równanie rozwiązuje się metodą kolejnych przybliżeń. W doświadczeniach naszych pierwsze ekstremum (dla trzeciej serii próbek) miało miejsce przy  $x_1 = 73^\circ 51'$ ;

i czwarte, gdy  $\alpha_4 = 319^\circ 8'$ . Ten sposób obliczania wartości ekstremalnych naprężeń jest dopuszczalny, jak wykazały to pomiary naprężeń tensometrami oporowymi. Pomierzona wielkość siły i obliczona dla zastosowanych częstotliwości różnią się minimalnie.

## 2. Wyniki doświadczeń

Przeprowadzając eksperymenty według omówionego programu dla czterech różnych przypadków obciążenia otrzymano wyniki zestawione w tablicy 1. Błąd średni wartości średniej ilości cykli dla serii wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów przy przyjęciu rozkładu normalnego. Jak łatwo to stwierdzić, nawet

Tablica 1

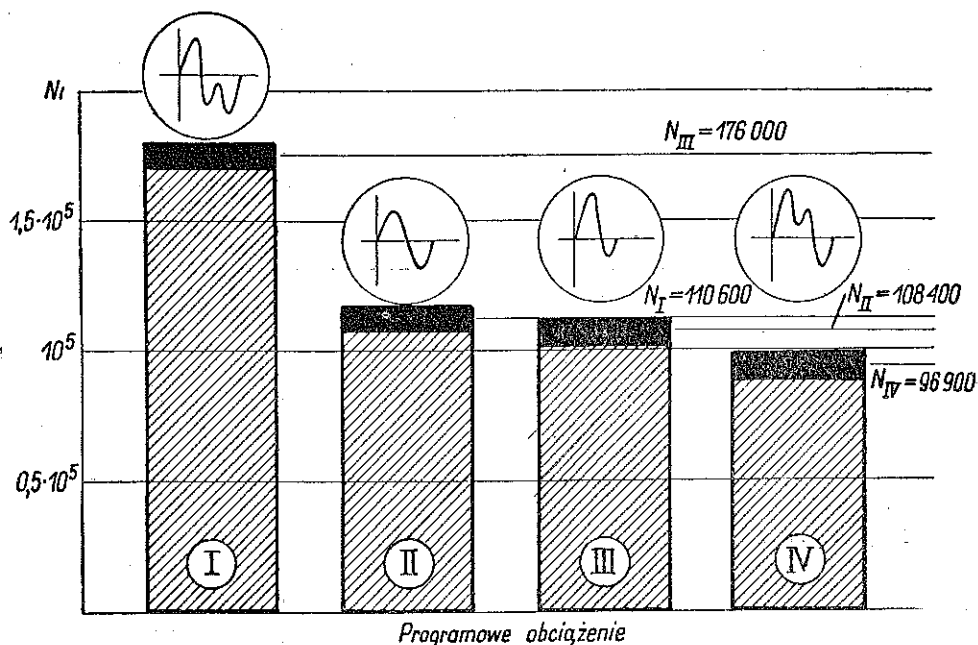
Przypadek obciążenia	Lp	Ilość cykli do złomu próbki $N_i$	Średnia ilość cykli dla serii (N)	$k$
I	2	3	4	5
I przypadek 15 Hz	1	116,400	110,600 $\pm 4,500$	0,58
	2	102,900		
	3	127,700		
	4	105,400		
	5	93,400		
	6	110,000		
II przypadek 30 Hz	1	124,400	108,400 $\pm 5,200$	0,58
	2	103,600		
	3	93,300		
	4	99,400		
	5	130,800		
	6	92,200		
III przypadek (wypadkowa I)	1	187,000	176,000 $\pm 4,500$	0,38
	2	158,000		
	3	165,000		
	4	170,100		
	5	162,200		
	6	185,100		
	7	195,200		
	8	178,000		
IV przypadek (wypadkowa II)	1	81,400	96,900 $\pm 6,200$	0,71
	2	105,100		
	3	103,600		
	4	88,500		
	5	80,200		
	6	116,600		

w cyklach sinusoidalnych czas trwania naprężeń rozciągających ( $t_r$ ) jest w przypadkach  $|\sigma_{\max}| \neq |\sigma_{\min}|$  różny od czasu trwania naprężeń ściskających ( $t_s$ ). Całkowity czas trwania cyklu  $t_e = t_r + t_s$ . Wartość stosunku  $k = t_r/t_e$  w powyższym zestawieniu została obliczona z wykresów obciążenia, sporządzonych dla każdego z czterech przypadków widma naprężeń (oscylogramy 1, 2, 3 i 4).

### 3. Wnioski z przeprowadzonych badań

1. Jak to wyraźnie widać, mimo równości  $\sigma_{\max}$ ,  $\sigma_{\min}$  i  $R$  we wszystkich czterech przypadkach obciążenia, średnia liczba cykli dla poszczególnych serii próbek jest różna (rys. 6).

Stwierdzono, że ilość cykli przenoszonych przez próbkę jest mniej więcej proporcjonalna do czasu trwania naprężeń rozciągających ( $t_r$ ) w cyklu. W miarę wzrostu



Rys. 6

tego czasu maleje ilość cykli konieczna do otrzymania złomu próbki. Biorąc pod uwagę wartości czasu trwania naprężeń rozciągających w cyklu możemy napisać zależność

$$(1) \quad N_I k_I \approx N_{II} k_{II} \approx N_{III} k_{III} \approx N_{IV} k_{IV} \approx C,$$

gdzie  $k = t_r/(t_r + t_s)$ . We wzorze (1)  $t_r$  oznacza czas trwania naprężeń rozciągających w cyklu,  $t_s$  czas trwania naprężeń ściskających w cyklu. Do przedstawionych

zależności należy podchodzić z dużą ostrożnością, a w każdym razie ilość przeprowadzonych doświadczeń nie upoważnia do traktowania ich jako ujmujących zaobserwowane zjawiska dla innych metali i cykli. Prawdopodobnie  $C$  będzie różne dla różnych metali i zmieniać się będzie wraz z warunkami obciążenia  $\sigma_{\max}$ ,  $\sigma_{\min}$  i  $R$ .

Rzeczą bezsporną jest fakt, że w miarę wzrostu czasu trwania naprężeń rozciągających przy stałej wartości  $\sigma_{\max}$ ,  $\sigma_{\min}$  i  $R$  ograniczona wytrzymałość zmęczeniowa maleje. Stąd nasuwa się wniosek, że naprężenia rozciągające odgrywają decydującą rolę w procesie zmęczenia metali.

Poczynione obserwacje ująć można w postaci ogólnie zapisanej zależności dla dwustronnych naprężeń zmęczeniowych:

$$(2) \quad N_t = f[\sigma_{\max}, \sigma_{\min}, R, t_r(\sigma_{\text{rozo}})].$$

2. Stwierdzona zależność pomiędzy wytrzymałością zmęczeniową a czasem trwania naprężeń rozciągających nie stoi w sprzeczności z innymi badaniami i poglądami.

Jak już wspomniano doświadczenia Christensa wykazały, że przy istnieniu naprężeń normalnych naprężenia rozciągające powodują znacznie wcześniej złom zmęczeniowy niż ściskające. Zdaniem Christensa złom zmęczeniowy przy ściskaniu bez istnienia szczytkowych naprężeń rozciągających w metalach byłby rzeczą niemożliwą.

Wyjaśnienie przez teorię dyslokacji istoty mechanizmu złomu zmęczeniowego, [4] i [6], również potwierdza wymienioną zależność. Pierwsza bowiem ćwiartka cyklu zmęczeniowego (naprężenie rozciągające), jak wykazali to LEIBFRIED i HAASEN, [7], jest okresem «utrwalenia dyslokacji», których ilość powiększa się z cyklu na cykl. Druga ćwiartka jest okresem powrotu dyslokacji do swoich pierwotnych pozycji, przy czym ten powrót nie jest całkowity. Trzecia ćwiartka jest częściowo kontynuacją procesu powrotu dyslokacji do pozycji wyjściowej z pierwszej ćwiartki i okresem tworzenia się nowych dyslokacji.

Zestawienie wyników badań Christensa i teorii mechanizmu złomu zmęczeniowego doprowadzić musi do oczywistego wniosku, że właśnie zmęczeniowe naprężenia rozciągające mają zasadniczy wpływ na powstawanie dyslokacji w metalach, a tym samym decydują o procesie niszczenia sił spójności metali.

Doszliśmy więc do wniosku, że każde wydłużenie czasu trwania naprężeń rozciągających, a tym samym skrócenie okresu naprężeń ściskających (okresu częściowego powrotu dyslokacji do wyjściowych pozycji), jest równoznaczne z intensyfikacją niszczącego działania naprężeń rozciągających i tym samym przyspieszenia powstawania złomu zmęczeniowego.

3. Biharmoniczne widma zmęczeniowe są spotykane w częściach maszyn i urządzeń. W tych przypadkach, gdy konstruktorzy mają wpływ na przebieg i wartość składowych sinusoid naprężeń, należałoby tak dobierać ich wzajemne przesunięcia i wielkość amplitudy, by otrzymana wypadkowa biharmoniczna nie odznaczała



się szczególnie długим okresem naprężeń rozciągających. Jest to pierwszy praktyczny wniosek z przeprowadzonych doświadczeń.

Jeśli odtworzone niesinusoidalne widmo naprężeń zmęczeniowych (analitycznie, czy np. pomiarami tensometrycznymi) przy dwustronnie zmiennych naprężeniach charakteryzować się będzie tym, że przy  $\sigma_{\max} = |\sigma_{\min}|$  czas trwania naprężeń rozciągających będzie dłuższy niż czas trwania naprężeń ściskających, to wytrzymałość zmęczeniowa tak obciążonego metalu będzie mniejsza od określonej dla sinusoidalnie zmiennych naprężeń, gdy  $\sigma_{\max} = |\sigma_{\min}|$ . Jest to drugi praktyczny wniosek.

Tak więc do rozpatrywanych do tej pory czynników wpływających na zmęczenie metali proponuje się dodać jeszcze jeden czynnik, mianowicie czas trwania naprężeń rozciągających w cyklu.

#### Literatura cytowana w tekście

- [1] R. CAZAUD, *Fatigue of Metals*, rozdział *Fatigue Tests and Testing Machines*, New York 1953.
- [2] W. MOSZYŃSKI, *Wytrzymałość zmęczeniowa części maszynowych*, Warszawa 1953.
- [3] I. L. WAISMAN, *Factors Affecting Fatigue Strength, Metal Fatigue*, New York 1959.
- [4] I. A. ODING, *Über dem Mechanismus der Zerstörung bei der zyklischen Belastung von Metallen*, Colloquium on Fatigue, Berlin 1955.
- [5] M. ZAKRZEWSKI, *W sprawie dekohezji zmęczeniowej. Wytrzymałość zmęczeniowa tworzyw i elementów metalowych*, Warszawa 1961, s. 182.
- [6] I. A. ODING, *Teoria dyslokacji w metalach i jej zastosowanie*, Warszawa 1961.
- [7] I. LEIBFRIED, P. HAASEN, *Z. Physik*, 137, 1954.
- [8] M. ZAKRZEWSKI, T. PORĘBSKI, *Konstrukcja pulsatora do badania wytrzymałości zmęczeniowej przy biharmonicznych widmach naprężeń*, *Pomiary, Automatyka, Kontrola*, 7, 1962.

#### Резюме

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ТИПОВ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ СПЕКТРОВ УСТАЛОСТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Задачей экспериментальной части работы была проверка гипотезы, состоящей в том, что роль растягивающих и сжимающих напряжений в усталостном цикле не одинакова.

Проводились четыре серии испытаний, подвергая нагрузке образцы одинаковых размеров, изготовленных из одного материала, различно подобранными спектрами напряжений. Два из четырех примененных спектров усталостных напряжений имели бигармоническую форму и различались длительностью растягивающих и сжимающих напряжений в цикле. Исследования подтвердили эту гипотезу, доказывая, что по мере увеличения длительности растягивающих напряжений в усталостном цикле — сопротивление уменьшается. Значение напряжений подобрано так, что усталостный излом наступал после  $10^5$ - $10^6$  циклов, т.е. что испытания проводились в области ограниченного усталостного сопротивления. Это обосновывалось условиями движения пульсатора, прототип которого для исследования поведения металлов, нагруженных спектрами усталостных напряжений, был изготовлен в лаборатории сопротивления материалов Вроцлавского Политехнического Института.

Это устройство дает возможность получить произвольный бигармонический процесс нагрузки, ввиду существующей свободы выбора переменных составляющих синусоид.

Обсужденные результаты являются фрагментом более широкой программы исследований над влиянием формы спектра на усталостную прочность, реализованных в Лабораторий сопротивления материалов Вроцлавского Политехнического Института.

### Summary

#### INVESTIGATION OF CERTAIN NON-SINUSOIDAL SPECTRE OF FATIGUE LOADS

The aim of the experimental part of this work was to verify the assumption that the role of the tensile and compressive stresses in a fatigue load cycle is not the same.

Four series of experiments were carried out by loading test-pieces having the same dimensions and made of the same material by different load spectra. Two of the four load spectra applied were of the biharmonic type and differed from each other by the relative duration of the compressive and tensile load in the load cycle. The above assumption has been verified by the tests which have shown that with increasing relative duration of the tensile load the strength decreases. The value of the stresses was so chosen that the fatigue rupture took place after  $10^5$ - $10^6$  cycles that is the tests were carried out in the range of limited fatigue strength. This was justified by the conditions of motion of the pulsator for experiments concerning the behaviour of metals loaded with biharmonic load spectra of which the prototype has been constructed at the Laboratory of Strength of Materials of the Technical University of Wrocław. This device enables us practically to obtain any type of biharmonic load, there being a free choice of sinusoidal components.

The results discussed constitute a fragment of a greater program of investigations of the influence of the form of the load spectrum on the fatigue strength, which is now in the course of being realized at the Laboratory of Strength of Materials of the Technical University of Wrocław.

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA

*Praca została złożona w Redakcji dnia 30 września 1961 r.*