

## O TECHNICIE NUMERYCZNEGO ROZWIĄZYWANIA ZAGADNIENIĆ STATECZNOŚCI USTROJÓW RAMOWYCH HAL PRZEMYSŁOWYCH

ROMAN DOWGIRD (WARSZAWA)

Praca niniejsza jest ściśle związana z rozprawą [1], stanowiącą część opracowania książkowego [2]. W rozprawie [1] została podana numeryczna blokowo-krakowianowa metoda obliczenia parametrów krytycznych pewnej kategorii ustrojów ramowych, stosowanych we współczesnym budownictwie przemysłowym. Są to ustroje składające się ze słupów o zmiennych przekrojach, zamocowanych sprężysto lub sztywno w fundamentach, połączonych ze sobą w dowolnych poziomach przegubowo płytami lub poprzeczkami i poddanych działaniu dowolnego układu sił poprzecznych i podłużnych (por. rys. 2 i 3 rozprawy [1] oraz rys. 10 i 11 niniejszej pracy).

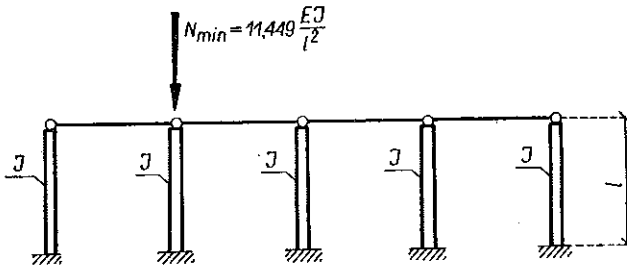
Jednym z zadań tej pracy jest zilustrowanie tej metody na przykładach liczbowych i wykazanie jej prostoty i praktycznej przydatności. Charakter przykładu został obrany z myślą o możliwości rozwiązywania proponowaną metodą konkretnych problemów stateczności, mających duże znaczenie dla projektowania. Wykazano tu, że przez dokładne obliczenie parametrów krytycznych w ustrojach omawianej kategorii, projektowanych we wszystkich biurach projektów budownictwa przemysłowego i stosowanych od dawna masowo na terenie całego kraju, można otrzymać ekonomiczniejsze przekroje konstrukcji. Wiadomo bowiem, że wobec dużej różnorodności omawianych ustrojów biura te opierają się przy obliczeniach stateczności wyłącznie na ustalonych wielkościach zastępczych długości wyboczeniowych słupów, zalecanych przez normę PN-56/B-03200. (Konstrukcje stalowe, obliczenia statyczne). Ze względu na upraszczające założenia wielkości te są przyjęte z poważnym zapasem. W zakresie zalecanych zastępczych długości wyboczeniowych powyższa norma dla konstrukcji stalowych stosowana jest również i w konstrukcjach prefabrykowanych.

W ustrojach omawianej kategorii można odróżnić przy krytycznym układzie sił osiowych dwie grupy słupów. Jeżeli mianowicie ustrój tego rodzaju poddany krytycznemu układowi sił podzielimy na odrębne niezależne jednoprzęsłowe słupy zamocowane bez połączeń poprzeczkami i obciążymy je takimi samymi siłami osiowymi jak w ustroju ramowym, to się okaże, że część pojedynczych słupów jest obciążona układem sił osiowych większych od krytycznych, odpowiadających danemu słupowi pojedynczemu, część zaś układem sił mniejszych od krytycznych. Przy zmianie układu obciążeń ustroju ramowego zmienia się oczywiście i podział słupów na powyższe dwie grupy.

Dla celów praktycznych wygodnie jest wprowadzić dla powyższych dwóch grup słupów pojęcie słupów przeciążonych i niedociążonych. Dzięki niedociążeniu jednej grupy słupów może być w sposób bezpieczny z punktu widzenia stateczności zwiększone obciążenie pozostałej grupy słupów. Według terminologii przyjętej w pracach N. W. Karnauchowa, [3], i A. F. Smirnowa, [4], występuje wymuszająca utrata stateczności jednej grupy słupów i wymuszona drugiej.

Powyższe pojęcia naświetlają w sposób poglądowy mechanizm utraty stateczności i oddają duże usługi przy projektowaniu konstrukcji w stadium kształtowania jej elementów.

Podział prętów na niedociążone i przeciążone daje się w każdym przypadku jednoznacznie określić. W przypadkach najprostszych podział ten jest widoczny bez wykonywania obliczeń. Tak np. jest oczywiste, że w przypadku układu typu jak na rys. 1, tj. składającego się z jednakowych słupów, przy obciążeniu jednego lub kilku słupów siłami jednakowymi  $N$ , pozostałych zaś siłami jednakowymi  $\alpha N$  przy  $\alpha < 1$  słupy obciążone siłami  $N$  są przeciążone, pozostałe zaś niedociążone.



Rys. 1

Przy obciążeniu siłą osiową  $N$  tylko jednego słupa (rys. 1) brak obciążenia na czterech pozostałych słupach zwiększa, zgodnie z obliczeniami podanymi w pracy [2], siłę krytyczną  $N_{min}$  całego ustroju w porównaniu z siłą krytyczną słupa pojedynczego w stosunku

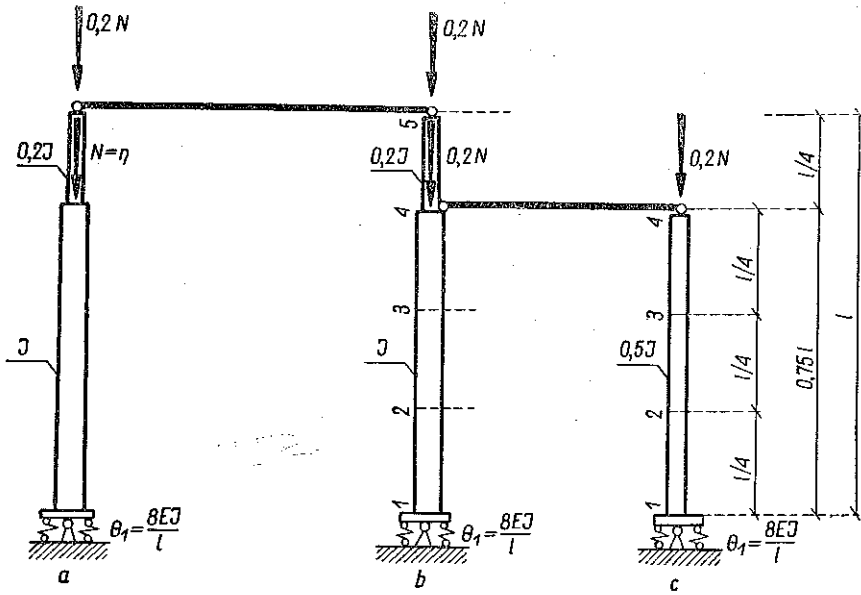
$$(1) \quad s = 11,449 : 2,4674 = 4,65,$$

przy czym zastępcza długość wybocheniowa maleje z  $2l$  do  $0,93 l$ .

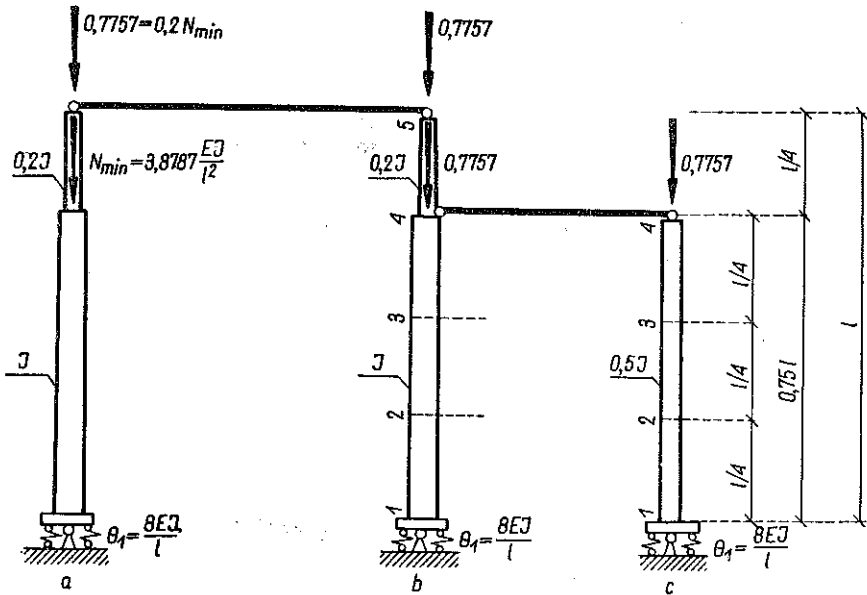
Rozważmy przypadek ustroju bardziej złożonego, składającego się z trzech słupów zamocowanych sprężysto na podporach i połączonych górną przegubowo poprzeczkami (rys. 2).

Parametr krytyczny dla tego układu został obliczony w rozprawie [1]. Układ sił krytycznych dla tego przypadku przedstawia rys. 3.

Odpowiedni układ pojedynczych prętów przedstawiony jest na rys. 4. Siły osiowe układu krytycznego wyrażone są na rys. 3 i 4 oraz dalszych w jednostkach  $EJ/l^2$ , sprowadzonych zatem do momentu bezwładności  $J$  oraz długości  $l$  prętów  $a$  i  $b$ . To samo dotyczy również i wielkości współczynników sztywności zamocowania na podporach.



Rys. 2



Rys. 3

Przy obliczaniu parametrów krytycznych pręta pojedynczego obciążonego według schematu podanego na rys. 5 będziemy posługiwali się krakowianem stateczności  $G_0$ , wyprowadzonym w pracy [1] i mającym postać uwidocznioną we wzorze

$$(2) \quad G_0 = \frac{l^2}{96EJ} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & -(a+\beta) & -6(a+\beta) & -12(a+\beta) & -18(a+\beta) \\ 0 & 0 & -(a+\beta) & -6(a+\beta) & -12(a+\beta) \\ & \beta\left(3 + \frac{24}{m}\right) & \beta\left(12 + \frac{48}{m}\right) & \beta\left(26 + \frac{72}{m}\right) - \alpha\beta\left(41 + \frac{96}{m}\right) - 14\alpha & \\ 0 & \alpha\left(3 + \frac{24}{m}\right) & \alpha\left(12 + \frac{48}{m}\right) & \alpha\left(27 + \frac{72}{m}\right) & \alpha\left(55 + \frac{96}{m}\right) \end{pmatrix}.$$

Najmniejszy parametr krytyczny słupa pojedynczego  $a$  obciążonego siłami osiowymi według schematu na rys. 6a otrzymujemy przyjmując we wzorze (2)

$$(3) \quad a = 0,2, \quad \beta = 1,0, \quad m = 8.$$

Trzonowy krakowian stateczności przyjmuje w tym wypadku postać

$$(4) \quad (G_0)_t = \frac{l^2}{96EJ} \begin{pmatrix} -1,2 & -7,2 & -14,4 & -21,6 \\ 0 & -1,2 & -7,2 & -14,4 \\ 6,0 & 18,0 & 34,8 & 50,2 \\ 1,2 & 3,6 & 7,2 & 13,4 \end{pmatrix}.$$

Drogą iteracji otrzymujemy (rys. 6b).

$$(5) \quad N_{\min} = 2,4738 EI/l^2.$$

Z porównania sił osiowych na rys. 4a i 6b wynika, że słup  $a$  w ramie (rys. 3) jest obciążony powyżej wielkości odpowiadających siłom krytycznym tego słupa, traktowanego jako ustrój samodzielny, jest to więc w układzie ramowym słup przeciążony.

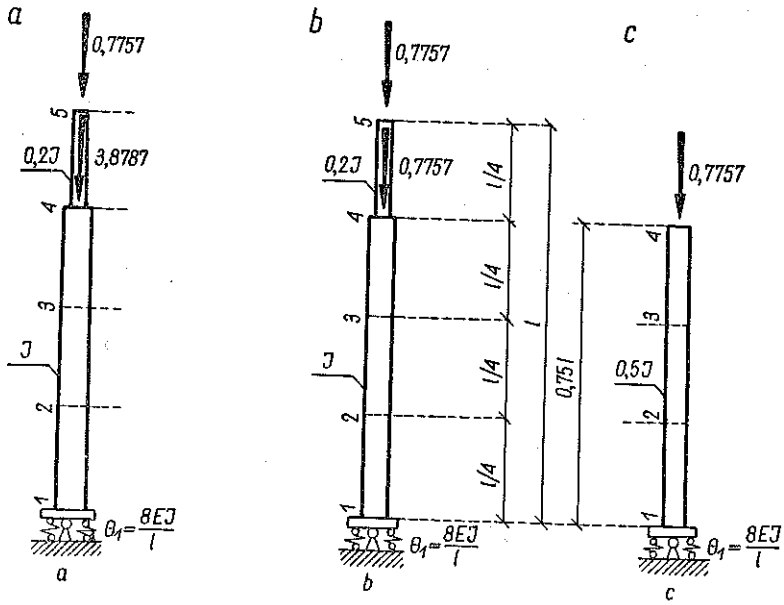
Dla pręta  $b$  tej ramy obliczymy parametr krytyczny dla układu sił osiowych przedstawionego na rys. 7a.

Podstawiając do wzoru (2)

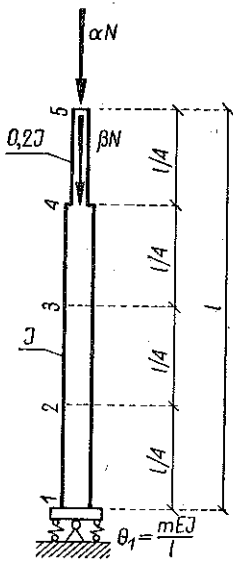
$$(6) \quad a = 1, \quad \beta = 1, \quad m = 8,$$

otrzymamy

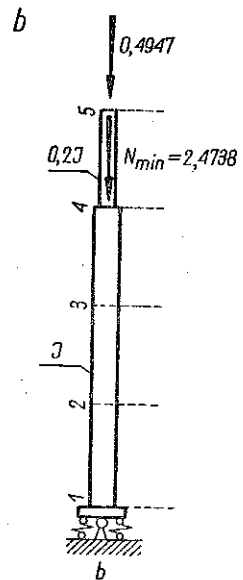
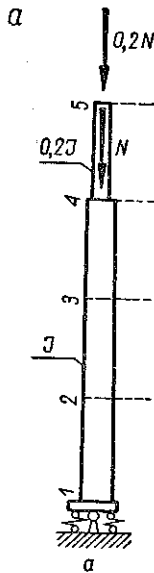
$$(7) \quad (G_0)_t = \frac{l^2}{96EJ} \begin{pmatrix} -2 & -12 & -24 & -36 \\ 0 & -2 & -12 & -24 \\ 6 & 18 & 34 & 39 \\ 6 & 18 & 36 & 67 \end{pmatrix}.$$



Rys. 4



Rys. 5



Rys. 6

Wielkość siły krytycznej wynosi w danym przypadku, rys. 7b:

$$(8) \quad N_{\min} = 1,2105 EJ/l^2.$$

Z porównania wielkości sił na rys. 4b i 7b wynika, że pręt  $b$  w ramie (rys. 3) jest niedociążony.

Wyznaczenie siły krytycznej pręta  $c$  może być również wykonane na podstawie wzoru (2) (rys. 5), jeśli w nim podstawić

$$(9) \quad \alpha = 0, \quad \beta = 1, \quad m = 8, \quad J = 0,5J.$$

W danym przypadku mamy

$$(10) \quad G_0 = \frac{l^2}{48EJ} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & -1 & -6 & -12 \\ 0 & 6 & 18 & 35 & 53 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ostatnia kolumna we wzorze (10) jest w danym przypadku zbędna. Przy iteracji uzyskalibyśmy przy jej pomocy składową wektora, odpowiadającą wierzchołkowi 5 nieistniejącego odcinka 4-5 słupa  $c$ .

W wyniku iteracji z krakowianu

$$(11) \quad (G_0)_t = \frac{l^2}{48EJ} \begin{pmatrix} -1 & -6 & -12 \\ 0 & -1 & -6 \\ 6 & 18 & 35 \end{pmatrix}$$

otrzymujemy

$$(12) \quad N_{\min} = 1,6364 EJ/l^2.$$

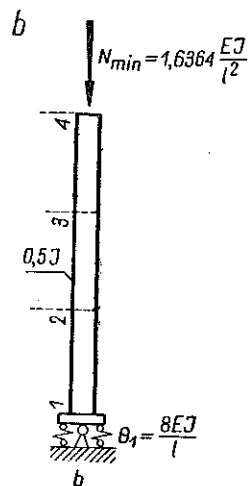
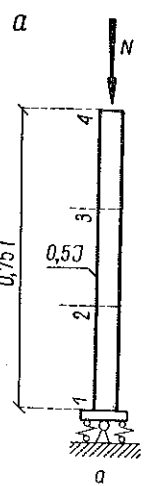
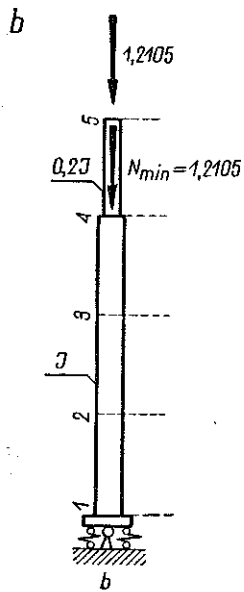
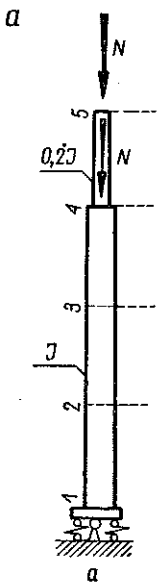
Wyniki dotyczące słupa  $c$  zostały zobrazowane na rys. 8. Z porównania wielkości sił na rys. 4c i 8b wynika, że również słup  $c$  jest niedociążony.

Jak wynika z dokonanego badania ramy przedstawionej na rys. 3, mamy tu do czynienia z jednym słupem  $a$  przeciążonym i dwoma słupami  $b$  i  $c$  niedociążonymi.

W zależności od układu sił osiowych w tejże ramie może mieć miejsce również i sytuacja odmienna, gdy występuje większa liczba słupów przeciążonych. Przypadek taki reprezentuje układ sił osiowych pokazanych na rys. 9.

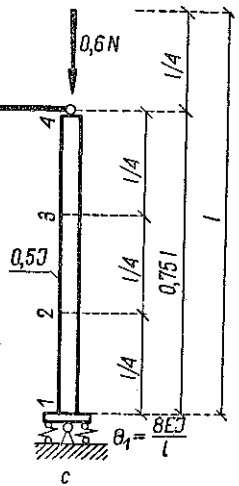
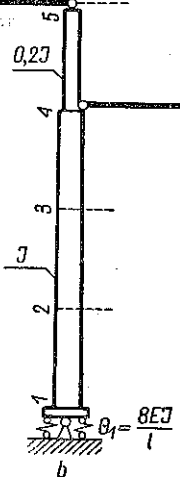
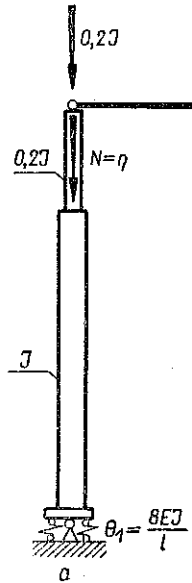
Obciążenie ramy przedstawionej na rys. 9 stanowi szczególny przypadek obciążenia takiej samej ramy, podanej na rys. 12 w rozprawie [1]. W wyżej wymienionej pracy został podany we wzorze (76) krakowian stateczności  $G_0^r$  wyprowadzony przy pomocy podanego tam algorytmu krakowianowego. Dla otrzymania krakowianu stateczności dla badanego tu obciążenia osiowego z rys. 9 należy w wymienionym wzorze (76) przyjąć następujące wartości występujących w nim parametrów:

$$(13) \quad \alpha = 0,2, \quad \beta = 1, \quad \gamma = 0, \quad \delta = 0, \quad \varepsilon = -0,6.$$



Rys. 7

Rys. 8



Rys. 9

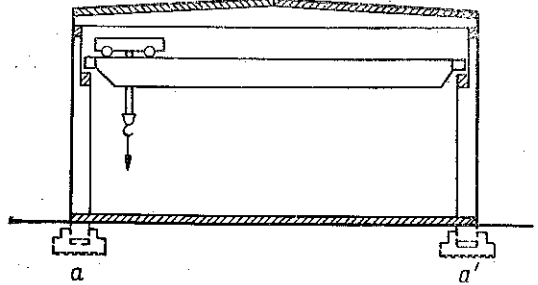




- (17) dla pręta  $a$   $4,2113 : 2,4738 = 1,70$  razy,  
 $c$   $2,5268 : 1,6364 = 1,54$

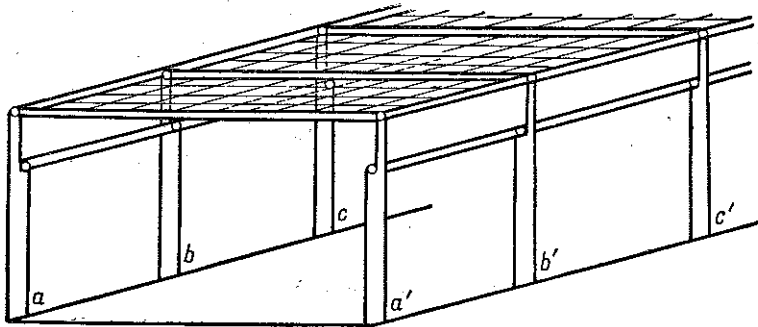
Wnioskujemy stąd, że przy układzie sił osiowych przedstawionym na rys. 9 pręty  $a$  i  $c$  są przeciążone, pręt zaś  $b$  niedociążony. Nieobciążony pręt  $b$ , jak widać, poważnie zwiększa wielkość najmniejszych sił krytycznych obciążających pręty  $a$  i  $c$ .

W jakim stopniu znaczna ilość słupów niedociążonych wpływa korzystnie na zwiększenie sił krytycznych (w stosunku do pręta pojedynczego), sprawdzimy na konkretnym przykładzie ramy przedstawionej na rys. 10. Jest to rama często spotykana w budownictwie przemysłowym, wykonywana jako konstrukcja prefabrykowana lub stalowa. Jej fragment aksonometryczny przedstawiony jest na rys. 11.



Rys. 10

Rysunek 11 przedstawia charakter połączeń węzłowych poszczególnych prętów z sobą. Połączenia podciągów pod dźwigarami dachowymi i belek podsownicowych ze słupami są przegubowo-nieprzesuwne, co jest zgodne z rzeczywistymi



Rys. 11

rozwiązaniem konstrukcyjnymi. Podciąg i belki podsownicowe pokazano na rysunkach jako jednoprzęsłowe rozcięte, mogą być one jednak również i wieloprzęsłowe, lecz i w tym przypadku połączone ze słupami przegubowo-nieprzesuwnie. Przekrycie dachowe stanowi tu sztywną tarczę poziomą.

Słupy są jednakowe i wymiarowane na najniekorzystniejsze położenie suwnicy i poruszającego się na niej wózka z podwieszonym ciężarem. Rysunek 10 przedstawia najniekorzystniejsze położenie suwnicy i wózka w stosunku do słupa  $a$ . Słup przeciwny  $a'$  jest obciążony siłą od ciężaru suwnicy znacznie mniejszą. Wszystkie słupy są przy tym obciążone jednakowo konstrukcją dachową.

Z obliczeń wynika, że przy powyższym układzie obciążeń i przy przekrojach słupów jak na rys. 12 mamy do czynienia przy siłach krytycznych z jednym słupem przeciążonym  $a$  i pozostałymi (z pominięciem słupa  $a'$ ) niedociążonymi. Zadanie ogranicza się tu do oceny stopnia wpływu słupów niedociążonych na zwiększenie wielkości sił krytycznych słupa  $a$ , traktowanego jako pojedyncza samodzielna konstrukcja.

Przyjmijmy do rozważań słupek ukształtowany i obciążony jak na rys. 12a. Parametr krytyczny dla tego typu słupa wynosi (obliczeń nie podajemy): dla słupa wolno stojącego zamocowanego według rys. 12a:

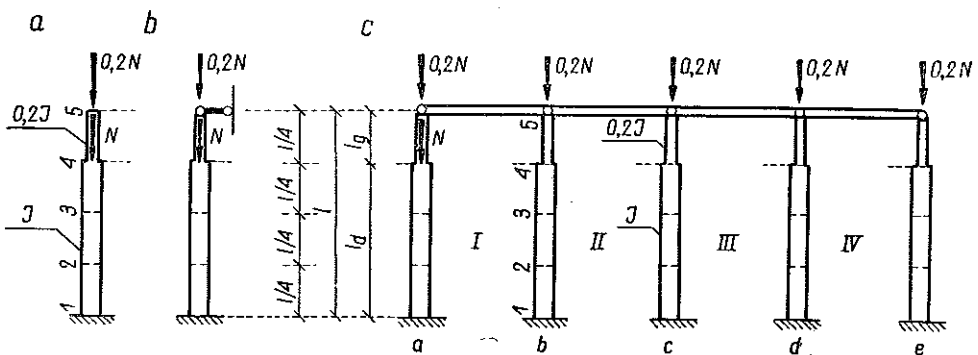
$$(18) \quad N_{\min} = 3,2713 EJ/l^2,$$

$$(19) \quad l_w = (\pi/\sqrt{3,2713}) l = 1,74 l = 2,32 l_a;$$

dla słupa podpartego w górze przegubowo-nieprzesuwnie według rys. 12b

$$(20) \quad N_{\min} = 22,80 EJ/l^2,$$

$$(21) \quad l_w = 0,64 l = 0,85 l_a.$$



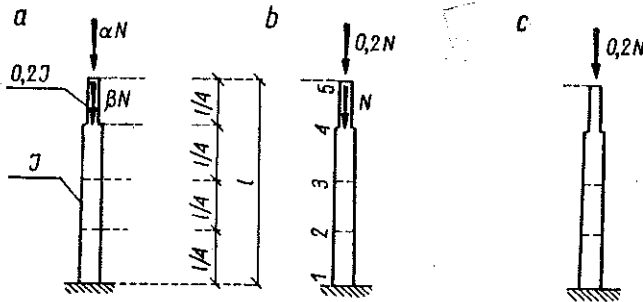
Rys. 12

Przy oparciu sprężystym wierzchołka słupa wielkości  $N_{\min}$  i  $l_w$  zmieniają się w miarę wzrostu współczynnika sztywności podparcia asymptotycznie od wartości według wzorów (18) i (19) do wzorów (20) i (21).

Istnienie słupów niedociążonych jest równoznaczne z podparciem sprężystym słupów przeciążonych. W przypadku według rys. 10 i 11 dla słupa przeciążonego  $a$  wszystkie pozostałe słupy niedociążone w granicach między dylatacjami konstrukcji stanowią oparcie sprężyste zarówno w kierunku poprzecznym jak i podłużnym (słupek  $a'$  jest przy praktycznych stosunkach obciążeń niedociążony).

Rozpatrzmy wpływ oparcia sprężystego dla słupa  $a$  w kierunku poprzecznym ograniczając się jedynie do układu według rysunku 12c, tj. uwzględniając tylko cztery spośród wszystkich słupów niedociążonych obydwóch szeregów ( $abc \dots$  oraz  $a'b'c' \dots$ ). Zadanie rozwiążemy za pomocą krakowianowego algorytmu stateczności.

Ustalamy krakowiany podstawowe dla podstawowego słupa pojedynczego pokazanego na rys. 13. Część krakowianów podstawowych jest zależna tylko od ukształtowania, część zaś — również i od układu sił osiowych rozważanego słupa.



Rys. 13

Krakowiany zależne tylko od ukształtowania słupa mają postać:

$$(22) \quad L = \frac{l}{4} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{l}{24EJ} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 12 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 10 \end{pmatrix},$$

$$B' = \frac{l}{96EJ} \begin{pmatrix} 7 & 6 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 20 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 20 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 60 & 14 \\ 0 & 0 & -5 & 30 & 35 \end{pmatrix}, \quad C_0 = LB' = \frac{l^2}{384EJ} \begin{pmatrix} 0 & 7 & 16 & 25 & 34 \\ 0 & 6 & 32 & 60 & 88 \\ 0 & -1 & 0 & 21 & 40 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 64 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 14 \end{pmatrix},$$

$$Q = LAL = \frac{l^3}{96EJ} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 8 & 11 \\ 0 & 5 & 16 & 28 & 40 \\ 0 & 8 & 28 & 54 & 81 \\ 0 & 11 & 40 & 81 & 136 \end{pmatrix}.$$

Krakowiany zależne od układu sił osiowych (por. rys. 13) są równe:

$$(23) \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(\alpha + \beta) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\alpha + \beta) & 0 & 0 \\ \beta & \beta & \beta & -\alpha & 0 \\ \alpha & \alpha & \alpha & \alpha & 0 \end{pmatrix},$$

$$G_0 = C_0 D_0 = \frac{l^2}{384 EJ} \begin{pmatrix} 0 & & & & \\ -6(\alpha+\beta) & -32(\alpha+\beta) & -60(\alpha+\beta) & -88(\alpha+\beta) & \\ \alpha+\beta & & -21(\alpha+\beta) & -40(\alpha+\beta) & \\ 12\beta & 48\beta & 106\beta - 2a & 162\beta - 64a & \\ 12a & 48a & 108a & 226a & \end{pmatrix}.$$

Krakowian  $G_0$  dla układu sił osiowych słupa  $a$  (rys. 12c oraz 13b), tj. przy założeniu we wzorze (23)  $\alpha = 0,2$  oraz  $\beta = 1$ , przyjmuje postać

$$(24) \quad G_0^a = \frac{l^2}{384 EJ} \begin{pmatrix} -7,2 & -38,4 & -72,0 & -105,6 \\ 1,2 & 0 & -25,2 & -48,0 \\ 12,0 & 48,0 & 105,6 & 149,2 \\ 2,4 & 9,6 & 21,6 & 45,2 \end{pmatrix}.$$

Krakowian  $G_0$  dla układu sił osiowych słupów  $b$ ,  $c$ ,  $d$  oraz  $e$  (rys. 12c oraz 13c), tj. przy założeniu we wzorze (23)  $\alpha = 0,2$  i  $\beta = 0$ , jest równy

$$(25) \quad G_0^b = G_0^c = G_0^d = G_0^e = \frac{l^2}{384 EJ} \begin{pmatrix} -1,2 & -6,4 & -12,0 & -17,6 \\ 0,2 & 0 & -4,2 & -8,0 \\ 0 & 0 & -0,4 & -12,8 \\ 2,4 & 9,6 & 21,6 & 45,2 \end{pmatrix}.$$

Krakowian selektor dla ramy według rys. 12c ma postać

$$(26) \quad \tau_1 = \begin{pmatrix} \tau_1^I & & & & \\ & \tau_1^{II} & & & \\ & & \tau_1^{III} & & \\ & & & \tau_1^{IV} & \\ & & & & \{0\} \end{pmatrix}, \quad \tau_1^I = \tau_1^{II} = \tau_1^{III} = \tau_1^{IV} \begin{pmatrix} 0 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 1 \end{pmatrix}.$$

Na podstawie wzoru (46) podanego w rozprawie [1] zestawiamy krakowian wyjściowy  $Q_0^{rr}$ , który wobec równości krakowianów  $Q$  dla wszystkich prętów ram według rys. 12c i w oparciu o wzór (26) przyjmuje uproszczoną postać

$$(27) \quad Q_0^{rr} = \begin{pmatrix} 2\tau_1^I Q\tau_1^I & -\tau_1^I Q\tau_1^I & & & \\ -\tau_1^I Q\tau_1^I & 2\tau_1^I Q\tau_1^I & -\tau_1^I Q\tau_1^I & & \\ & -\tau_1^I Q\tau_1^I & 2\tau_1^I Q\tau_1^I & -\tau_1^I Q\tau_1^I & \\ & & -\tau_1^I Q\tau_1^I & 2\tau_1^I Q\tau_1^I & \\ & & & & \{0\} \end{pmatrix}.$$

Po wykonaniu odpowiednich działań otrzymujemy

$$(28) \quad \tau_1^I Q\tau_1^I = \frac{17}{48} \frac{l^3}{EJ} \begin{pmatrix} 0 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 1 \end{pmatrix},$$





Po wykonaniu wszystkich działań krakowianowych przewidzianych we wzorze (33) krakowian stateczności  $G_0^r$  przyjmuje postać

$$(34) \quad G_0^r = \frac{l^2}{170.384 EJ} \hat{G}_0^r,$$

której  $\hat{G}_0^r$  jest krakowianem o elementach zestawionych w tablicy 1.

W wyniku iteracji otrzymuje się następujące rezultaty:  
składowe wektora odpowiadającego największemu pierwiastkowi

$$(35) \quad U_1 = \tau \{0 \ 1 \ 3,92 \ 7,86 \ 10,65 \ 0 \ 0,79 \ 2,97 \ 6,25 \ 10,65 \ 0 \ 0,79 \ 2,97 \dots\};$$

wielkość najmniejszej siły krytycznej

$$(36) \quad \varrho = 8820, \quad N_{\min} = 7,4 EJ/l^2$$

oraz zastępczą długość wyboczeniową

$$(37) \quad l_w = (\pi/\sqrt{7,4}) l = 1,15 l = 1,53 l_a.$$

Z porównania wielkości we wzorach (18), (19), (36) i (37) wynika, że uwzględnienie w danym przypadku zaledwie czterech prętów niedociążonych zwiększyło parametr krytyczny w stosunku do jego wielkości przy słupie pojedynczym

$$(38) \quad 7,4 : 3,2713 = 2,26 \text{ razy}$$

i zmniejszyło długość wyboczeniową

$$(39) \quad 2,32 : 1,53 = 1,52 \text{ razy.}$$

Przy uwzględnieniu spotykanej w praktyce znacznie większej od czterech liczby prętów niedociążonych zbliżylibyśmy się do wielkości przedstawionych we wzorach (20) i (21), odpowiadających przegubowemu podparciu wierzchołka słupa. Zastępcza długość wyboczeniowa otrzymałaby się w granicach zbliżonych do 1,00  $l_a$ .

Norma PN-56/B-03200 przewiduje dla przypadku ramy, jaka tu została rozpatrzona, zastępczą długość wyboczeniową  $l_w = 1,8 l_a$  niezależnie od stosunku momentów bezwładności i długości odcinków o różnych przekrojach i od układu sił i charakteru współpracy całej konstrukcji. Jak widać dokładne obliczenie w danym przypadku najmniejszego parametru krytycznego daje w rezultacie znaczne zmniejszenie normowej zastępczej długości wyboczeniowej, a co za tym idzie i ekonomiczniejsze przekroje konstrukcji.

Należy zaznaczyć, że w przypadkach prostych, jak np. na rys. 10 i 11, można z góry przewidzieć, jaki będzie podział słupów na przeciążone i niedociążone i po obliczeniu sił krytycznych dla słupów pojedynczych wnioskować jeszcze przed obliczeniem parametrów krytycznych całego ustroju o przewidywanej zastępczej długości wyboczeniowej interesującego nas słupa. Przydatność omawianych tu pojęć przy formowaniu elementów na stateczność w przypadkach bardziej skomplikowanych ustrojów warta jest odrębnego omówienia.





Wyjątkowa różnorodność omawianych ustrojów będzie przeszkadzała w praktyce w wykonywaniu dokładnych obliczeń stateczności dla każdej konstrukcji indywidualnie. Wskazane więc jest wykonanie odpowiednich nomogramów dla grup konstrukcji o zbliżonych układach statycznych.

Przy zastosowaniu w przyszłości do obliczeń stateczności maszyn liczbowych proponowana w pracy [1] numeryczna blokowo-krakowianowa metoda może oddać poważne usługi.

#### Literatura cytowana w tekście

[1] R. DOWGIRD, *O stateczności prefabrykowanych i stalowych ustrojów ramowych hal przemysłowych*, Rozpr. Inż., 2, 9 (1962).

[2] Z. DOWGIRD i R. DOWGIRD, *Statyczna niewyznaczalność i stateczność ustrojów prętowych*, Praca oddana do druku.

[3] N. W. KARNAUCHOW, *Zbiór prac Kijowskiego Instytutu Budownictwa*, 1935.

[4] A. F. SMIRNOW, *Statyczna i dynamiczna stateczność konstrukcji*, Moskwa 1947.

#### Резюме

#### ПРИМЕНЕНИЯ

#### ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ВОПРОСОВ УСТОЙЧИВОСТИ РАМНЫХ СИСТЕМ ПРОМЫШЛЕННЫХ ЦЕХОВ

Работа тесно связана с предыдущей публикацией [1], в которой был представлен автоматический, вычислительный, блокочно-краковянский метод решения вопросов устойчивости и статической неопределимости сооружений, чаще всего применяемых в современном промышленном строительстве. Ними являются рамные, сборные или стальные конструкции, составленные из колонн с переменными сечениями, упруго закрепленные в фундаментах, связанных распорками или плитами, опирающимися шарнирно на колоннах. Нагрузка колонн может состоять из любых, постоянных и временных, вертикальных и горизонтальных грузов, приложенных к колоннам непосредственно или же передаваемых через горизонтальные распорки и плиты (рис. 2 и 3 публикации [1] и рис. 10 и 11 настоящей работы).

Целью работы является иллюстрация этого метода на нескольких численных примерах. Предлагаемый метод оказывается очень удобным при исследовании весьма сложных систем.

При решении практических задач оказалось очень выгодным использование понятий перегруженных и недогруженных стоек, соответствующих понятиям стесненной и вынужденной потери устойчивости, введенным Н. В. Карнауховым, [3], и А. Ф. Смирновым, [4].

Особенно большие услуги может оказать предлагаемый в работе [1] метод при решении задачи с помощью электронных машин.

#### Summary

#### NUMERICAL SOLUTION OF STABILITY PROBLEMS OF FRAME STRUCTURES OF INDUSTRIAL BUILDINGS

The present paper is in close connection with Ref. [1] in which was described an automatic numerical block-Cracovian method for solving stability and redundant problems of a certain class of frame structures now in common use in industrial building. These are structures composed of

columns with variable cross-sections elastically clamped in the foundations and connected at any levels by bars or plates on hinged supports attached to the columns. The structures are loaded by any system of transverse and longitudinal forces acting on a column directly or by means of transverse bars or plates (cf. Figs. 2 and 3 of [1] and Figs. 10 and 11 of the present paper).

Our aim is to illustrate this method by means of numerical examples and to show its simplicity and usefulness.

It is found that it is convenient to introduce the notions of overloaded and underloaded columns corresponding to the notions of active and passive stability used by N. V. KARNAUCHOV, [3], and A. F. SMIRNOV, [4]. These notions are very useful for the design of structures at the stage of profile design.

Using digital computations the method purposed in [1] may prove to be very useful.

POLITECHNIKA ŁÓDZKA

*Praca została złożona w Redakcji dnia 12 marca 1962 r.*

---