

WPLYW IMPULSOWEGO DZIAŁANIA OBCIĄŻENIA
NA UGIĘCIA DYNAMICZNE MAŁYCH MOSTÓW DROGOWYCH

JÓZEF GŁOMB, JERZY WESELI (GLIWICE)

1. Wstęp

Praca dynamiczna mostów drogowych i kolejowych różni się poważnie. Wynika to ze specyfiki działania obciążenia oraz różnic układu konstrukcyjnego ustrojów nośnych. Dlatego też zawodne jest wyprowadzenie analogii między charakterem zjawisk dynamicznych w tych obu rodzajach mostów.

Zresztą również wśród mostów drogowych dadzą się wyraźnie zarysować linie rozdzielające trzy grupy konstrukcji:

1) mosty bardzo małe (dla $l \leq 9-12$ m), 2) mosty mniejsze ($9-12$ m $< l < 20-30$ m) oraz 3) mosty większe ($l > 20-30$ m).

Podział ten akcentuje różnice w charakterze zmian dynamicznych mostów z poszczególnych grup i obrazuje zakresy podobieństwa, tj. zakresy, wewnątrz których praca dynamiczna mostu drogowego może być opisana tym samym równaniem.

Punktem wyjścia jest tutaj zawsze rodzaj mostu i odpowiadająca mu wartość współczynnika κ [1] (będącego stosunkiem między sprowadzonymi masami obciążenia i układu most-pojazd) oraz niektóre czynniki konstrukcyjne (np. tłumienie). Istotne znaczenie ma również rozpiętość, a więc i sztywność mostu.

Praca niniejsza poświęcona będzie mostom pierwszej grupy, tj. bardzo małym mostom drogowym. Są to zazwyczaj mosty betonowe charakteryzujące się szeregiem odrębności w stosunku do mostów większych. Wymienić tutaj należy w pierwszym rzędzie niezbyt jednoznacznie określone warunki podparcia. Tylko wyjątkowo mosty takie można uważać za swobodnie podparte (na rozpiętości teoretycznej), gdyż w kierunku częściowego utwierdzenia działa zarówno brak łożysk jak i ciągłość nawierzchni. Pionowa sztywność mostu c powinna być określona z uwzględnieniem faktu, że konstrukcja omawianych mostów jest z reguły płytowa (mostów stalowych tej rozpiętości wykonuje się mało), a stosunek boków $b/l \geq 1$.

Aby nie komplikować jednak zagadnienia, czynników tych w pierwszej fazie analizy nie będziemy uwzględniać i potraktujemy most jako belkę swobodnie podpartą.

2. Działanie obciążenia na mały most drogowy

Wiadomo, że nierówności nawierzchni na dojazdach i na moście są jedną z istotnych przyczyn zwiększających wyężenie elementów konstrukcyjnych ustroju nośnego mostów mniejszych rozpiętości.

W pracy [2] wykazano, że największe znaczenie mają nierówności występujące na dojeździe bezpośrednio za linią podparcia ustroju nośnego. Są to tzw. nierówności progowe, które wywołują pulsacyjne działanie pojazdu na most. Uwzględnienie tego dominującego wpływu impulsu progowego wywołuje konieczność odrębnego opracowania w stosunku do prac [3 i 4].

Wypadkowe działanie obciążenia samochodowego na most można z wystarczającym przybliżeniem opisać za pomocą wyrażenia

$$(2.1) \quad A + Be^{-at} \sin(\omega_p t + \varphi),$$

gdzie A oznacza poruszającą się siłę stałą, $B = A(k_n - 1)$ siłę pulsującą reprezentującą przeciążenie dynamiczne wywołane wpływem nierówności, k_n współczynnik P_{dyn}^{max}/A obrazujący stosunki nacisków osi, omówiony w pracy [5], a współczynnik tłumienia pojazdu, $\omega_p = 2\pi n$ częstość kątową podstawowej formy drgań pojazdu oraz φ fazę wejścia obciążenia na most.

Ponieważ interesuje nas ugięcie środka belki, przeto działanie dynamiczne wyrażone za pomocą wzoru (2.1) sprowadzamy do tego punktu przez funkcję

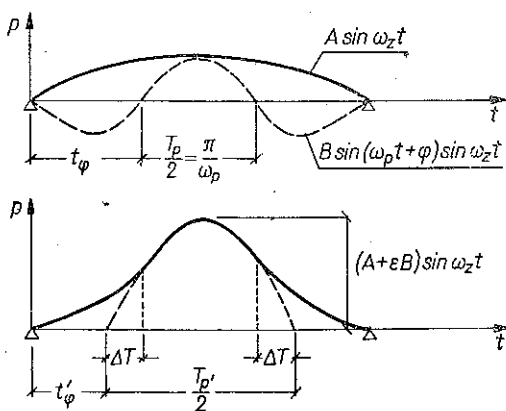
$$(2.2) \quad \sin \frac{\pi v_p t}{l} = \sin \omega_z t,$$

gdzie v_p oznacza prędkość pojazdu, l rozpiętość mostu oraz ω_z częstotliwość zastępczą, wprowadzaną dla uproszczenia wzorów i ujednoczenia oznaczeń.

Wówczas siła działająca na środek belki ma postać

$$(2.3) \quad [A + Be^{-at} \sin(\omega_p t + \varphi)] \sin \omega_z t.$$

Pojazdy ciężarowe dają największe wartości k_n przy prędkościach 35–50 km/godz. (≈ 10 –15 m/sec). Jednak ze względu na to, że krzywa k_n jest bardzo płaska, konieczne jest rozpatrzenie pracy dynamicznej belki dla szerszego zakresu prędkości, a przy-



Rys. 1

najmniej w przedziale 10–20 m/sec. W tym przedziale wielkość k_n waha się dla samochodów załadowanych w granicach 1,6–1,7.

Wartość czynnika tłumiącego e^{-at} ma bardzo małe znaczenie w rozpatrywanych mostach i może być pominięta, gdyż jak wykazane zostanie dalej, obciążenie ich można sprowadzić do jednego impulsu. Częstość podstawowej formy drgań nadwozia n ciężkich samochodów, jak wynika z licznych badań zagranicznych i krajowych, wynosi od 1,8 do 2,0 Hz. Dlatego też na most o $l = 9$ –12 m

przypadnie w okresie czasu odpowiadającym przejazdowi pojazdów około 1,5 okresu drgań nadwozia.

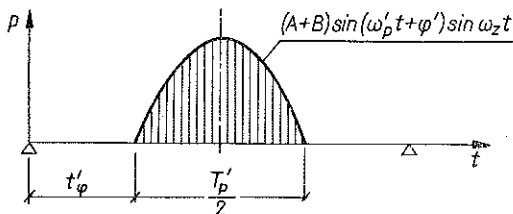
Sumę w tym przypadku obu składników równania (2.3) przedstawia rys. 1. Wartość $t\varphi$ obliczamy z zależności

$$(2.4) \quad t\varphi = -\frac{\varphi}{\omega_p},$$

gdy za φ podstawimy wartość dającą najniekorzystniejsze, tzn. symetryczne ustalenie impulsu:

$$(2.5) \quad \varphi = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\omega_p}{\omega_z} \right).$$

Jak widać z rys. 1, obliczenie takiej belki można z wystarczającą dokładnością przeprowadzić jak dla belki jednoimpulsowej (pokazanej na rys. 2) wprowadzając nowe parametry obciążenia, obliczone ze wzorów



Rys. 2

$$\Delta T = \frac{A \operatorname{tg} \omega_z t\varphi}{A\omega_z + B\omega_p \operatorname{tg} \omega_z t\varphi},$$

$$(2.6) \quad \frac{T'_p}{2} = \frac{T_p}{2} + 2\Delta T, \quad \omega'_p = \frac{2\pi}{T'_p} \quad t'\varphi = t\varphi - \Delta T, \quad \varphi' = -\omega'_p t'\varphi.$$

Droga rozwiązania takiego układu jest znana. Poszukujemy jedynie praktycznego rozwiązania równania ruchu belki dla występujących tutaj parametrów i budowy funkcji obciążenia.

3. Analiza równania ruchu belki

Równanie ruchu drgającego środka belki ma postać:

$$(3.1) \quad m_u \ddot{y} + k\dot{y} + cy = F(t),$$

gdzie m_u oznacza masę układu, k współczynnik tłumienia wypadkowego oraz c sztywność mostu.

Jako masę układu można przyjąć w rozpatrywanym przypadku masę samego mostu sprowadzoną do środka belki, gdyż drgania własne nadwozia są znacznie wolniejsze od drgań małego mostu i nie wpływają na ich zmianę.

Jeśli oznaczyć

$$(3.2) \quad \frac{k}{m_u} = 2h, \quad \frac{c}{m_u} = b^2, \quad \frac{F(t)}{m_u} = f(t), \quad A_r = \frac{A+B}{m_u},$$

to otrzymamy

$$(3.3) \quad \ddot{y} + 2h\dot{y} + b^2 y = f(t),$$

gdzie $f(t)$ ma postać

$$\begin{aligned}
 f(t) &= 0 \text{ dla } 0 \leq t < t'_\varphi, \\
 f(t) &= A_r \sin(\omega'_p t + \varphi') \sin \omega_z t, \\
 &\text{dla } t'_\varphi \leq t \leq t'_\varphi + \frac{T'_p}{2}, \\
 f(t) &= 0 \text{ dla } t > t'_\varphi + \frac{T'_p}{2}.
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

W chwili początkowej belka znajduje się w spoczynku, tzn. dla $t_0 = 0$ $y = 0$ i $\dot{y} = 0$, a stosunek sztywności do tłumienia jest taki, że

$$\lambda^2 = b^2 - h^2 > 0.$$

Stąd całkę równania (3.3) można napisać w postaci

$$y = \frac{1}{\lambda} e^{-ht} \int_0^t e^{h\tau} f(\tau) \sin \lambda(t - \tau) d\tau. \tag{3.5}$$

Zważywszy, że w przedziale $[0, t'_\varphi]$ wartość całki równa się zeru, a w przedziale $[t'_\varphi + T'_p/2, \infty]$ nie wystąpi największe wychylenie, wystarczy rozpatrzyć przedział $[t'_\varphi, t'_\varphi + T'_p/2]$.

Równanie (3.5) przyjmuje w takim przypadku postać

$$y = \frac{A_r}{\lambda} e^{-ht} \int_{t'_\varphi}^t e^{h\tau} \sin(\omega'_p \tau + \varphi') \sin \omega_z \tau \sin \lambda(t - \tau) d\tau. \tag{3.6}$$

Wprowadzamy jeszcze oznaczenia

$$\begin{aligned}
 A_s &= \frac{A_r}{400 \lambda} = \frac{A + B}{400 \lambda m_u}, \\
 R_n &= \frac{100}{\sqrt{\alpha_n^2 + h^2}}, \quad n = 1, 2, 3, 4,
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

$$\alpha_n = [+ , - , + , -] \omega'_p + [+ , + , - , -] \omega_z + [+ , - , - , +] \lambda.$$

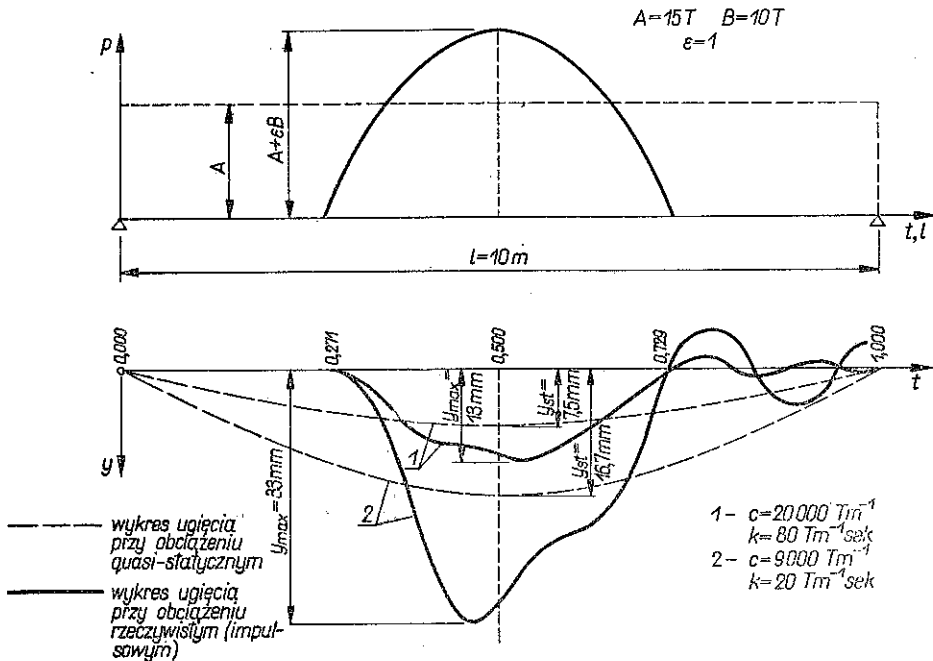
Nawiasy oznaczają znaki, jakie należy brać przy kolejnych n . Przy tych oznaczeniach znajdziemy:

$$\begin{aligned}
 \varphi_n &= -\varphi' - (-1)^n \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\alpha_n}{h}, \quad n = 1, 2, 3, 4, \\
 \psi_n &= [- , - , + , +] \varphi_n + [+ , - , - , +] \alpha_n t'_\varphi.
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

Oznaczmy jeszcze następujące sumy składowych harmoniczných:

$$\begin{aligned}
 H_1 &= R_1 \sin [(\omega'_p + \omega_z) t - \varphi_1] - R_4 \sin [(\omega'_p + \omega_z) t - \varphi_4] = \\
 &= a_1 \sin [(\omega'_p + \omega_z) t + \delta_1], \\
 (3.9) \quad H_2 &= R_3 \sin [(\omega'_p - \omega_z) t - \varphi_3] - R_2 \sin [(\omega'_p - \omega_z) t - \varphi_2] = \\
 &= a_2 \sin [(\omega'_p - \omega_z) t + \delta_2], \\
 H_3 &= R_1 \sin (\lambda t - \psi_1) + R_4 \sin (\lambda t - \psi_4) - [R_2 \sin (\lambda t - \psi_2) + \\
 &+ R_3 \sin (\lambda t - \psi_3)] = a_3 \sin (\lambda t + \delta_3).
 \end{aligned}$$

Sumowania te najlepiej wykonać graficznie, znajdując wartości a_n i δ_n .



Rys. 3

W wyniku tego można równanie (3.6) napisać w postaci

$$(3.10) \quad y = A_s [H_1 + H_2 + H_3 e^{-h(t-t'_\varphi)}].$$

Jak widać, ruch środka belki składa się z trzech ruchów harmoniczných, z których jeden jest tłumiony według funkcji wykładniczej. Można sporządzić ich wykresy w przedziale

$$\left[t'_\varphi, t'_\varphi + \frac{T'_p}{2} \right]$$

i otrzymać wykres wypadkowy przedstawiający dynamiczne ugięcie mostu jako funkcję czasu.

Dla ilustracji rozpatrzono dwa przykłady dla mostów o różnej sztywności c i współczynniku tłumienia k , przy tej samej rozpiętości $l = 10$ m i dla tych samych parametrów obciążenia:

$$A = 15T, \quad k_n = 1,67, \quad \omega_p = 12,56 \text{ sek}^{-1}, \quad v_p = 10 \text{ m} \cdot \text{sek}^{-1}.$$

Wykresy ugięć statycznych i dynamicznych tych mostów przedstawia rys. 3.

4. Określenie wielkości wpływu dynamicznego

Wielkość wpływu dynamicznego wyznaczonego na podstawie porównania ugięć wyznaczyć możemy ze wzoru

$$(4.1) \quad \eta = \frac{y_{d \max}}{y_{st}},$$

gdzie ugięcie statyczne $y_{st} = A/c$.

Dokładną wartość η możemy wyznaczyć jedynie przy znajomości pełnego wykresu y_d w przedziale obciążenia, co wyraża wzór (3.10), gdyż miejsce wystąpienia $y_{d \max}$ jest zupełnie dowolne dla różnych parametrów i z góry nieznane.

Można jednakże wykorzystując pewne spostrzeżenia, dotyczące charakteru rozwiązania oraz wzajemnych stosunków czynników charakteryzujących obciążenie i konstrukcję, zanalizować jakościowo wartość dodatku dynamicznego. Wyrażenia będące we wzorach (3.10) i (4.1) kombinacją wielkości masy układu, sztywności, tłumienia i przesunięcia fazowego znajdują się w takiej od siebie zależności, że wpływ ich staje się mały w stosunku do wartości k_n i ta ostatnia stanowi dominujący składnik współczynnika dodatku dynamicznego η . Szacunkowe przeliczenia prowadzą do zależności

$$(4.2) \quad \eta \approx \frac{k_n}{\sqrt{1 - \frac{h^2}{b^2}}} \approx k_n.$$

Wartość k_n jest zazwyczaj bardzo duża, stąd i duże są wartości dodatku dynamicznego.

W przykładach podanych na rys. 3 dokładne wartości dodatku dynamicznego wyniosły:

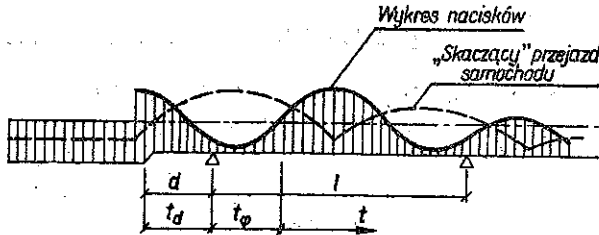
$$\eta = 1,74 \quad \text{dla} \quad c = 20\,000 \text{ Tm}^{-1},$$

$$\eta = 1,98 \quad \text{dla} \quad c = 9\,000 \text{ Tm}^{-1}.$$

Widzimy, że wartości te są większe niżeli wartość $k_n = 1,67$ i są znacznie wyższe od podanych w obowiązujących normach, zatem wskazana byłaby dyskusja nad zmianą wartości współczynnika normowego przynajmniej dla mostów rozpiętości od 9 do 12 m, a nawet w granicach od 7 do 14 m.

5. Uwagi końcowe

Równanie (3.10) zostało wyprowadzone dla założenia, że samochód napotkawszy nierówność progową porusza się z taką prędkością v_p , że maksimum impulsu przypadnie na środek belki wg rys. 4.



Rys. 4

W celu ustalenia zakresu rozpiętości mostów, dla których mają zastosowanie przedstawione wyżej rozważania, konieczne jest określenie kąta wyprzedzenia impulsu związanego z tym, że nierówności progowe występują w pewnym odstępie przed linią podparcia ustroju nośnego.

Kąt wyprzedzenia ϑ wynosi

$$(5.1) \quad \vartheta = \omega_p(t_d + t_\varphi) = \frac{3}{2}\pi, \quad t_d = \frac{d}{v_p}, \quad \omega_p t_\varphi = -\varphi.$$

Po podstawieniu za φ wartości wzoru (2.5) i zastąpieniu tam ω_z przez wartość $\pi v_p/l$ zgodnie z (2.2) i $\omega_p = 2\pi n$ otrzymamy po przekształceniach wzór (5.1) w postaci:

$$(5.2) \quad l = 2 \left(\frac{v_p}{n} - d \right).$$

Gdy oznaczymy $v_p/n = v$, to otrzymamy wyrażenie na wartość graniczną rozpiętości, dla których odnosi się podane rozwiązanie:

$$(5.3) \quad l_g = 2(v - d).$$

Jak wynika z rozważań podanych w p. 2 wartość v waha się w granicach od 5,0 do 11,0, a odległość d nierówności progowej od linii łożysk wynosi od 0,5 do 1,5 m.

Stąd zakres stosowalności rozwiązania (3.10) wynosi zgodnie z (5.3) dla l_g od 7 do 21 m.

Jeśli odwrócimy równanie (5.2), to otrzymamy wartość prędkości, dla której należy liczyć most o danej rozpiętości:

$$(5.4) \quad v_{p \text{ obl}} = \frac{n}{2} (l + 2d).$$

Trzeba tu zauważyć, że przy dużych prędkościach ($v_p > 15$ m/sec) współczynnik k_n spada wyraźniej i dlatego mosty o rozpiętości powyżej 14 m należałoby liczyć według metod omówionych w pracy [1].

Literatura cytowana w treści

1. J. GŁOMB, *O pracy dynamicznej mostów drogowych*, Arch. Inżyn. Ładow., 1, 1 (1964).
2. J. GŁOMB, *Wpływ nierówności nawierzchni na obciążenia dynamiczne mostów drogowych*, Inżyn. Budown., 8, 1962.
3. J. BIGGS, H. SUER, J. LOUW, *The vibration of single span highway bridges*, Proc. ASCE, J. Structural Division, Nov. 1957.
4. LOONEY, *High-speed computer applied to bridge impact*, Proc. ASCE, J. Struc. Div., Sept. 1958.
5. O. BODE, P. OEHNER, *Untersuchungen über dynamische Bodenkräfte schwerer Kraftfahrzeuge*, Deutsche Kraftfahrtforschung und Strassenverkehrstechnik, H. 120, VDI-Verlag, 1958.

Резюме

ВЛИЯНИЕ ИМПУЛЬСНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ
НА ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОГИБЫ МАЛЫХ ДОРОЖНЫХ МОСТОВ

Обсуждается динамическое воздействие средств передвижения на малый дорожный мост. Такие мосты нагружены одним гармоническим импульсом. В работе выводится дифференциальное уравнение динамических прогибов такой балки и проводится его дискуссия. Сравниваются динамические прогибы со статическими и на основе качественного анализа делаются заключения, касающиеся «динамического превышения» для этой группы мостов.

В заключение, обсуждается область применимости приведенного решения.

Summary

DYNAMIC DEFLECTION OF SMALL ROAD BRIDGES UNDER IMPULSE LOAD

The object of the consideration is the dynamic action of a vehicle on a small road bridge. Such a bridge is loaded by a single harmonic impulse. The differential equation of dynamic deflection is derived and discussed. Dynamic and Static deflections are compared. After qualitative analysis some conclusions are drawn on the «dynamic addition» for such bridges.

In the final part of the paper the applicability range of the solution is discussed.

Praca została złożona w Redakcji dnia 27 maja 1964 r.
