

POWIERZCHNIE GRANICZNE DLA NIEJEDNORODNYCH POWŁOK OBROTOWYCH

R. SANKARANARAYANAN (BANGALORE)

1. Wstęp

W wielu zastosowaniach konstrukcji powłokowych koniecznym staje się rozważenie sytuacji, kiedy własności materiału zmieniają się w kierunku prostopadłym do powierzchni powłoki. Jako przykład podać można powłokę złożoną z szeregu warstw o różnych własnościach mechanicznych. Innym przykładem może być powłoka, której zmiana własności materiałowych wzdłuż grubości wywołana jest przez obrotowo-symetryczne nagrzanie.

W dotychczasowym sposobie podejścia do zagadnień wielowarstwowych powłok zakładało się, że poszczególne warstwy powłoki przylegają do siebie we wszystkich punktach. Oznacza to, że powłoka warstwowa zachowuje się jak powłoka pełna, której własności mechaniczne są odcinkowo ciągłe. W obecnej pracy zakłada się, że powłoka składa się z dostatecznie dużej liczby warstw, tak aby spełniony został warunek zmiany własności materiału wzdłuż grubości płyty w sposób ciągły. Zakłada się ponadto, że materiał poszczególnych warstw powłoki jest nieściśliwy, sztywno idealnie-plastyczny i podlega warunkowi największych naprężeń ścinających oraz stowarzyszonemu prawu płynięcia. Stąd dla celów obecnej pracy wystarczy uwzględnić niejednorodną zmianę granicy plastyczności materiału w kierunku grubości powłoki.

W dalszej części pracy podany zostanie sposób wyznaczenia powierzchni granicznych dla niejednorodnych powłok obrotowych. Rozważane będą jedynie obrotowo-symetryczne warunki obciążenia i podparcia. Wcześniejsze wyniki dotyczące jednorodnych powłok stają się szczególnymi przypadkami wyników ogólnych uzyskanych w obecnej pracy.

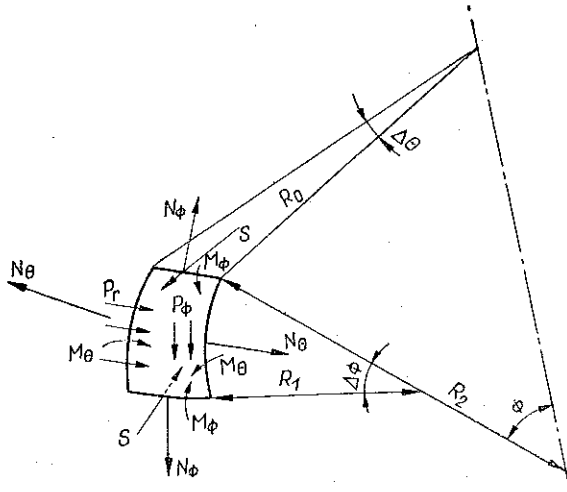
2. Uogólnione naprężenia i prędkości odkształceń

Stan naprężenia w symetrycznie obciążonej obrotowo-symetrycznej powłoce określony jest przez obwodowe i podłużne siły membranowe N_φ , N_θ i momenty M_θ , M_φ oraz siłę tnącą Q . Zakłada się, że proste normalne do powierzchni środkowej powłoki pozostają proste i prostopadłe do odkształconej powierzchni środkowej oraz że przemieszczenia są małe. Wynika stąd, że siła tnąca Q nie jest uogólnionym naprężeniem, ale odgrywa rolę reakcji, ponieważ odpowiadające jej odkształcenie ścinające nie jest uwzględnione. Występują więc cztery uogólnione naprężenia N_θ , N_φ , M_θ , M_φ .

Ponieważ kierunkami głównymi w powłoce są θ i φ , głównymi naprężeniami są $\sigma_r = 0$, σ_θ i σ_φ . Cztery uogólnione naprężenia powiązane są w następujący sposób z dwoma głównymi naprężeniami:

$$(2.1) \quad \begin{aligned} N_\theta &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\theta dz, & N_\varphi &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\varphi dz, \\ M_\theta &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\theta z dz, & M_\varphi &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\varphi z dz. \end{aligned}$$

Rozważając element powłoki przedstawiony na rys. 1 zauważamy, że obciążenie na jednostkę powierzchni środkowej powłoki posiada w kierunku południkowym



Rys. 1

składową P_φ , a w kierunku normalnej składową P_r . Odległość rozważanego elementu od osi obrotu wynosi r_0 , natomiast promienie głównych krzywizn oznaczone są r_1 i r_2 . Promienie te związane są zależnością

$$(2.2) \quad r_0 = r_2 \sin \varphi.$$

Wykorzystując hipotezę prostych normalnych można wyrazić prędkość odkształcenia dowolnego punktu powłoki za pomocą wydłużenia λ i krzywizny κ odpowiedniego punktu na powierzchni środkowej

$$(2.3) \quad \varepsilon_\theta = \lambda_\theta + z\kappa_\theta, \quad \varepsilon_\varphi = \lambda_\varphi + z\kappa_\varphi,$$

gdzie λ_θ , λ_φ , κ_θ i κ_φ są niezależne od z .

3. Kryterium uplastycznienia

Warunek plastyczności Treski postuluje, że uplastycznienie następuje wówczas, kiedy maksymalne naprężenie ścinające osiąga wartość, którą ono ma, kiedy na-

stępuje płynięcie plastyczne przy jednoosiowym rozciąganiu. Ponieważ maksymalne naprężenie ścinające równa się połowie różnicy największego i najmniejszego naprężenia głównego, uplastycznienie zachodzi, jeśli

$$(3.1) \quad \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \sigma_0.$$

Powierzchnia plastyczności odpowiadająca warunkowi maksymalnego naprężenia ścinającego tworzy w układzie współrzędnych $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sześciokątną pryzmę. Przekrojem pryzmy jest sześciokąt foremny, a oś pryzmy pokrywa się z normalną do płaszczyzny oktaedrycznej.

W dowolnym punkcie cienkiej powłoki panuje w zasadzie płaski stan naprężenia. Wygodnie jest zatem przedstawić warunek plastyczności Treski w układzie współrzędnych naprężeń głównych σ_1, σ_2 (rys. 2).

Zgodnie ze stowarzyszonym prawem płynięcia, jeśli punkt reprezentujący stan naprężenia leży wewnątrz powierzchni plastyczności, to odpowiedni wektor prędkości odkształcenia zeruje się.

Jeśli stan naprężenia znajduje się na jednym z boków sześciokąta Treski, to wektor prędkości odkształcenia jest skierowany wzdłuż zewnętrznej normalnej do odpowiedniego boku. Jeśli stan naprężenia odpowiada punktowi przecięcia się dwóch boków sześciokąta, wówczas wektor prędkości odkształcenia musi być liniową kombinacją o nieujemnych współczynnikach zewnętrznych normalnych do rozważanych boków. Dla sztywno-idealnie-plastycznego modelu materiału stan naprężenia nie może znajdować się na zewnątrz powierzchni plastyczności.

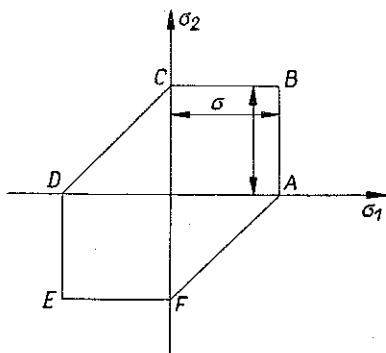
W pracy zakłada się, że granica plastyczności materiału powłoki zmienia się wzdłuż grubości. Zmiana ta może być całkiem ogólnie przedstawiona w następujący sposób:

$$(3.2) \quad \frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{\alpha + \beta}{2} + (\alpha - \beta) \left(\frac{z}{h} \right)^n.$$

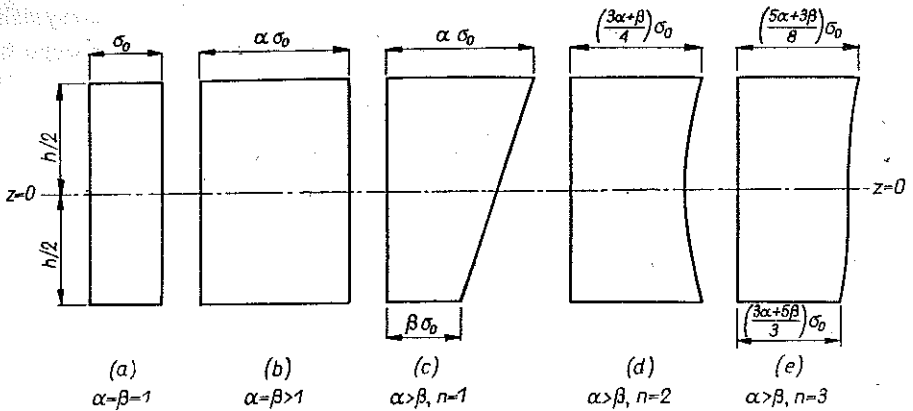
W przypadku $\alpha = \beta = 1$, równanie (3.2) sprowadza się do stałej granicy plastyczności wzdłuż grubości powłoki. Kilka szczególnych przypadków równania (3.2) przedstawionych jest na rys. 3.

4. Określenie powierzchni granicznej

Powierzchnia graniczna dla elementu powłoki wyrażona przez naprężenia uogólnione musi być symetryczna względem N_θ i N_φ oraz M_θ i M_φ . Przy wyprowadzeniu powierzchni granicznej jest więc wygodnie używać indeksów 1 i 2 dla oznaczenia kierunków głównych nie utożsamiając ich z θ lub φ .



Rys. 2



Rys. 3

Tak więc

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1 dz, & N_2 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2 dz, \\
 M_1 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1 z dz, & M_2 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2 z dz, \\
 \varepsilon_1 &= \lambda_1 + z\kappa_1, & \varepsilon_2 &= \lambda_2 + z\kappa_2.
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Jeśli stan naprężenia odpowiada bokowi wieloboku Treski (rys. 2), to zgodnie z prawem płynięcia wektor $[\varepsilon_1, \varepsilon_2]$ musi być prostopadły do rozpatrywanego boku. W wierzchołku natomiast wektor $[\varepsilon_1, \varepsilon_2]$ musi być zawarty pomiędzy normalnymi do sąsiednich boków.

Rozważmy prostokątny układ współrzędnych o osiach ε_1 i ε_2 przedstawiony na rys. 4.

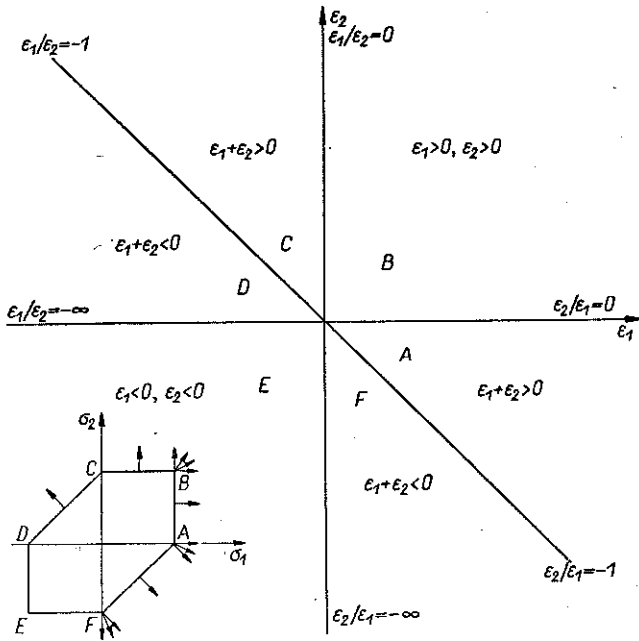
Jeśli wektor prędkości odkształcenia w punkcie znajduje się w pierwszej ćwiartce obranego układu, $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 > 0$, to z prawa płynięcia wynika, że odpowiedni punkt reprezentujący stan naprężenia musi leżeć w wierzchołku B powierzchni płynięcia (rys. 4). Podobnie każdy z sześciu obszarów na rys. 4 odpowiada określonemu wierzchołkowi warunku plastyczności zgodnie z oznaczeniami literowymi na rys. 4. Z drugiej strony boki warunku plastyczności odwzorowują się w linie rozdzielające obszary na rys. 4.

Jeśli rozkład prędkości odkształcenia wzdłuż grubości powłoki jest taki, że zawiera się w pierwszej ćwiartce na rys. 4, wówczas stan naprężenia dla całego przekroju reprezentowany jest punktem B .

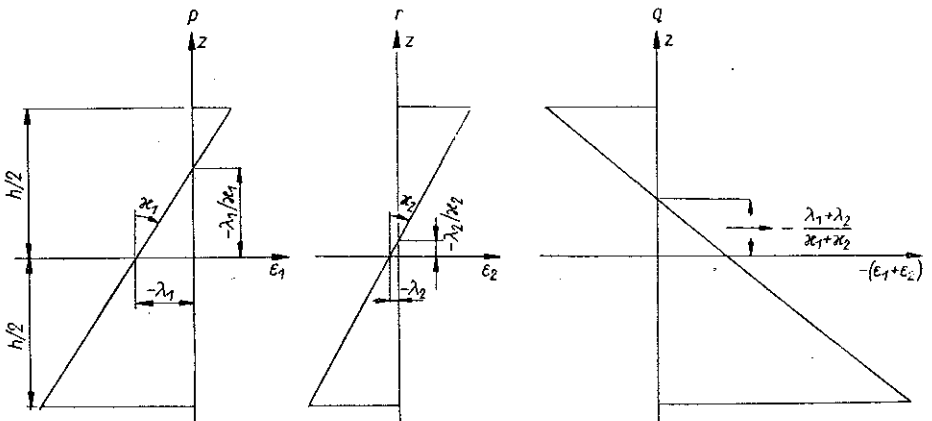
Jeśli jednak rozkład prędkości odkształcenia jest taki, że może być przedstawiony w drugiej ćwiartce na rys. 4, to stan naprężenia może być reprezentowany wierzchołkiem C lub D w zależności od wartości stosunku $\varepsilon_1/\varepsilon_2$. Tak na przykład jeśli $0 \geq \varepsilon_1/\varepsilon_2 \geq -1$, to stan naprężenia odpowiada punktowi C , jeśli zaś $-1 \geq \varepsilon_1/\varepsilon_2 \geq -\infty$, to stan naprężenia odpowiada wierzchołkowi D . Podobne wyniki otrzymać można dla pozostałych ćwiartek na rys. 4.

Rysunek 5 przedstawia typowy rozkład ε_1 , ε_2 oraz $-(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$. Postępując w omawiany wyżej sposób można otrzymać na podstawie rys. 4 i 5 następujące związki:

$$\begin{aligned}
 & h/2 \geq z \geq -\lambda_1/\kappa_1: \quad \varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0, \varepsilon_1 + \varepsilon_2 > 0, \quad \text{stan } B \\
 & \quad -\lambda_1/\kappa_1 \geq z \geq -\lambda_2/\kappa_2: \quad \varepsilon_1 < 0, \varepsilon_2 > 0; \\
 (4.2) \quad & \text{a) } 0 \geq \varepsilon_1/\varepsilon_2 \geq -1, \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 > 0, \quad \text{stan } C; \\
 & \text{b) } -1 \geq \varepsilon_1/\varepsilon_2 \geq -\infty, \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 < 0, \quad \text{stan } D; \\
 & -\lambda_2/\kappa_2 \geq z \geq -h/2: \quad \varepsilon_1 < 0, \varepsilon_2 < 0, \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 < 0, \quad \text{stan } E.
 \end{aligned}$$



Rys. 4



Rys. 5

Wykorzystując równanie (4.2) rozkład naprężeń wzdłuż grubości powłoki można napisać w następujący sposób:

$$(4.3) \quad \begin{aligned} h/2 \geq z \geq -\lambda_1/\kappa_1: & \quad \sigma_1 = \sigma, \\ -\lambda_1/\kappa_1 \geq z \geq -(\lambda_1 + \lambda_2)/(\kappa_1 + \kappa_2): & \quad \sigma = 0, \\ -(\lambda_1 + \lambda_2)/(\kappa_1 + \kappa_2) \geq z \geq -h/2: & \quad \sigma_1 = -\sigma, \\ h/2 \geq z \geq -(\lambda_1 + \lambda_2)/(\kappa_1 + \kappa_2): & \quad \sigma_2 = \sigma, \\ -(\lambda_1 + \lambda_2)/(\kappa_1 + \kappa_2) \geq z \geq -\lambda_2/\kappa_2: & \quad \sigma_2 = 0, \\ -\lambda_2/\kappa_2 \geq z \geq -h/2: & \quad \sigma_2 = -\sigma. \end{aligned}$$

Wartości momentów i sił obliczamy ze wzorów (4.1) i (4.3).

Dla nieparzystego n

$$(4.4) \quad \begin{aligned} N_1 &= (\sigma_0 h) \left\{ -\frac{\alpha + \beta}{2} (p + q) + \frac{\alpha - \beta}{n + 1} \left(\frac{1}{2^n} - p^{n+1} - q^{n+1} \right) \right\}, \\ N_2 &= (\sigma_0 h) \left\{ -\frac{\alpha + \beta}{2} (q + r) + \frac{\alpha - \beta}{n + 1} \left(\frac{1}{2^n} - q^{n+1} - r^{n+1} \right) \right\}, \\ M_1 &= (\sigma_0 h^2) \left\{ \frac{\alpha + \beta}{8} [1 - 2(p^2 + q^2)] - \frac{\alpha - \beta}{n + 2} (p^{n+2} + q^{n+2}) \right\}, \\ M_2 &= (\sigma_0 h^2) \left\{ \frac{\alpha + \beta}{8} [1 - 2(q^2 + r^2)] - \frac{\alpha - \beta}{n + 2} (q^{n+2} + r^{n+2}) \right\}. \end{aligned}$$

Dla parzystego n

$$(4.5) \quad \begin{aligned} N_1 &= (\sigma_0 h) \left\{ -\frac{\alpha + \beta}{2} (p + q) - \frac{\alpha - \beta}{n + 1} (p^{n+1} + q^{n+1}) \right\}, \\ N_2 &= (\sigma_0 h) \left\{ -\frac{\alpha + \beta}{2} (q + r) - \frac{\alpha - \beta}{n + 1} (q^{n+1} + r^{n+1}) \right\}, \\ M_1 &= (\sigma_0 h^2) \left\{ \frac{\alpha + \beta}{8} [1 - 2(p^2 + q^2)] + \frac{\alpha - \beta}{n + 2} \left(\frac{1}{2^{n+1}} - p^{n+2} - q^{n+2} \right) \right\}, \\ M_2 &= (\sigma_0 h^2) \left\{ \frac{\alpha + \beta}{8} [1 - 2(q^2 + r^2)] + \frac{\alpha - \beta}{n + 2} \left(\frac{1}{2^{n+1}} - q^{n+2} - r^{n+2} \right) \right\}. \end{aligned}$$

W równaniach (4.4) i (4.5) wprowadzone zostały następujące oznaczenia:

$$(4.6) \quad p = -\frac{\lambda_1}{h\kappa_1}, \quad q = -\frac{1}{h} \left(\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\kappa_1 + \kappa_2} \right), \quad r = -\frac{\lambda_2}{h\kappa_2}.$$

W czterowymiarowej przestrzeni, w której N_1 , N_2 , M_1 , M_2 tworzą prostokątny układ współrzędnych, równania (4.4) i (4.5) opisują część powierzchni granicznej w przedstawieniu parametrycznym. Równania te nie przedstawiają całej powierzchni

granicznej, ponieważ wyprowadzone zostały jedynie dla przypadku przedstawionego na rysunku, gdzie z góry zdefiniowany został rozkład ε_1 , ε_2 i $-(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$.

Rysunek 5 wskazuje, że rozkład prędkości odkształceń jest taki, że

$$-\frac{h}{2} \leq -\frac{\lambda_2}{\kappa_2} \leq -\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\kappa_1 + \kappa_2} \leq -\frac{\lambda_1}{\kappa_1} \leq \frac{h}{2}.$$

Istnieje dwanaście możliwych sposobów rozkładu prędkości odkształcenia wzdłuż grubości powłoki. Odpowiednie wyniki zebrane są w tablicach 1 i 2, gdzie zastosowane zostały następujące oznaczenia:

$$n_1 = \frac{N_1}{\sigma_0 h}, \quad n_2 = \frac{N_2}{\sigma_0 h};$$

$$m_1 = \frac{4M_1}{\sigma_0 h^2}, \quad m_2 = \frac{4M_2}{\sigma_0 h^2}.$$

Wyniki przedstawione w tablicach 1 i 2 pozwalają na następujące interpretacje:

Jeśli p , q i r nie równają się sobie i zawierają się w przedziale $(-1/2, 1/2)$, wówczas w zależności od tego, która z sześciu nierówności jest spełniona, otrzymuje się odpowiednią powierzchnię graniczną. We wszystkich przypadkach należy uwzględnić górny lub dolny znak odpowiednio w całym wierszu. Kryterium właściwego wyboru jest dodatniość wewnętrznej prędkości dysypacji energii:

$$D = N_1 \lambda_1 + N_2 \lambda_2 + M_1 \kappa_1 + M_2 \kappa_2.$$

Jeśli p , q i r w dalszym ciągu nie są sobie równe, ale co najmniej jedna jest większa niż $1/2$, wówczas odpowiedni parametr musi zostać zastąpiony przez $1/2$ w tablicach 1 i 2. Podobnie, jeśli parametr jest mniejszy niż $-1/2$, we wzorach należy podstawić zamiast niego wartość $-1/2$.

Jeśli którykolwiek z parametrów p , q i r obliczony z równań (4.6) staje się nieokreślony, pozostałe dwa parametry muszą być sobie równe. Na przykład kiedy $\lambda_2 = \kappa_2 = 0$, r staje się nieokreślone i $p = q$. Odpowiednią powierzchnię graniczną otrzyma się, jeśli przyrównać p i q w tych przypadkach, kiedy parametry p i q przyjmują pośrednie wielkości oraz kiedy wyeliminuje się naprężenia niezależne od r .

W przypadku kiedy $p = q = r$, należy stosować w tablicach 1 i 2 konwencję polegającą na tym, że pośrednim parametrem jest ten, który czyni $|\varepsilon|$ maksymalnie dużym, gdzie przez ε oznaczono ε_1 , ε_2 lub $-(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$. W ten sposób sformułowana została powierzchnia graniczna dla obrotowo-symetrycznych powłok. W przypadku $\alpha = \beta = 1$, wyznaczona powierzchnia graniczna pokrywa się z odpowiednią powierzchnią wyznaczoną przez E. T. ONATA i W. PRAGERA [1].

Znając powierzchnię graniczną w przedstawieniu parametrycznym w zależności od p , q i r można otrzymać stowarzyszone prawo płynięcia, wykorzystując warunek normalności. Oznaczmy składowe wektora prędkości odkształcenia w kierunkach n_1 , n_2 , m_1 i m_2 odpowiednio przez A , B , C i D . Warunek prostopadłości prowadzi do równania

$$(4.7) \quad Adn_1 + Bdn_2 + Cdm_1 + Ddm_2 = 0.$$

Tablica 1. Prawo płynięcia, n — nieparzyste

$$E(\lambda_1, \lambda_2, \kappa_1, \kappa_2) = -4p(q-r) : -4r(p-q) : (q-r) : (p-q)$$

Parametr	$\pm n_1$	$\pm n_2$	$\pm m_1$	$\pm m_2$
q	$-\frac{\alpha+\beta}{2}(p+q) + \frac{\alpha-\beta}{n+1} \left(\frac{1}{2^n} - p^{n+1} - q^{n+1} \right)$	$-\frac{\alpha+\beta}{2}(q+r) + \frac{\alpha-\beta}{n+1} \left(\frac{1}{2^n} - q^{n+1} - r^{n+1} \right)$	$\frac{\alpha+\beta}{2} \{1-2(p^2+q^2)\} - \frac{4(\alpha-\beta)}{n+2} (p^{n+2} + q^{n+2})$	$\frac{\alpha+\beta}{2} \{1-2(q^2+r^2)\} - \frac{4(\alpha-\beta)}{n+2} (q^{n+2} + r^{n+2})$
r	$\frac{\alpha+\beta}{2}(p-q) + \frac{\alpha-\beta}{n+1} (p^{n+1} - q^{n+1})$	$-\frac{\alpha+\beta}{2}(q+r) + \frac{\alpha-\beta}{n+1} \left(\frac{1}{2^n} - q^{n+1} - r^{n+1} \right)$	$(\alpha+\beta)(p^2-q^2) + \frac{4(\alpha-\beta)}{n+2} (p^{n+2} - q^{n+2})$	$\frac{\alpha+\beta}{2} \{1-2(q^2+r^2)\} - \frac{4(\alpha-\beta)}{n+2} (q^{n+2} + r^{n+2})$
p	$-\frac{\alpha+\beta}{2}(p+q) + \frac{\alpha-\beta}{n+1} \left(\frac{1}{2^n} - p^{n+1} - q^{n+1} \right)$	$-\frac{\alpha+\beta}{2}(q-r) - \frac{\alpha-\beta}{n+1} (q^{n+1} - r^{n+1})$	$\frac{\alpha+\beta}{2} \{1-2(p^2+q^2)\} - \frac{4(\alpha-\beta)}{n+2} (p^{n+2} + q^{n+2})$	$-(\alpha+\beta)(q^2-r^2) - \frac{4(\alpha-\beta)}{n+2} (q^{n+2} - r^{n+2})$

Tablica 2. Prawo płynięcia, n — parzyste

$$E(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_2) = -4p(p-q) : (q-r) : (p-q)$$

Parametr	$\pm n_1$	$\pm n_2$	$\pm m_1$	$\pm m_2$
q	$-\frac{\alpha+\beta}{2}(p+q) - \frac{\alpha-\beta}{n+1}(q^{n+1}+p^{n+1})$	$-\frac{\alpha+\beta}{2}(q+r) - \frac{\alpha-\beta}{n+1}(q^{n+1}+r^{n+1})$	$\frac{\alpha+\beta}{2}\{1-2(p^2+q^2)\} + \frac{4(\alpha-\beta)}{n+2}\left(\frac{1}{2^{n+1}}p^{n+2}-q^{n+2}\right)$	$\frac{\alpha+\beta}{2}\{1-2(q^2+r^2)\} + \frac{4(\alpha-\beta)}{n+2}\left(\frac{1}{2^{n+1}}q^{n+2}-r^{n+2}\right)$
p	$-\frac{\alpha+\beta}{2}(p+q) - \frac{\alpha-\beta}{n+1}(p^{n+1}+q^{n+1})$	$-\frac{\alpha+\beta}{2}(q-r) - \frac{\alpha-\beta}{n+1}(q^{n+1}-r^{n+1})$	$\frac{\alpha+\beta}{2}\{1-2(p^2+q^2)\} + \frac{4(\alpha-\beta)}{n+2}\left(\frac{1}{2^{n+1}}p^{n+2}-q^{n+2}\right)$	$-(\alpha+\beta)(q^2-r^2) - \frac{4(\alpha-\beta)}{n+2}(q^{n+2}-r^{n+2})$
r	$\frac{\alpha+\beta}{2}(p-q) + \frac{\alpha-\beta}{n+1}(p^{n+1}-q^{n+1})$	$-\frac{\alpha+\beta}{2}(q+r) - \frac{\alpha-\beta}{n+1}(q^{n+1}+r^{n+1})$	$(\alpha+\beta)(p^2-q^2) + \frac{4(\alpha-\beta)}{n+2}(p^{n+2}-q^{n+2})$	$\frac{\alpha+\beta}{2}\{1-2(q^2+r^2)\} - \frac{4(\alpha-\beta)}{n+2}\left(\frac{1}{2^{n+1}}q^{n+2}-r^{n+2}\right)$

Ponieważ uogólnione naprężenia wyrażają się przez parametry p , q , i r , otrzymujemy następującą zależność:

$$(4.8) \quad dn_1 = \frac{\partial n_1}{\partial p} dp + \frac{\partial n_1}{\partial q} dq + \frac{\partial n_1}{\partial r} dr.$$

Podobne wyrażenia otrzymać można dla dn_2 , dm_2 i dm_1 . Po podstawieniu tych zależności do równania (4.7) okazuje się, że aby równanie (4.7) było spełnione dla wszystkich wartości p , q i r , współczynniki dp , dq i dr muszą jednocześnie zerać się. Prowadzi to do następującego układu trzech równań zawierających A , B , C i D :

$$(4.9) \quad \begin{aligned} A \frac{\partial n_1}{\partial p} + B \frac{\partial n_2}{\partial p} + C \frac{\partial m_1}{\partial p} + D \frac{\partial m_2}{\partial p} &= 0, \\ A \frac{\partial n_1}{\partial q} + B \frac{\partial n_2}{\partial q} + C \frac{\partial m_1}{\partial q} + D \frac{\partial m_2}{\partial q} &= 0, \\ A \frac{\partial n_1}{\partial r} + B \frac{\partial n_2}{\partial r} + C \frac{\partial m_1}{\partial r} + D \frac{\partial m_2}{\partial r} &= 0. \end{aligned}$$

Z równań (4.9) wyrazić można trzy spośród czterech niewiadomych A , B , C i D jako funkcje jednej tylko wielkości. Jest to wystarczające do określenia kierunków wektora prędkości odkształcenia. Prawo płynięcia, podane w tablicach 1 i 2, pokrywa się z wynikami uzyskanymi przez ONATA i PRAGERA [1].

Literatura cytowana w tekście

1. E. T. ONAT, W. PRAGER, *Limit analysis of shells of revolution*, Proc. Royal Netherlands Acad. Sci., Series B, 57 (1954), 539-548.

Резюме

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ ДЛЯ НЕОДНОРОДНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ

Напряженное состояние в осесимметричной оболочке характеризуют мембранные силы и моменты в окружном и продольном направлениях. В работе принимается, что материал оболочки является жестко-идеально-пластическим, но предел текучести материала изменяется по толщине оболочки. Определяется условие пластичности, выраженное в обобщенных напряжениях при предположении, что материал оболочки подчиняется критерию перехода в пластическое состояние максимального напряжения сдвига.

Summary

YIELD SURFACES FOR NON-HOMOGENEOUS SHELLS OF REVOLUTION

The state of stress in a rotationally symmetric shell is characterized by the direct stresses and moments in the circumferential and longitudinal directions. It is assumed that the material of the shell is rigid perfectly plastic and that the yield stress of the material varies over the thickness of the shell. The yield condition for the shell is obtained in terms of the stress resultants assuming that the material of the shell obeys the maximum shear stress criterion.

Praca została złożona w Redakcji dnia 7 lipca 1965 r.