

**METODA WARSTWY ELASTOOPTYCZNEJ W ZASTOSOWANIU DO MODELOWEGO  
BADANIA PRZESTRZENNYCH ZAGADNIEŃ KONTAKTOWYCH**

R.S. DOROSZKIEWICZ, J. LIETZ, B. MICHALSKI (WARSZAWA)

**1. Uwagi ogólne**

Celem, jaki postawili sobie autorzy, było zbadanie naprężeń w wałeczkach i pierścieniach łożyska tocznego przy różnych obciążeniach i różnych kształtach elementów tocznych. Przy rozwiązaniu tego zadania oparto się na metodzie elastooptycznej. Jest rzeczą znaną, że doświadczalne wyznaczanie naprężeń metodami elastooptyki w zagadnieniach trójwymiarowych natrafia na znaczne komplikacje natury technicznej. Najpowszechniej stosuje się w zagadnieniach przestrzennych metodę zamrażania naprężeń, jednakże ma ona szereg braków, które czynią ją nieprzydatną w pewnych technicznie ważnych przypadkach. Braki te to przede wszystkim: 1) niski moduł sprężystości materiału modelowego w warunkach zamrażania, a więc znaczne odkształcenia; 2) długi cykl badawczy (wielogodzinne zamrażanie, rozcinanie modelu); 3) wykorzystanie modelu do jednego tylko badania (do jednego schematu obciążenia). Współczynnik Poissona materiału modelowego przy zamrażaniu bliski 0,5 różni się istotnie od współczynnika tego dla materiałów konstrukcyjnych, co w zagadnieniach trójwymiarowych zakłóca prawa podobieństwa modelowego w ogóle, a w szczególności w problemach kontaktowych.

Wszystkie trzy wymienione braki zdecydowały o tym, że w naszym przypadku nie można było zastosować metody zamrażania. Wymienione na wstępie badanie stanowi bowiem problem kontaktowy, w którym warunki przylegania badanych elementów zmieniają się wraz z obciążeniem, a w takim przypadku konieczne jest dla zachowania podobieństwa modelowego przestrzeganie ograniczonej skali odkształceń. Łatwo jest wykazać na podstawie wzorów przytoczonych w p. 3.2., że wobec dużego stosunku modułu sprężystości stali do modułu materiału modelowego przy zamrażaniu ( $E/E'$  rzędu 20 000) trzeba by się ograniczyć do tak małych naprężeń, że ich badanie byłoby bardzo trudne.

Również względy wymienione w punktach 2 i 3 wobec konieczności wielokrotnego powtarzania badania ze zmianą obciążeń i wymianą wałeczków czynią metodę zamrażania nieprzydatną.

Do badań wybrano niestosowaną dotychczas w Polsce (1) metodę warstwy czulej polegającą na tym, że model wykonuje się z materiału nieczulego optycznie, tzn.

(1) Pewne elementy techniki stosowane były i opisane przez J. STUPNICKIEGO w jego pracy [5].

wykazującego minimalny efekt dwójłomności wymuszonej. W materiał ten wkleja się w badanym przekroju cienką warstwę płaską z materiału o dużej czułości optycznej, lecz o takim samym module sprężystości. W ten sposób wykonany model jest mechanicznie jednorodny, a poddany obciążeniu i prześwietlany w polaryskopie pozwala rejestrować stan naprężenia w czulej warstwie zwykłymi metodami elastooptyki. Dla wyeliminowania załamania promieni świetlnych podczas przechodzenia przez model umieszcza się go w wannie immersyjnej wypełnionej cieczą o współczynniku załamania światła równym współczynnikowi materiału modelu. Zastosowanie tej metody wymaga pokonania pewnych trudności, takich jak uzyskanie odpowiednich materiałów na modele, opanowanie techniki ich beznaprężeniowego klejenia z zachowaniem przezroczystości i dużej wytrzymałości itp.

Zaletą metody warstwy czulej jest możliwość natychmiastowej obserwacji i fotografowania obrazu optycznego, możliwość wielokrotnego wykorzystania tego samego modelu przy różnych obciążeniach, a nawet po dodatkowej obróbce zmieniającej jego kształt (ważne w zagadnieniach kształtowania wytrzymałościowego), wreszcie małe odkształcenia modelu w wyniku dużego stosunkowo modułu sprężystości rzędu  $3 \cdot 10^4$  kG/cm<sup>2</sup>.

Wymienione zalety zdecydowały o wyborze tej właśnie metody dla naszych celów, chociaż jej istotnym niedostatkim jest ograniczenie badania do stanu naprężenia w warstwie wklejonej. Autorzy nie dążąc jednak do dokonania opisaną metodą pełnej analizy trójosiowego stanu naprężenia, pragną wykazać, że drogą celowego umieszczenia czulej warstwy w modelu można z badań wyciągnąć konkretne i ważne dla praktyki wnioski, odnoszące się do stanu naprężenia w obiekcie przestrzennym.

Warto dodać, że szczególnie korzystne jest umieszczenie warstwy czulej w płaszczyźnie symetrii (o ile taka istnieje). Wówczas bowiem dwa spośród trzech naprężeń głównych leżą w płaszczyźnie warstwy, a rząd izochromy od razu wskazuje ich różnicę i tym samym, w wielu przypadkach, według hipotezy maksymalnych naprężeń stycznych, stanowi miarę wyężenia materiału. Przy badaniu wałeczka łożyskowego warstwa czuła leży w płaszczyźnie symetrii, która jest jednocześnie płaszczyzną obciążenia. W dalszym ciągu niniejszego artykułu opisana jest szczegółowo technika sporządzania modeli i przeprowadzania badań, wreszcie przedstawiony został przebieg i wyniki badania pewnego typu ciężkiego łożyska wałeczkowego.

## 2. Technika przeprowadzania badań

**2.1. Dobór materiałów.** Modele do badań trójwymiarowych metodą warstwy czulej optycznie wykonuje się ze specjalnych materiałów elastooptycznych spełniających następujące wymagania:

a) materiał modelu powinien wykazywać możliwie najniższą, a materiał warstwy możliwie najwyższą czułość optyczną;

b) oba materiały powinny posiadać zbliżone moduły sprężystości przy możliwie wysokiej wartości granicy proporcjonalności i braku pełzania.

Oprócz tych podstawowych warunków, których spełnienie decyduje o dokładności badań, wskazane jest, aby materiały modelowe spełniały pewne dodatkowe wa-

runki, np. były łatwe do obróbki i sklejania i nie wykazywały nadmiernego brzegowego efektu czasu.

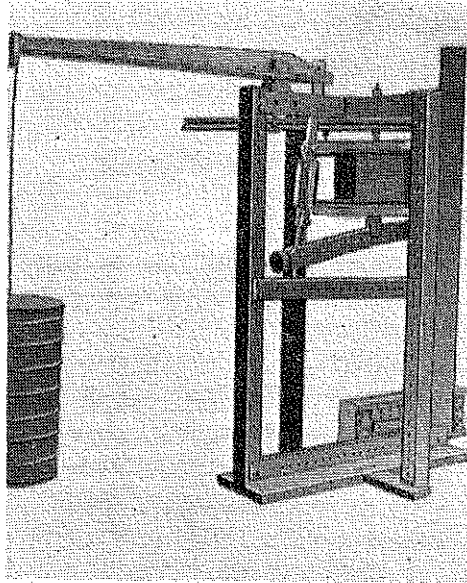
Spośród materiałów elastoptycznych dostępnych w handlu najmniejszą czułość optyczną wykazuje plexiglas ( $K_1 = 150$  kG/cm rząd). W modelach wykonanych z plexiglasu stosować można warstwę czułą optycznie z żywicy epoksydowej (o wartości izochromy  $K_1$  od 10 do 15 kG/cm), posiadającej zbliżoną wartość modułu sprężystości. Wykonując modele z obu tych materiałów otrzymalibyśmy stosunek czułości materiału warstwy czulej optycznie do materiału modelu w granicach od 10 do 15. Zestaw obu tych materiałów stosowany może być ewentualnie do wykonywania modeli do pewnych badań specjalnych, takich jak np. badania płyt, w których grubość warstwy czulej jest znaczna w stosunku do grubości materiału «nieczulego».

Natomiast w przypadku modeli przeznaczonych do badania ogólnych problemów trójwymiarowych zastosowanie zwykłego plexiglasu prowadziłoby do poważnego zmniejszenia dokładności badań, gdyż przy tym stosunku czułości efekt sprężysty w materiale modelu wpływałby w znacznym stopniu na rejestrowany obraz elastoptyczny. Z tego też względu modele do badania ogólnych problemów trójwymiarowych wykonywać należy ze specjalnego zmodyfikowanego plexiglasu o zmniejszonej czułości optycznej.

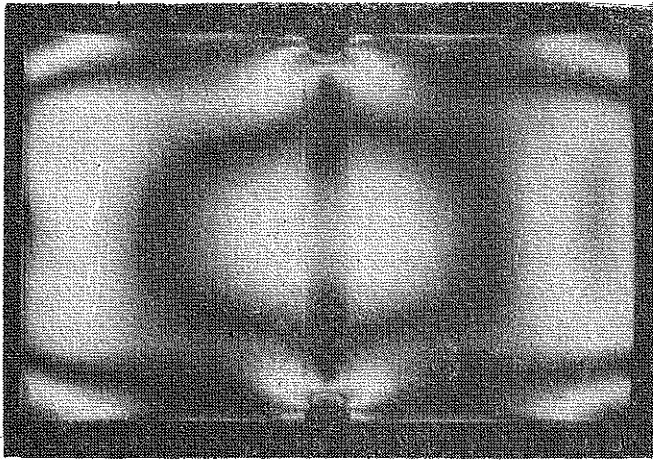
Modele do przeprowadzonych przez nas badań wykonane zostały ze specjalnego zmodyfikowanego plexiglasu sporządzonego według naszych zaleceń, którego wartość izochromy wynosiła  $K_1 = 620$  kG/cm rząd, moduł zaś sprężystości  $E = 26\,000$  kG/cm<sup>2</sup>. Do wykonania warstwy czulej optycznie dobrano drogą prób żywicę epoksydową o module sprężystości  $E = 29\,800$  kG/cm<sup>2</sup> i wartości izochromy wynoszącej  $K_1 = 13,9$  kG/cm rząd. Oba materiały posiadają wystarczająco wysoką wartość granicy sprężystości pozwalającą na obciążenie modeli w przewidzianym zakresie odkształceń.

**2.2. Wykonanie modeli.** Modele wałków i bieżni sklezione zostały z płyt zmodyfikowanego plexiglasu, pomiędzy które wklejono warstwę optycznie czułą z żywicy epoksydowej grubości 4 mm. Płyty przed sklejeniem poddane zostały odpowiedniej obróbce mechanicznej mającej na celu uzyskanie płaskich powierzchni klejenia.

Do klejenia płyt użyto kleju karbinolowego. Szczególne wymagania, jakie stawia rozpatrywane zagadnienie (duże wymiary modelu, konieczna wysoka wytrzymałość połączeń klejonych, brak naprężeń wstępnych w materiale), sprawiły, że nie można było oprzeć się na zwykłych metodach klejenia, lecz konieczne było opracowanie specjalnej technologii klejenia właściwej dla danego przypadku. Przeprowadzono w tym celu szereg prób technologicznych, które obejmowały między innymi wypróbowanie różnych rodzajów kleju (z wypełniaczem i bez wypełniacza) i różnych sposobów przygotowania powierzchni klejonych. Jak wykazały wyniki przeprowadzonych prób, najkorzystniejsze własności połączeń klejonych otrzymano przy zastosowaniu kleju bez wypełniacza, docisku wynoszącego 6 kG/cm<sup>2</sup> oraz przy przygotowaniu powierzchni klejonych przez zeszlifowanie na płycie traserskiej papierem ściernym. Wytrzymałość na ścinanie połączeń klejonych wykonanych w wyżej podany sposób wynosiła nie mniej niż 150 kG/cm<sup>2</sup>. Urządzenie do klejenia bloków pod pożądanym dociskiem przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Urządzenie do klejenia bloków pod żądanym dociskiem



Rys. 2. Izochromy w walcu ściskającym z karbem o zarysie kołowym

**2.3. Przykładowe badanie spiętrzenia naprężeń w karbie symetrycznym.** Dla wypróbowania techniki laboratoryjnej metody warstwy czulej przeprowadzono badanie spiętrzenia naprężeń w walcu ściskającym z karbem symetrycznym o zarysie kołowym.

Model z warstwą wklejoną w płaszczyźnie symetrii obciążony został w układzie umożliwiającym regulację symetrii obciążenia. Zdjęcie izochrom przy znanym obciążeniu (rys. 2) umożliwia określenie współczynnika spiętrzenia naprężeń na podstawie rzędu izochromy w karbie.

Tego typu badania opisane będą w osobnej publikacji.

### 3. Badanie łożyska walczkowego

**3.1. Uwagi ogólne.** Rozpatrzono współpracę trzech elementów łożyska, tzn. waleczka oraz pierścienia wewnętrznego i zewnętrznego przy ściskaniu w stanie statycznym. W takim układzie, jeżeli powierzchnia kontaktu waleczka i bieżni jest dokładnie walcowa, występują wyraźne spiętrzenia naprężeń na obu krańcach linii kontaktu. W celu zmniejszenia lub wyeliminowania tego spiętrzenia stosuje się zmianę zarysu tworzącej, czyli tzw. korekcję waleczka lub bieżni.

Istnieje teoretyczna możliwość doboru takiego zarysu korekcji, aby przy określonym obciążeniu rozkład nacisku był równomierny. Jednakże względy technologiczne przy masowej produkcji decydują o tym, że stosuje się korekcję zarysu tworzącej opartą na łukach i odcinkach prostoliniowych. Trzy najczęściej spotykane typy korekcji waleczka łożyskowego wyjaśnia rys. 3, który przedstawia modele waleczka kolejno bez korekcji, z pełną korekcją łukową (kształt baryłkowy, symbol B), z korekcją walec-baryłka (symbol ZB) i z korekcją walec-stożek (symbol ZK).

Praca takiego waleczka przy ściskaniu wygląda w ten sposób, że istniejące w wyniku korekcji po obu stronach luzy w miarę wzrostu obciążenia zamykają się, a przy pełnym obciążeniu następuje pewne zmniejszenie nacisków, pozwalające uniknąć powstania spiętrzeń na krańcach linii kontaktu.

Zadaniem badania jest stwierdzenie, jak dana korekcja spełnia ten cel, jakie są najkorzystniejsze parametry korekcji i przy jakiej sile następuje zamknięcie się luzów.

Rysunek 4 pokazuje modele bieżni wewnętrznej i zewnętrznej. Stanowią one niejako fragment pierścienia łożyska wycięty dwiema płaszczyznami równoległymi.

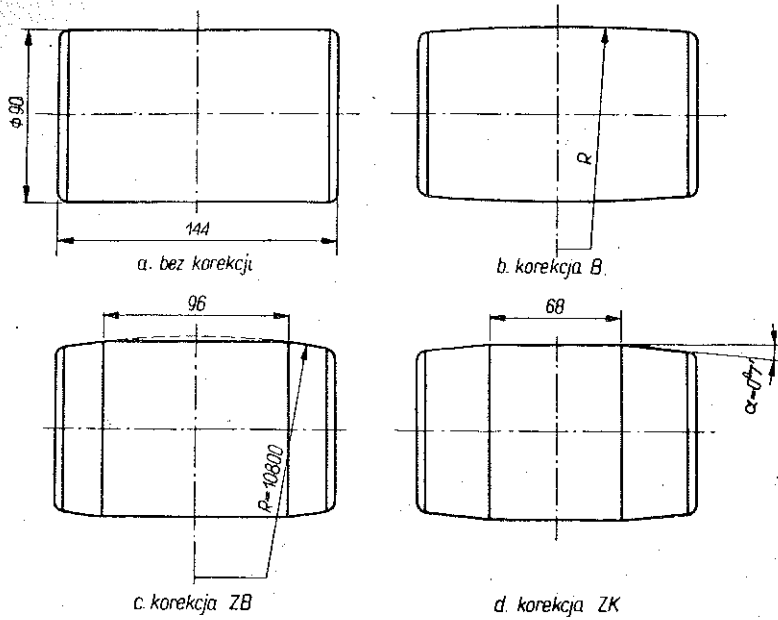
**3.2. Prawa podobieństwa modelowego w badaniu modeli waleczków łożyska tocznego.** Postawione zadanie jest problemem przestrzennym kontaktowym i jako takie wymaga specjalnego rozpatrzenia z punktu widzenia praw podobieństwa modelowego.

Rozszerzone statyczne prawo podobieństwa modelowego dla przestrzennego stanu naprężenia ustala dla współczynników skal następujące zależności [4]:

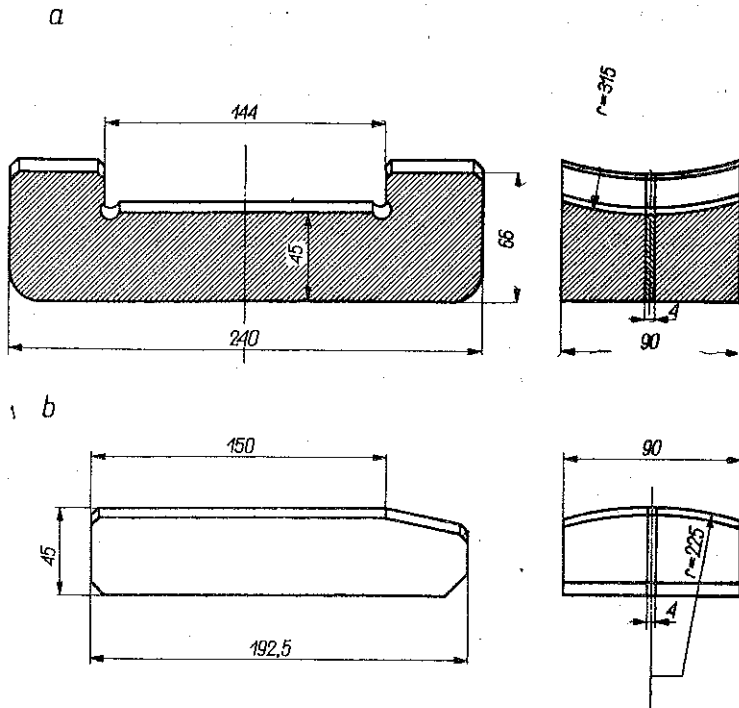
$$(3.1) \quad \kappa = \frac{\sigma}{\sigma'} \lambda^2 = \lambda \lambda_1 \frac{E}{E'}$$

Przez współczynnik skali (bezwymiarowy) rozumiemy tu stosunek pewnej wielkości w obiekcie do analogicznej wielkości w modelu (wielkości dla modelu oznaczone są indeksem  $\prime$ ). Tak więc  $\lambda = l/l'$  oznacza współczynnik skali długości (skali w jakiej wykonano model),  $\lambda_1 = \Delta l/\Delta l'$  współczynnik skali odkształceń liniowych,  $\sigma/\sigma'$  współczynnik skali naprężeń,  $\kappa = F/F'$  współczynnik skali sił,  $E$  oraz  $E'$  — moduły sprężystości dla materiału obiektu i modelu.

Przyjęcie równych współczynników skal  $\lambda$  i  $\lambda_1$  oznacza podporządkowanie się ścisłemu prawu podobieństwa (Hooke'a), które jest warunkiem równości odkształceń względnych w obiekcie i modelu. Ten silnie krępujący warunek na ogół nie musi być, jak wiadomo, w badaniach modelowych przestrzegany i współczynnik skali odkształceń  $\lambda_1$  można przyjmować niezależnie z dokładnością do liniowych rozwiązań teorii sprężystości.



Rys. 3. Modele wałeczków łożysk



Rys. 4. Modele bieżni

Dobierając parametry w danym badaniu i przy danych materiałach ( $E, E'$ ) dwa współczynniki skal można obrać dowolnie, a dwa pozostałe współczynniki są jednoznacznie określone ze wzoru (3.1). W praktyce najczęściej obiera się skalę modelu podyktowaną warunkami technicznymi badania (wielkość modelu) oraz skalę naprężeń  $\sigma/\sigma'$  podyktowaną własnościami materiałów obiektu rzeczywistego i modelu (granice liniowości sprężystej i optycznej). Wówczas mamy:

skala sił

$$(3.2) \quad \kappa = \frac{\sigma}{\sigma'} \lambda^2,$$

skala odkształceń

$$(3.3) \quad \lambda_1 = \lambda \frac{\sigma}{\sigma'} \frac{E}{E'}.$$

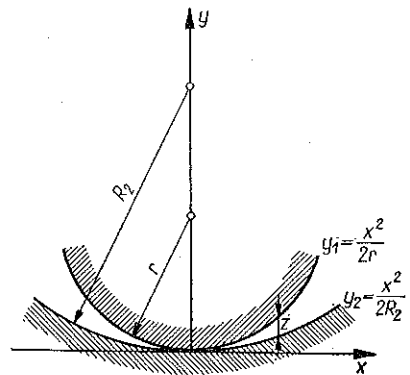
Ten współczynnik skali odkształceń  $\lambda_1$  ma dla problemu kontaktowego szczególne znaczenie ponieważ, jak wiadomo [4], jeżeli  $\lambda_1 \neq \lambda$ , to główne promienie krzywizny powierzchni modelu i obiektu w miejscu kontaktu wykonać należy nie w skali modelu  $\lambda$ , a ogólnie w innej skali równej

$$(3.4) \quad \frac{R}{R'} = \frac{\lambda^2}{\lambda_1}.$$

Wzór ten wynika z warunku, aby w otoczeniu teoretycznego punktu zetknięcia nieobciążonych modeli prześwity pozostawały do siebie w stosunku skali odkształceń  $\lambda_1$ , co zapewnia geometryczne podobieństwo powierzchni styku i rozkładu sił pod właściwym obciążeniem modelu.

Warunkowi określonemu równaniem (3.4) łatwo sprostać kształtując odpowiednio promień korekcji modelu wałeczka. Czyni to zadość warunkowi (3.4) w odniesieniu do jednego z głównych promieni krzywizny. Drugiego promienia krzywizny w modelu nie można jednak dobierać w sposób dowolny, gdyż z natury rzeczy jest on równy promieniowi wałeczka i wynika ze skali długości  $\lambda$ .

Aby uczynić zadość warunkowi podobieństwa modelowego w problemie kontaktowym, możemy więc albo zachować warunki ścisłego podobieństwa  $\lambda = \lambda_1$ , albo celowo zmienić promień krzywizny obu modeli bieżni tak, aby prześwity między wałeczkiem a bieżnią podporządkować skali odkształceń. Jeżeli oznaczymy, jak widać na rys. 5, przez  $r$  promień wałeczka w łożysku a przez  $R_2$  promień bieżni zewnętrznej oraz przez  $r'$  i  $R_2'$  odpowiednie wielkości dla modelu, to stosując jako przybliżenie zarysu kołowego w otoczeniu punktu styku parbole



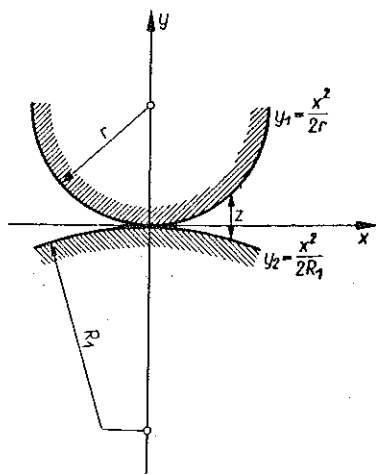
Rys. 5. Warunki styku wałeczka z bieżnią zewnętrzną

$$y_1 = \frac{x^2}{2r}, \quad y_2 = \frac{x^2}{2R_2}$$

otrzymujemy dla łożyska w miejscu o odciętej  $x$  przeswīt między powierzchniami

$$z = y_1 - y_2 = \frac{x^2}{2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right)$$

i odpowiednio dla modelu



Rys. 6. Warunki styku wałeczka z bieżnią wewnętrzną

$$z' = \frac{x'^2}{2} \left( \frac{1}{r'} - \frac{1}{R_2'} \right).$$

Dzieląc te równania stronami i uwzględniając, że

$$\frac{z}{z'} = \lambda_1, \quad \frac{x}{x'} = \lambda, \quad \frac{r}{r'} = \lambda$$

otrzymujemy

$$\lambda_1 = \frac{z}{z'} = \left( \frac{x}{x'} \right)^2 \frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2}}{\frac{1}{r'} - \frac{1}{R_2'}} = \lambda \frac{1 - \frac{r}{R_2}}{1 - \frac{r'}{R_2'}}$$

Stąd znajdziemy

$$(3.5) \quad \frac{r'}{R_2'} = 1 - \frac{\lambda}{\lambda_1} \left( 1 - \frac{r}{R_2} \right).$$

Z tego wzoru dla danego  $\lambda$  i  $\lambda_1$  można obliczyć właściwy promień modelu bieżni  $R_2'$ . Warto zauważyć, że gdy  $\lambda_1 = \lambda (1 - r/R_2)$ , to  $R_2' \rightarrow \infty$ . Oznacza to odwzorowanie przy pomocy płaskiego modelu bieżni. Gdy  $\lambda_1 < \lambda (1 - r/R_2)$ , to  $R_2'$  zmienia znak, tzn. model wklęsłej bieżni zewnętrznej staje się wypukły.

Dla bieżni wewnętrznej (rys. 6), której promień oznaczymy przez  $R_1$ , a promień krzywizny jej modelu przez  $R_1'$ , przeprowadzamy analogiczny wywód z tą różnicą, że przeswīt  $z = y_1 + y_2$ . Otrzymujemy wzór

$$(3.6) \quad \frac{r'}{R_1'} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \left( 1 + \frac{r}{R_1} \right) - 1;$$

i tu  $R_1' \rightarrow \infty$ , gdy  $\lambda_1 = \lambda (1 + r/R_1)$  (model płaski). W obu przypadkach, gdy  $\lambda = \lambda_1$  (podobieństwo ścisle), zachodzi geometryczne podobieństwo promieni krzywizn:

$$\frac{R_1}{R_1'} = \frac{R_2}{R_2'} = \frac{r}{r'} = \lambda.$$

**3.3. Obliczenie i zaprojektowanie modeli.** Przedmiotem badań było ciężkie łożysko wałeczkowe typu NU 120/240 o wymiarach (w mm): 240 mm średnica zewnętrzna, 120 mm średnica wewnętrzna, promień wałeczka  $r = 15$ , promień bieżni wewnętrznej  $R_1 = 75$ , zewnętrznej  $R_2 = 105$ . Katalogowe obciążenie maksymalne jednego wałeczka  $P_{\max} = 14\,600$  kG.



W przyjętym programie badań należało badać nie tylko rozkład naprężeń w wałeczku przy różnych obciążeniach, ale również wpływ różnych parametrów korekcji na ten rozkład. Wymagałoby to wykonania szeregu modeli wałeczków o różnych korekcjach, co pociąga za sobą konieczność sporządzenia dodatkowego kosztownego oprzyrządowania i bardzo kłopotliwej obróbki. Można ominąć te trudności stosując jeden model wałeczka z korekcją danego typu i badać go w zestawieniu z różnymi kompletami modeli bieżni o różnych promieniach  $R'_1$  i  $R'_2$  podporządkowanych wybranym współczynnikom skal  $\lambda_1$  według wzorów (3.5) i (3.6). Każdemu z tych badań odpowiadać będą różne współczynniki skali sił i naprężeń oraz, co najważniejsze, różne promienie korekcji w łożysku rzeczywistym. Widać to ze wzoru (3.4): wobec stałych  $\lambda$  i  $R'$  z różnych  $\lambda_1$  wynikają różne  $R$ .

Po przeprowadzeniu wielu próbných obliczeń i zanalizowaniu licznych wariantów zdecydowano się wykonać opisany poniżej zestaw modeli. Ogólną skalę, w jakiej wykonane zostały wszystkie modele, przyjęto możliwie dużą, aby powiększyć dokładność badania i ułatwić możliwie dokładne wykonanie profilów korekcji. Uwzględniając ograniczonosc pola widzenia i możliwości materiałowe przyjęto skalę powiększającą 3 : 1, a więc  $\lambda = 1/3$  we wszystkich badaniach.

Zaprojektowano i wykonano pięć modeli wałeczków (rys. 3): jeden niekorygowany, dwa z pełną korekcją łukową B (dwa różne promienie), jeden z korekcją ZB i jeden z korekcją ZK. Dwa modele bieżni (zewewnętrznej i wewnętrznej) zaprojektowano w ten sposób, że można je było przerabiać na nowy zaprojektowany kształt przez dalszą obróbkę. Zestaw modelu bieżni ma więc trzy wykonania, z których pierwsze odpowiada pierwszej serii badań, drugie (po dodatkowej obróbce) drugiej serii, wreszcie trzecie wykonanie zastosowane jest w trzeciej i ostatniej serii badań. Rysunek 4 pokazuje model bieżni zewnętrznej i wewnętrznej w wykonaniu II. Wykonanie I i III różni się jedynie promieniem łuku.

Pełny program badań z podaniem współczynników skal, wymiarów modeli i wielkości obciążeń podaje tabela programu badań (por. tablica na s. 468). Trzy wiersze tej tabeli odpowiadają kolejno trzem seriom badań z użyciem różnych zestawów modeli bieżni. Modelom wałeczków korygowanych odpowiadają cztery końcowe kolumny tej tabeli. Przecięcie każdej kolumny z wierszem oznacza jedno badanie podstawowe określonego modelu wałeczka w połączeniu z kompletem modeli bieżni dla danego wiersza. Mamy więc  $4 \times 3 = 12$  badań podstawowych plus jedno badanie porównawcze wałeczka bez korekcji. Na przecięciu każdego wiersza z kolumną podany jest promień korekcji stalowego wałeczka w rzeczywistym łożysku, jakiemu wg praw podobieństwa modelowego odpowiada to badanie. W przypadku korekcji ZK będzie to kąt stożka. Poza tym początkowe rubryki tabeli podają następujące wielkości:

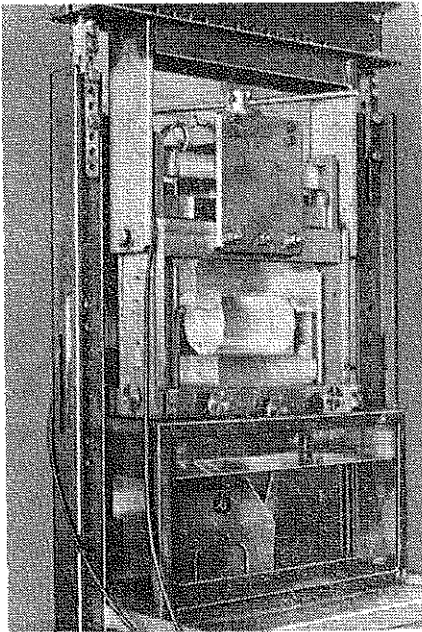
- $\lambda_1$  współczynnik skali odkształceń. Można go uważać za wielkość założoną; w serii drugiej  $\lambda_1 = \lambda = 1/3$ , co oznacza ścisły warunek podobieństwa;
- $\sigma/\sigma'$  współczynnik skali naprężeń określony ze wzoru (3.3); moduły sprężystości przyjęto dla stali  $E = 2,1 \cdot 10^6$  kG/cm<sup>2</sup>; dla modelu z pomiarów wynika  $E' = 2,7 \cdot 10^4$  kG/cm<sup>2</sup>, stąd  $E/E' = 77,8$ ;
- $\kappa$  współczynnik skali sił z wzoru (3.2);
- $P_{\max}$  maksymalne obciążenie modelu odpowiadające naciskowi na wałeczek łożyska 14 600 kG;

$R'_1$  promień zaokrąglenia modelu bieźni wewnętrznej ze wzoru (3.6);  
 $R'_2$  promień zaokrąglenia modelu bieźni zewnętrznej ze wzoru (3.5);  
 $R'/R$  stosunek promienia korekcji modelu do promienia korekcji waleczka stalowego.

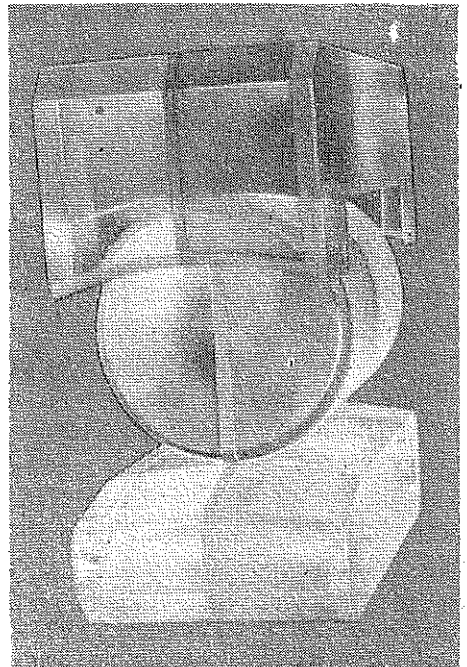
Orientacyjne obliczenie średniej szerokości strefy kontaktu waleczka z bieźnią wewnętrzną według wzoru Hertza [7] dla przypadku walców nieskończonych przy pełnym obciążeniu  $P_{max}$  daje wartość dla łożyska  $2b = 1,34$  mm, a dla modeli  $2b = 4$  mm. Szerokość strefy kontaktu waleczka z bieźnią zewnętrzną jest oczywiście większa i przewyższa grubość wklejonej warstwy czulej.

**3.4. Wykonanie modeli waleczków.** Wykonanie modeli o korygowanym zarysie narażało na znaczne trudności technologiczne. Modele wykonano ze sklejonych bloków toczeniem na tokarce według kopiałów. Kopiały o zarysie w przybliżeniu łukowym wykonano promieniem 36 m, 18 m, i 10,8 m przez szlifowanie z twardej stali. Zarys kopiała i modelu pomierzono na długościomierzu Abbego z dokładnością do  $1\mu$  i porównano na wykresie z zarysem teoretycznym. Uzyskano zgodność dobrą lub zadowalającą.

**3.5. Przeprowadzenie badań.** Zaprojektowano i wykonano specjalny przyrząd do obciążania modeli w postaci masywnej prasy o bardzo sztywnych płytach, między którymi ściskane były modele (rys. 7). Chodziło o to, aby można było pominąć

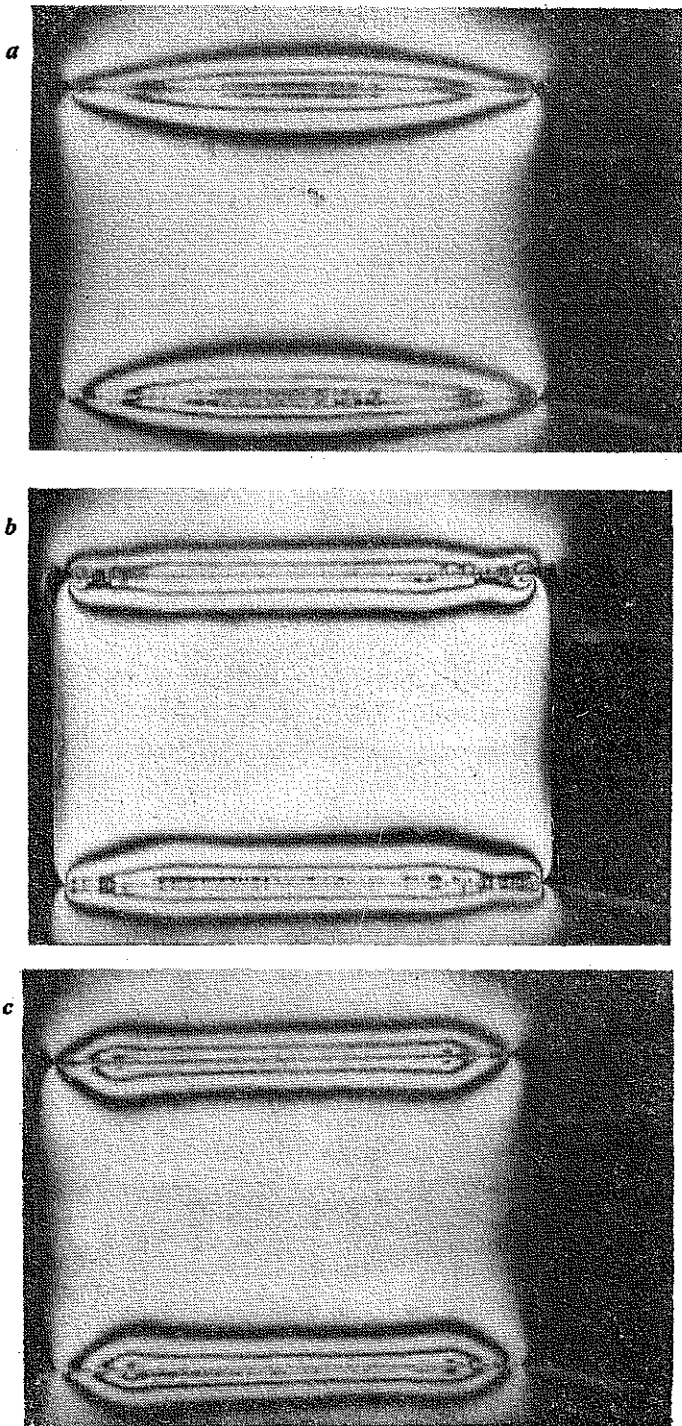


Rys. 7. Stanowisko do badania modelu łożyska



Rys. 8. Model kompletny

odkształcenia płaszczyzn stykających się z modelem. Siła w prasie wywierana była śrubą centralną za pośrednictwem belki tensometrycznej służącej do pomiaru siły przy pomocy czujników oporowych i mostka.



Rys. 9. Przykładowe izochromy modeli łożyska:  
a-model o korekcji B, b-model o korekcji ZB, c-model o korekcji ZK

Poniżej modelu umieszczonego w prasie widać wannę immersyjną. Podnosząc wannę do góry pogrążamy model w cieczy. Jako cieczy immersyjnej użyto ftalanu dwubutyłu, którego współczynnik załamania światła jest prawie identyczny ze współczynnikiem załamania plexiglasu. Do badania użyto rozproszonego światła lampy sodowej. W każdym badaniu wykonywano zdjęcia izochrom dla obciążenia 25%, 50%, 75% i 100%  $P_{\max}$ .

Rysunek 8 przedstawia zdjęcie kompletnego modelu. W płaszczyźnie symetrii zarówno modelu wałka jak i każdej z bieżni widać wklejoną warstwę czułą.

**3.6. Wyniki i wnioski.** Rysunki 9a–9c przedstawiają typowe zdjęcia izochrom modeli o korekcji B, ZB i ZK. Analizowano wykresy maksymalnych naprężeń stycznych wzdłuż linii styku wałeczka z bieżnią traktując je jako miarę wyężenia materiału podobnie, jak to zrobiono przy badaniu elementów walcarki analogiczną metodą w pracy [6].

Jest rzeczą charakterystyczną, że najwyższy rząd izochromy w części środkowej modelu występuje nie na linii kontaktu, lecz w miejscu leżącym na pewnej głębokości wewnątrz modelu. Miejsce to odpowiada «punktowi Bielajewa», na który autor ten wskazał w pracy [7].

Sporządzono zestawienie wykresów maksymalnych naprężeń stycznych dla różnych obciążeń i różnych parametrów korekcji (rys. 10a–10c).

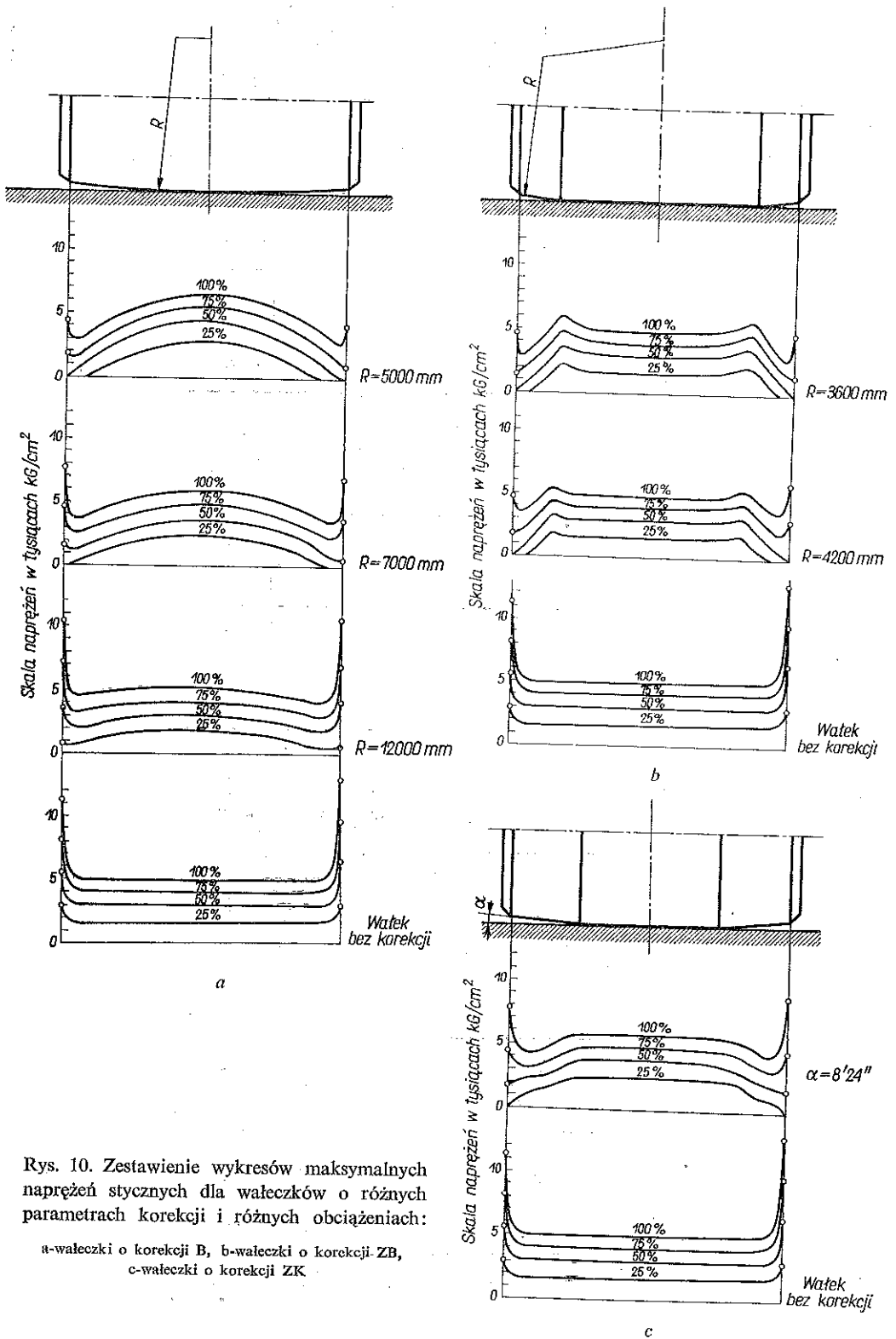
Uzyskany materiał jest jeszcze zbyt szczupły na wyciągnięcie kompletnych wniosków i ostateczny wybór optymalnej korekcji, jednakże na jego podstawie można poczynić pewne ogólne spostrzeżenia co do wpływu typu i wielkości korekcji na współpracę elementów łożyska.

Tak np. stwierdzić można, że pełną korekcję łukową cechuje znaczna nierównomierność rozkładu naprężeń w środkowej strefie modelu. Przy wzroście promienia korekcji następuje wprawdzie większe wyrównanie rozkładu naprężeń w części środkowej wałka, jednocześnie jednak rosną koncentracje naprężeń na końcach, dochodząc w przypadku  $R = 14\ 000$  mm do wartości  $23\ 000$  kG/cm<sup>2</sup>. Za optymalny promień korekcji łukowej dla badanego łożyska z punktu widzenia rozkładu naprężeń uważać można  $R = 7000$  mm.

Jak wykazały wyniki badań korekcja ZB odznacza się lepszą równomiernością naprężeń, aniżeli pełna korekcja łukowa. Optymalny promień korekcji  $R = 4000$  mm. Przyjęty profil można by jeszcze nieco poprawić przez zmianę długości części walcowej. W przypadku zbadanej korekcji ZB rozkład naprężeń wykazuje niewielkie spiętrzenia na styku części walcowej i baryłkowej.

Jeśli chodzi o ogólną ocenę korekcji typu ZK wydaje się, że może ona być również bardzo korzystna, jeśli zwiększymy jej skuteczność przez dobranie nieco większego kąta korekcji.

Na zakończenie można stwierdzić, że zastosowana metoda warstwy czułej spełniła pokładane w niej nadzieje: dała przejrzysty wgląd w badane zagadnienia i stała się cennym narzędziem pracy przy analizie naprężeń metodą elastooptyki.



Rys. 10. Zestawienie wykresów maksymalnych naprężeń stycznych dla waleczków o różnych parametrach korekcji i różnych obciążeniach:

a-waleczki o korekcji B, b-waleczki o korekcji ZB, c-waleczki o korekcji ZK

Tabela programu badań

Wymiary łożyska rzeczywistego  $r = 15$ ,  $Rr = 75$ ,  $R_2 = 105$

Współczynnik skali długości  $\lambda = 1/3$ . Stosunek modułów  $E/E' = 77,8$

Seria	Skala odksz. $\lambda_1$	Skala napr. $\frac{\sigma}{\sigma'}$	Skala sił $\approx$	$P_{max}$ kG	Promień modelu bieżni		$\frac{R'}{R}$	Modele wałeczków z korekcją			
					zewn. $R'_2$ mm	wewn. $R'_1$ mm		B		ZB	ZK
								$R' = 36\,000$	$R = 18\,000$		
I	0,4	93,4	10,37	1407	$\infty$	157,5	3,6	$R = 10\,000$	$R = 5000$	$R = 3000$	$\alpha = 0^\circ 8' 24''$ $f = 0,024$
II	$\frac{1}{3} = 0,333$	77,8	8,64	1690	225	315	3	$R = 12\,000$	$R = 6000$	$R = 3600$	$\alpha = 0^\circ 7'$ $f = 0,020$
III	$\frac{2}{7} = 0,286$	66,7	7,41	1970	112,5	$\infty$	2,57	$R = 14\,000$	$R = 7000$	$R = 4200$	$\alpha = 0^\circ 6'$ $f = 0,017$

## Literatura cytowana w tekście

1. M. T. HUBER, *Teoria sprężystości*, PWN, Warszawa 1954.
2. S. TIMOSHENKO, J. GOODIER, *Teoria sprężystości*, Arkady, Warszawa 1962.
3. J. STUPNICKI, *Wpływ warstwy oleju na kinetostatyczne naprężenia kontaktowe*, Arch. Budowy Maszyn, 1, 12, (1965).
4. L. FOEPL, E. MOENCH, *Praktische Spannungsoptik*, Springer Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1958.
5. M. M. FROST, *Photoelasticity*, John Wiley and Sons, New York 1948.
6. В. П. Полухин, Я. Д. Железнов, В. И. Скорупский, *Влияние ширинты прокатываемого листа и профилировки на прочность и упругую деформацию валков стана кварто*, Черная Металлургия, нр. 11, 1962.
7. Н. М. Беляев, *Сопротивление Материалов*, Гостехиздат, Москва 1950.

## Резюме

МЕТОД ОПТИЧЕСКИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО СЛОЯ  
В ПРИМЕНЕНИИ К МОДЕЛЬНОМУ ИССЛЕДОВАНИЮ  
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ

В работе даются модельные исследования трехмерных контактных задач методом фотоупругости. Подчеркиваются выгоды, которые даст применение метода оптически чувствительного слоя к исследованию контактных задач. Описывается лабораторная техника проведения исследований и, в качестве примера, применения метода представляются исследования концентрации напряжений в сжимаемом цилиндре с вырезом.

Описанный метод применялся к исследованию напряжений в валиках и кольцах подшипников качения при разных нагрузках и разных формах скорректированных элементов качения. Проведенные исследования позволили вывести некоторые общие заключения, касающиеся типа и величины корректирования на совместную работу элементов качения.

## Summary

APPLICATION OF THE PHOTOELASTIC LAYER METHOD FOR A STUDY  
OF THREE-DIMENSIONAL CONTACT PROBLEMS

This is a description of model tests of three-dimensional contact problems by the method of photoelastic layer. The advantages of this method for the study of contact problems are discussed. The experimental technique is described and illustrated by an example concerning the investigation of the stress concentration in a compressed cylinder with a notch.

The method described has been applied to the investigation of stress distribution in the rollers and the rings of a roller bearing under various loads and various forms of the corrected rollers. This investigation enables some general conclusions to be drawn, concerning the influence on the cooperation between the contacting elements of the bearing of the type and the magnitude of the correction.

ZAKŁAD MECHANIKI OŚRODKÓW CIĄGLYCH  
INSTYTUTU PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI  
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

*Praca została złożona w Redakcji dnia 26 lipca 1966 r.*