

ELASTOOPTYCZNE METODY WYZNACZANIA NAPRĘŻEŃ W POŁĄCZENIACH
WCISKANYCH (*)

W. I. SAWCZENKO, J. J. RUBISZ (KIJÓW)

W budowie maszyn są ostatnio stosunkowo szeroko stosowane połączenia wykonywane metodą nasadzania (wciskania) elementów na gorąco. W takim połączeniu jest nieodzowna znajomość rzeczywistego rozkładu naprężeń przy wyznaczaniu wytrzymałości szeregu ważnych elementów. Znane rozwiązania analityczne odpowiednich zagadnień są rozwiązaniami przybliżonymi, gdyż opierają się na szeregu założeń upraszczających. Takim np. przybliżeniem jest zaniedbanie naprężeń stycznych, które powstają na granicy połączenia przy nasadzaniu nagrzanego elementu obejmującego lub ochłodzonego elementu obejmowanego. Naprężenia styczne mogą wywołać dodatkowe wykrzywienie powierzchni przylegających, co wprowadza w rzeczywistości nierównomierny rozkład nacisków. Tymczasem w większości schematów obliczeniowych przyjmuje się równomierny rozkład nacisków na stykających się powierzchniach łączonych elementów. Wskutek tego wymaga się wyznaczenia rzeczywistego stanu naprężenia nie tylko przy obliczeniu wytrzymałościowym, ale i przy opracowywaniu analitycznych metod wyznaczania naprężeń.

Ponieważ obecnie jedynie metody elastooptyczne pozwalają badać rozkład naprężeń wewnątrz elementów, przeto w niniejszej pracy podano zastosowanie tych metod do badania wymienionych zagadnień i przytoczono przykłady wyznaczenia naprężeń w pewnych elementach.

Metoda badań. Dla wyznaczenia rozkładu naprężeń w elementach znajdujących się w trójwymiarowym stanie naprężenia wybrano metodę zamrażania. Modele połączeń wciskanych zaleca się wykonywać metodą nasadzenia gorącej części obejmującej modelu na zimną część obejmowaną. (W dalszej treści obejmującą część modelu będziemy nazywać «zewnątrzną» a obejmowaną — «wewnętrzną».)

Aby można było uzyskać dostateczne wartości naprężeń w modelu (dostateczną dla pomiarów różnicę dróg optycznych promieni zwyczajnego i nadzwyczajnego światła spolaryzowanego w plasterkach) różnica średnic (wcisk) Δ zewnętrznej i wewnętrznej części modelu powinna być stosunkowo duża.

Ponieważ wcisk Δ określa różnica temperatur chłodnej i gorącej części modelu w chwili nasadzania, to staje się istotne ustalenie możliwie najwyższej temperatury

(*) Z rosyjskiego przełożył R. S. DOROSZKIEWICZ.

nagrzania zewnętrznej części modelu. Na model wybrano materiał elastooptyczny ED6M [2]. Przeprowadzone przez nas badania, a także wyniki prac innych autorów (np. [3]) wykazały, że nawet dwustugodzinne wygrzewanie materiału ED6M w temperaturze 473°K zmienia jego optyczno-mechaniczne własności o 15–25%. Natomiast krótkotrwałe nagrzewanie do 440–450°K mało wpływa na wartość modułu sprężystości E_T i względnego współczynnika elastooptycznego C_T przy temperaturze zamrażania T_3 .

Z tego powodu zamrażanie modeli połączeń wciskanych zaleca się przeprowadzać w następujący sposób. Część zewnętrzną modelu można nagrzewać do temperatury należącej do przedziału wyznaczonego przez temperaturę zamrażania i 450°K, a część wewnętrzną pozostawić w temperaturze pokojowej. Następnie część zewnętrzną należy nałożyć na wewnętrzną, temperaturę obu części doprowadzić do temperatury «zamrażania» i ostudzić do temperatury pokojowej w tempie po 5–10° na godzinę w zależności od wymiarów modeli.

Temperaturę nagrzania zewnętrznej części modelu dobiera się w zależności od wartości wcisku dla każdego konkretnego przypadku.

Jeśli zewnętrzną część modelu powinno się podgrzewać do temperatury wyższej od temperatury zamrażania, to bloki ED6M, z których będzie wykonywany model, należy wygrzać w temperaturze 450°K w ciągu 1,5–2 godzin dla stabilizacji własności optyczno-mechanicznych, a następnie wyznaczyć temperaturę zamrażania, moduł sprężystości i względny współczynnik elastooptyczny. Pomiarów te należy przeprowadzać dla każdej serii bloków.

Różne warunki termiczne części zewnętrznej i wewnętrznej modelu dla niektórych serii ED6M mogą spowodować zmianę (choć w nieistotnym stopniu) wartości E_T i C_T . Zmianę tę można uwzględnić, jeśli optyczno-mechaniczne własności materiału modelu będziemy wyznaczać w oparciu o badania dwu skalujących tarcz kołowych, z których jedną poddajemy zmianom termicznym w warunkach zewnętrznej, a drugą w warunkach wewnętrznej części modelu.

Opracowanie wyników badań przeprowadza się na podstawie uzyskanych charakterystyk odpowiednio dla części zewnętrznej i wewnętrznej.

Ponieważ współczynnik rozszerzalności liniowej materiału ED6M jest o rząd wyższy aniżeli dla metali ($\alpha_T = 70 \cdot 10^{-6} \cdot 1/\text{stopień}$ w przedziale temperatury od pokojowej do 393°K, $\alpha_T = 145 \cdot 10^{-6}$ dla temperatury powyżej 393°K), to różnica temperatur 150° pozwala nasadzać modele z dostateczną różnicą średnic, tj. z dostatecznie dużym wciskiem i otrzymywać w zamrożonych modelach naprężenia do $(3-5) \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$, tj. wartości naprężeń zwykle stosowanych w metodzie zamrażania.

Proponowaną metodę stosowano do cienkich modeli płaskich. Na zewnętrzną część modelu zastosowano jednolity krążek kołowy o średnicy $d_1 = 2,031 \cdot 10^{-2}$ m, grubości $t = 3 \cdot 10^{-3}$ m oraz krążek z otworem w środku (średnica krążka $d_1 = 2,031 \cdot 10^{-2}$ m, średnica otworu $d_2 = 1 \cdot 10^{-2}$ m, grubość $t = 3 \cdot 10^{-3}$ m). Jako część zewnętrzną użyto pierścienia grubości $3 \cdot 10^{-3}$ m o średnicy zewnętrznej $d_3 = 5 \cdot 10^{-2}$ m i średnicy wewnętrznej $d_4 = 2 \cdot 10^{-2}$ m. W obu przypadkach wcisk wynosił $\Delta = d_1 - d_2 = 0,31 \cdot 10^{-3}$ m.

Cienkie modele zastosowano w tym celu, aby naprężenia wyrażały się z dostateczną dokładnością wzorami płaskiego stanu naprężenia.

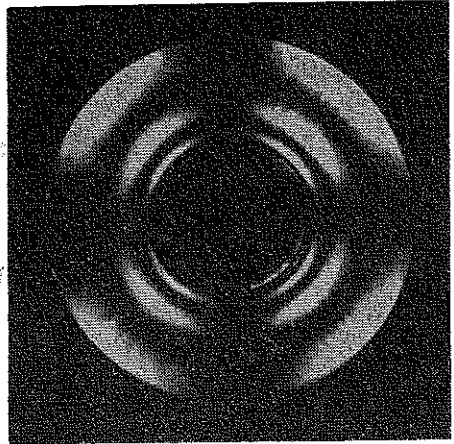
Modele zewnętrzne nagrzewano do 443°K, po czym nasadzano je na modele wewnętrzne i przetrzymywano w termostacie w temperaturze zamrażania (w naszym przypadku 398°K) aż do całkowitego zrównania się temperatury w obu modelach. Po tym obniżano temperaturę do pokojowej z prędkością 10° na godzinę.

Obraty izochrom i izoklin jednego zamrożonego modelu płaskiego podano na rys. 1.

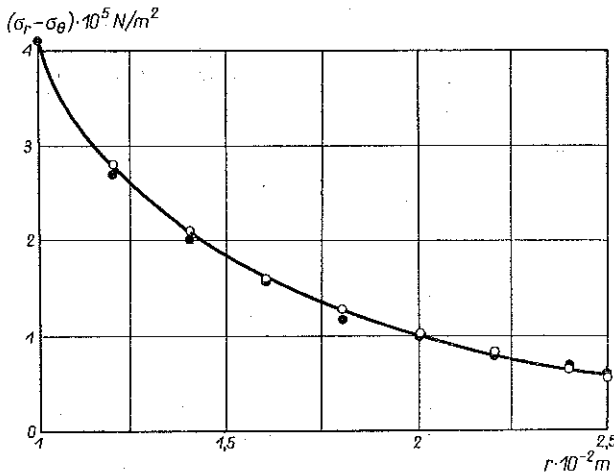
Na rys. 2 przedstawiono krzywą rozłożenia różnic głównych naprężeń $\sigma_r - \sigma_\theta$ wzdłuż promienia elementu zewnętrznego, wyznaczonych ze znanego wzoru [1]. Punktami oznaczono wyniki eksperymentalnego wyznaczenia tej różnicy korzystając ze wzoru

$$(1) \quad \sigma_r - \sigma_\theta = \frac{\delta}{C_r t},$$

gdzie δ oznacza optyczne opóźnienie względne (promienia nadzwyczajnego względem zwyczajnego) w modelu zamrożonym, które wyznaczono z rzędów izochrom i metodą kompensacji.



Rys. 1. Obraz izochrom i izoklin w zamrożonym modelu płaskim

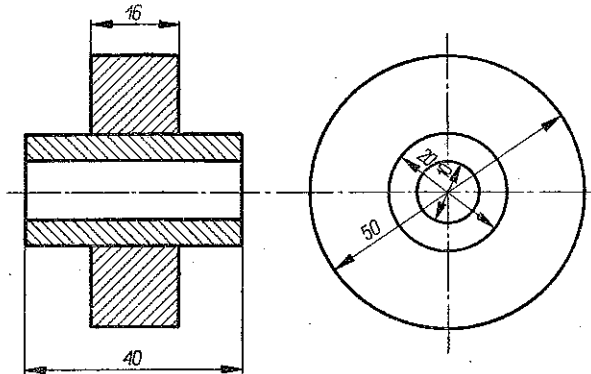


Rys. 2. Rozkład różnic naprężeń głównych $\sigma_r - \sigma_\theta$ wzdłuż promienia elementu zewnętrznego

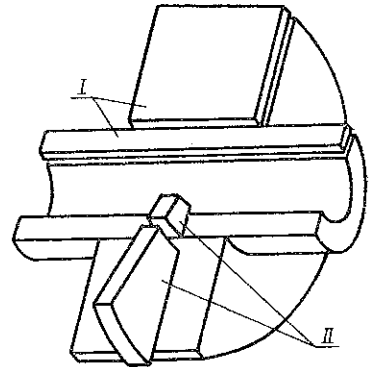
Dobra zgodność eksperymentalnych i teoretycznych wyników dla przypadku modeli płaskich pozwala wyciągnąć wniosek o możliwości zastosowania przedłożonej metody do wyznaczania rzeczywistego stanu naprężenia połączeń wciskanych.

W przypadku trójwymiarowego stanu naprężenia zamrożone modele tnę się na plasterki i dalsze badanie prowadzi się znaną metodą. Wymiary modeli i optyczno-mechaniczne charakterystyki ich materiału należy wyznaczać w temperaturze zamrażania.

Wydrążony wałek z nasadzonym na niego po środku grubym pierścieniem. Wymiary modelu pokazano na rys. 3. Przyjęto cylindryczny układ współrzędnych r, θ, z . Uzyskanie wciskanego połączenia i zamrażanie modelu przeprowadzono opisanym wyżej sposobem. Część zewnętrzna modelu miała w chwili osadzania temperaturę 443°K . Różnica średnic (wcisk) w temperaturze zamrożenia wynosiła $0,31 \cdot 10^{-3}$ m.



Rys. 3. Szczyt modelu wydrążonego walca z nasadzonym na niego po środku grubym pierścieniem



Rys. 4. Schemat cięcia zamrożonego modelu

Z zamrożonego modelu wycinano, jak pokazano na rys. 4, dwie rodziny plasterków I i II. Po zmierzeniu opóźnienia względnego δ i kierunków naprężeń głównych w plasterkach południkowych I (płaszczyzna współrzędnych r, z) wyznaczono różnicę naprężeń normalnych $\sigma_r - \sigma_z$ oraz naprężenia styczne. W przekrojach równoleżnikowych II (płaszczyzna współrzędnych r, θ) wyznaczono różnicę naprężeń $\sigma_r - \sigma_\theta$.

Rozdzielenie naprężeń normalnych przeprowadzono przez liczbowe całkowanie jednego z równań równowagi w cylindrycznym układzie współrzędnych,

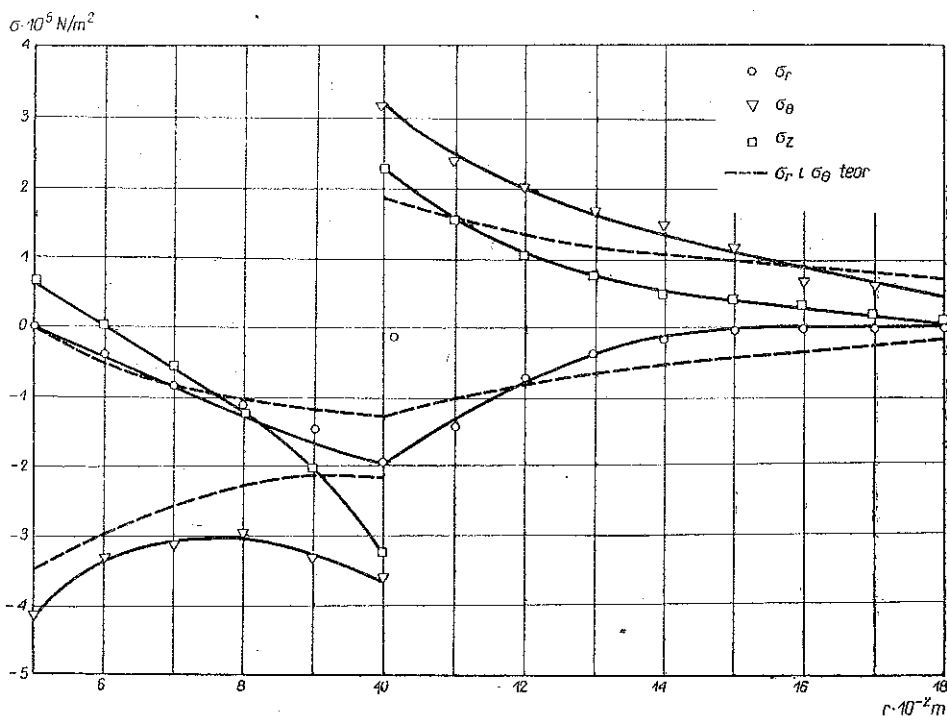
$$(2) \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0.$$

Zamieniając całki sumami, a pochodne stosunkiem różnic skończonych otrzymujemy wzór obliczeniowy

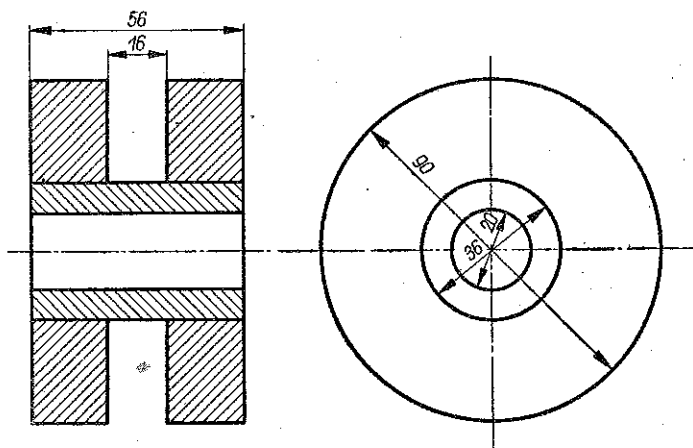
$$(3) \quad \sigma_r = \sigma_{r_0} \sum_{i=1}^n \frac{\Delta \tau_{rz}}{\Delta z} \Delta r - \sum_{i=1}^n \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)_i}{r_i} \Delta r.$$

Przyrost $\Delta \tau_{rz}$ wyznaczamy jako różnicę naprężeń stycznych na liniach promieni odległych od siebie o Δz .

Rozkład naprężeń $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ w środkowej płaszczyźnie pierścienia oraz w środkowym poprzecznym przekroju wału podano na rys. 5 (linie ciągłe). Liniami przerywanymi oznaczono rozkład naprężeń σ_r i σ_θ , obliczonych ze wzorów dla płaskiego stanu odkształcenia (1).

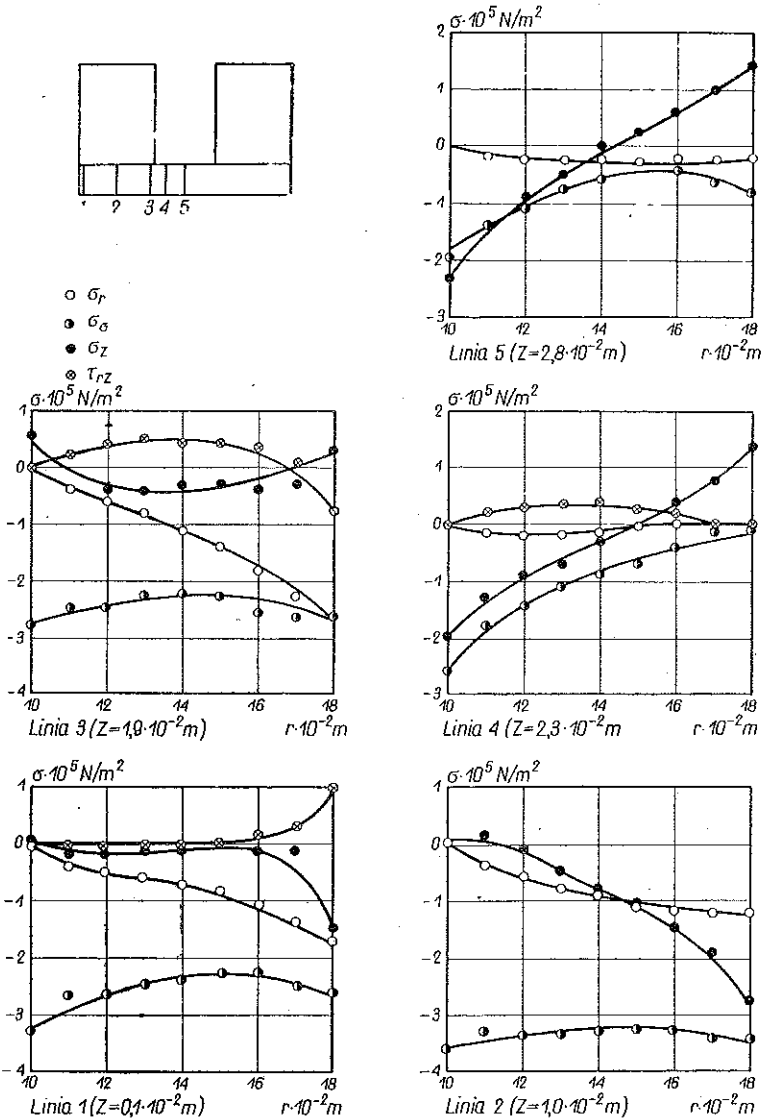


Rys. 5. Rozkład naprężeń σ_r , σ_θ , σ_z w środkowym poprzecznym przekroju wału i w płaszczyźnie środkowej krążka



Rys. 6. Szkic modelu wydrążonego walca z nasadzonymi na końcach grubymi pierścieniami

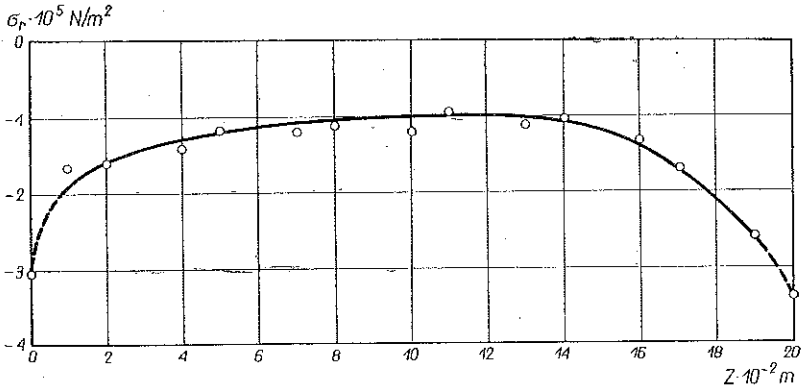
Wydrążony walec z nasadzonymi na końcach grubymi pierścieniami. Zasadniczym celem tego badania było poznanie prawa rozkładu nacisków (lub naprężeń promieniowych σ_r) na powierzchni połączenia pierścienia z walcem. Szkic modelu podano na rys. 6. Osadzenie pierścienia na wale i zamrożenie modelu uzyskano w ten sam sposób co i w modelu poprzednim. Wcisk wyniósł $\Delta = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. Zewnętrzne części modelu w chwili nasadzania były nagrzane do 450°K . Dzięki



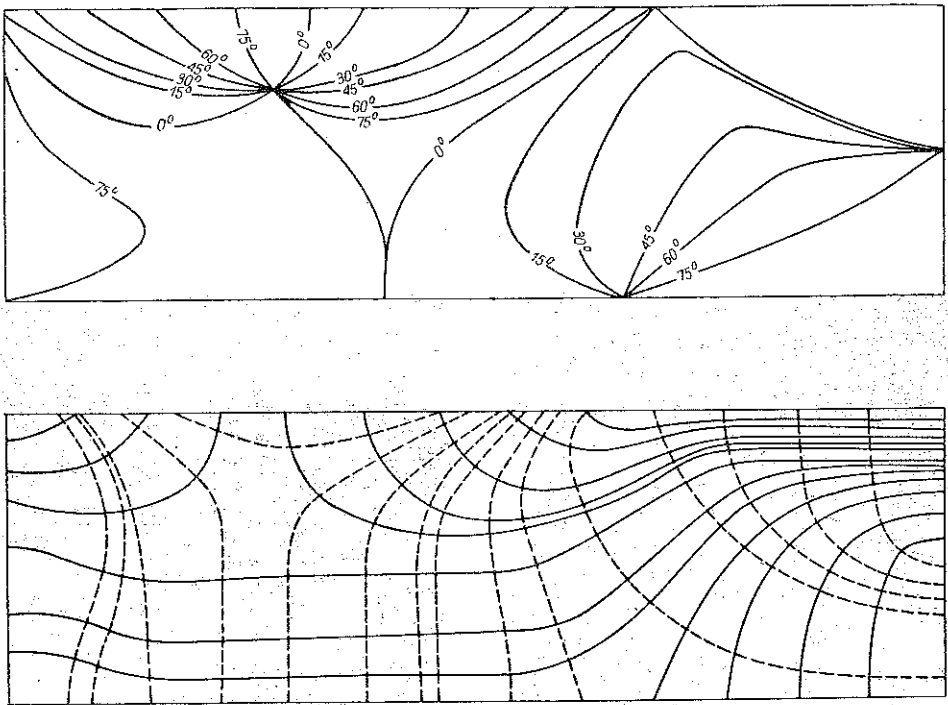
Rys. 7. Rozkład naprężeń σ_r , σ_θ , σ_z , τ_{rz} w walcu wzdłuż pięciu promieni

symetrii rozpatrywano połowę modelu. W plasterku południkowym pomiary przeprowadzano wzdłuż 28 linii promieniowych co 1 mm. Całkowanie liczbowe równania (3) przeprowadzano wzdłuż 20 linii promieniowych. Rozkład naprężeń σ_r , σ_θ , σ_z i τ_{rz} wzdłuż pięciu promieni pokazano na rys. 7. Rozkład σ_r wzdłuż tworzącej walca podano na rys. 8. Obrazy izoklin i izostat w warstewce południkowej, przedstawione na rys. 9, dają wyobrażenie o ogólnym rozkładzie naprężeń.

Rozkład naprężeń w elementach z otworami mimośrodkowymi. W praktyce spotyka się często przypadki połączeń wciskanych na gorąco elementów z otworami mimośrodkowymi. Na przykładzie dwu płaskich modeli, pokazanych na rys. 10,



Rys. 8 Rozkład σ_r wzdłuż tworzącej walca



Rys. 9. Obraz izoklin i izostat w południkowej warstwie walca

badano charakter rozkładu naprężeń w takich elementach. Zamrożone modele badano jako płaskie. Obrazy izochrom przedstawiono na rys. 11. Rozdzielenie naprężeń przeprowadzono metodą całkowania obliczeniowego równania równowagi w biegunowym układzie współrzędnych

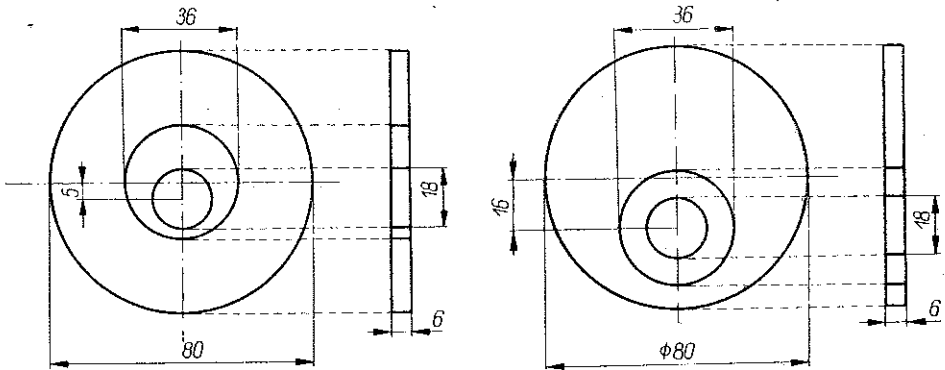
$$(4) \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0.$$

Wzór obliczeniowy:

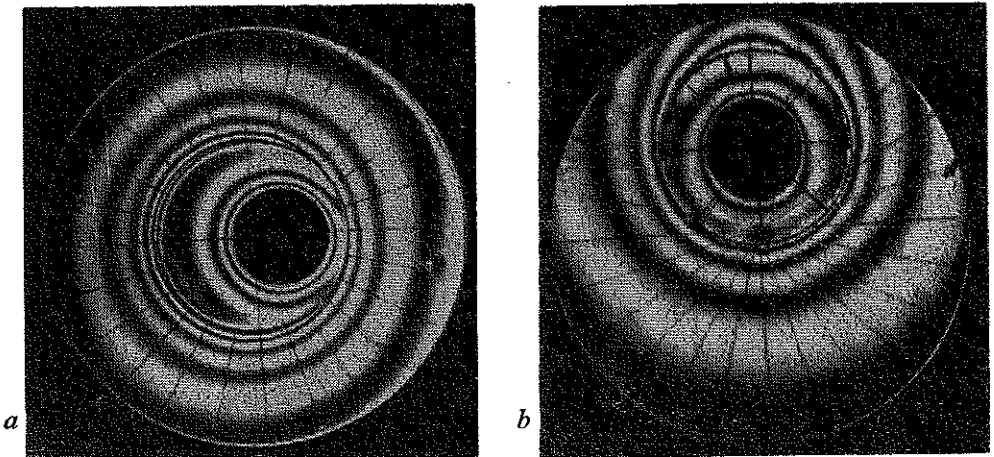
$$(5) \quad \sigma_r = \sigma_{r_0} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i} \frac{\Delta\tau_{r\theta}}{\Delta\theta} \Delta r - \sum_{i=1}^n \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)_i}{r_i} \Delta r.$$

$\Delta\tau_{r\theta}$ wyznaczono jako różnicę naprężeń stycznych $\tau_{r\theta}$ dla dwu sąsiednich promieni, odległych o $\Delta\theta$.

Ponieważ główne zainteresowanie stanowiło zbadanie rozkładu nacisków na granicach zewnętrznej i wewnętrznej części modelu, to rozdzielanie naprężeń przeprowadzono w modelu pierwszym — w jego części zewnętrznej (początek układu



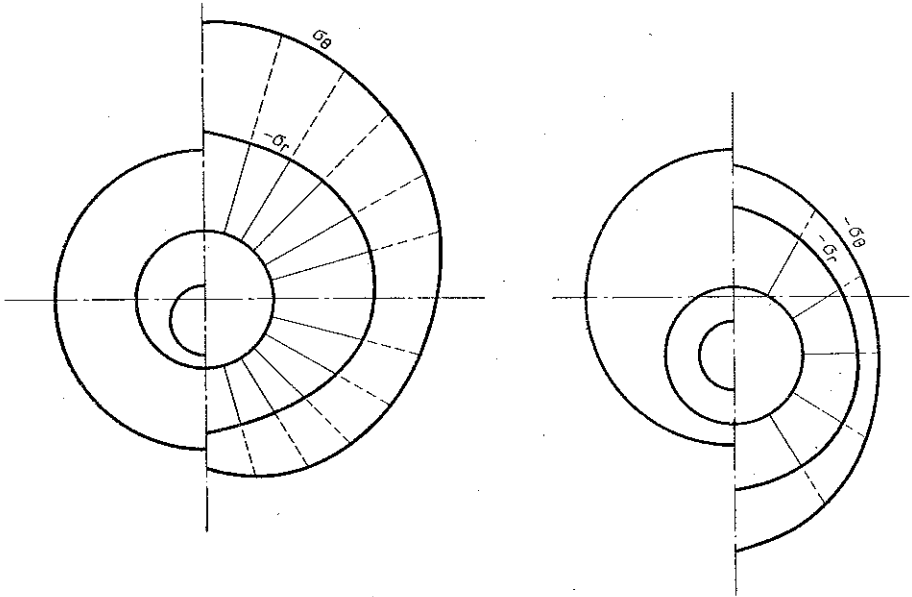
Rys. 10. Szkic modelu z otworami mimośrodkowymi



Rys. 11. Obraz izochrom w zamrożonych płaskich modelach z otworami mimośrodkowymi

współrzędnych w środku modelu), a w modelu drugim — w części środkowej (początek współrzędnych w środku krążka środkowego). Rozkład naprężeń σ_r i σ_θ pokazano na rys. 12 i w tabelicy 1.

Na podstawie przeprowadzonych badań można wyciągnąć wniosek, że rzeczywisty rozkład naprężeń w połączeniach wciskanych w trójwymiarowym stanie naprężenia różni się od schematów wyidealizowanych, stanowiących podstawę



Rys. 12. Rozkład naprężeń σ_r i σ_θ na granicy zewnętrznej i wewnętrznej części modelu

współczesnych obliczeń. Metody elastoptyczne można z powodzeniem stosować dla wyznaczenia rzeczywistego stanu naprężenia połączeń wciskanych.

Przytoczoną metodę można zastosować do modelowania stanu naprężenia równomiernie podgrzanych lub ochłodzonych konstrukcji, w których są wstawione elementy w postaci walców z materiału o innym współczynniku rozszerzalności

Tablica 1

Model 1				Model 2			
	α	σ_r	σ_θ		α	σ_r	σ_θ
0	0°	-0,81	1,35	1	0°	-0,97	-1,64
3	15°	-0,85	1,64	3	30°	-0,91	-1,45
5	30°	-0,89	1,80	5	60°	-0,79	-1,19
6	45°	-1,02	1,69	7	90°	-0,74	-1,03
7	60°	-1,09	1,90	9	110°	-0,77	-1,10
8	75°	-1,23	2,03	11	150°	-0,92	-1,15
9	90°	-1,31	2,20	13	180°	-1,07	-1,69
10	105°	-1,39	2,40				
11	135°	-1,28	2,52				
12	180°	-1,32	2,72				

termicznej lub konstrukcji, w których wstawione elementy mają temperaturę różniącą się od temperatury całej konstrukcji. W tych przypadkach naprężenia są wywoływane również wciskiem proporcjonalnym do $\alpha_T \Delta T$ (ΔT — różnica temperatur).

Można np. zmodelować stan naprężenia nagrzanego masywu ze wstawionymi w różny sposób sworzniami z innego materiału. Przy tym będą wyznaczone metodą zamrażania również naprężenia styczne, powstające na powierzchniach sworzni wskutek niejednakowego rozszerzania się w kierunku osi. W badaniach analitycznych okazuje się niemożliwe uwzględnienie naprężeń stycznych.

Literatura cytowana w tekście

1. С. Д. Пономарев, В. Л. Бидерман, К. К. Лихарев, В. М. Макушин, Н. Н. Малинин, Ф. И. Феодосьев, *Расчеты на прочность в машиностроении*, т. 2, М. Машгиз, 1958.
2. Т. Д. Максугова, *Оптически активные материалы, используемые в лабораторной практике*, В. сб. «Поляризационно-оптический метод исследования напряжений», Изд. ЛГУ, 1960.
3. К. И. Червяк, *Эпоксидные компаунды и их применение*, Судпромгиз Л., 1963.

Резюме

ИССЛЕДОВАНИЯ МЕТОДОМ ФОТОУПРУГОСТИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕСОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

В работе рассматривается применение метода фотоупругости к определению напряжений, возникающих в деталях, соединенных путем горячей посадки. „Замораживание” моделей предлагается производить следующим образом. Модель охватывающей детали нагревается до температуры, лежащей в интервале от температуры „замораживания” до 443°K, а модель охватываемой детали остается при комнатной. После этого внутренняя модель вставляется во внешнюю и температура всего соединения доводится до температуры „замораживания”. В момент насадки моделей разность их температур может достигать 150°. Предлагаемая методика проверялась на тонких моделях дисков. Результаты эксперимента хорошо совпадают с расчетными данными плоской задачи теории упругости.

Изучено распределение напряжений в коротком полом цилиндре с насаженным толстым диском по середине и с насаженными толстыми дисками на концах, а также в случае соединения дисков с нецентрными отверстиями.

Summary

INVESTIGATION OF STRESSES IN SHRINK FITTED ELEMENTS, BY THE PHOTOELASTIC METHOD

The present paper is devoted to the application of the photoelastic method to the determination of the stress produced in shrink fitted elements. The "freezing" of the model is proposed to be carried out as follows. The model of the external element is heated to a temperature within the interval between the freezing temperature and 443°K, the model of the internal part remaining at room temperature. Then, the two parts are assembled and the temperature of the whole is brought to the freezing value. At the time of assembly the difference of temperatures may attain 150°. The method proposed has been verified for thin disc. The experimental results are in good agreement with the computation data of the plane problem of elasticity.

The stress distribution is determined for a short hollow cylinder with a thick disc shrink fitted at the middle point or two thick disc at the ends and also in the case of an assembly of discs with eccentric holes.

KIJOWSKI UNIWERSYTET PAŃSTWOWY
IM. T. G. SZEWCZENKI

Praca została złożona w Redakcji dnia 21 lutego 1968 r.