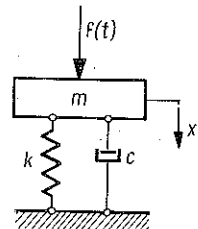


OPTYMALIZACJA UKŁADU DRGAJĄCEGO PRZY OKRESOWYM WYMUSZENIU IMPULSOWYM

CZESŁAW CEMPEL (POZNAŃ)

1. Wzrastające zastosowanie maszyn i urządzeń o impulsowym sposobie działania wyłania konieczność analizy ich ruchu pod kątem widzenia optymalizacji parametrów dynamicznych układu jak i doboru najlepszej formy wymuszenia. Obciążenie maszyn siłami chwilowymi można w każdym przypadku traktować jako okresowe o okresie skończonym (w przypadku np. pras automatycznych) i prawie nieskończonym w przypadku młotów itp. Najprostszym modelem omawianych urządzeń jest układ drgający o jednym stopniu swobody z tłumieniem, obciążony okresową siłą chwilową zewnętrzną. Takie właśnie zagadnienie rozpatrzono w niniejszej pracy, przy czym jako kryterium optymalizacji przyjęto minimum siły przekazywanej na podłoże.



Rys. 1

2. Weźmy pod uwagę ruch układu przedstawionego na rys. 1 i obciążonego T -okresowymi siłami chwilowymi o postaci

$$(2.1) \quad f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_0 \varphi(\tau, t-nT) H(t-nT) \equiv f_0 \varphi_T(\tau, t) H_T(t),$$

gdzie

$$\varphi(\tau, t-nT) = \begin{cases} \varphi(\tau, t), & \text{jeśli } nT \leq t \leq nT + \tau, \\ 0, & \text{jeśli } nT + \tau < t < (n+1)T, \quad n=0, 1, 2, \dots, \\ |\varphi(\tau, t)| < 1, & \tau < T. \end{cases}$$

Równanie ruchu układu przedstawia się następująco:

$$(2.2) \quad \ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega^2 x = \frac{f_0}{m} \varphi_T(\tau, t) H_T(t),$$

$$2h = \frac{c}{m}, \quad \omega^2 = \frac{k}{m}, \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0.$$

Korzystając przy rozwiązywaniu (2.2) z rachunku operatorowego Laplace'a otrzymamy następującą transformatę przemieszczenia:

$$(2.3) \quad \bar{x} = \frac{(s+h)(1-e^{-sT})x_0 + (\dot{x}_0 + hx_0)(1-e^{-sT}) + \frac{f_0}{m} \varphi(\tau, s)}{(s^2 + 2hs + \omega^2)(1-e^{-sT})} = \frac{\Phi(s)}{1-e^{-sT}}.$$

Wiadomo [1], że oryginał T -okresowej funkcji $\Phi(t)$ musi spełniać warunki: $\Phi(t) = x(t)$, $t < T$ oraz $\Phi(t) = 0$, $t > T$.

Odwracając (2.3) mamy

$$(2.4) \quad \Phi(t) = x_0 [e^{-ht} \cos \lambda t - e^{-h(t-T)} \cos \lambda(t-T) H(t-T)] + \frac{\dot{x}_0 + hx_0}{\lambda} [e^{-ht} \sin \lambda t - e^{-h(t-T)} \sin \lambda(t-T) H(t-T)] + \frac{f_0}{m\lambda} \int_0^t e^{-h(t-v)} \sin \lambda(t-v) \varphi(\tau, v) dv,$$

$$\lambda = \sqrt{\omega^2 - h^2}.$$

Zauważmy, że w myśl definicji siły chwilowej (2.1) funkcja podcałkowa dla $t > \tau$ zeruje się, tak że możemy napisać

$$(2.5) \quad \int_0^t e^{-h(t-v)} \sin \lambda(t-v) \varphi(\tau, v) dv = \int_0^T e^{-h(t-v)} \sin \lambda(t-v) \varphi(\tau, v) dv.$$

Korzystając przy tym z własności oryginału $\Phi(t) = 0$, $t > T$ otrzymamy z (2.4) warunki, jakie muszą spełniać wielkości x_0 , \dot{x}_0 aby ruch w układzie był T -okresowy:

$$(2.6) \quad x_0 = \frac{f_0}{2m\lambda} \frac{\gamma_s(\tau) [e^{-hT} - \cos \lambda T] + \gamma_c(\tau) \sin \lambda T}{\operatorname{ch} hT - \cos \lambda T},$$

$$\frac{\dot{x}_0 + hx_0}{\lambda} = \frac{f_0}{2m\lambda} \frac{\gamma_s(\tau) \sin \lambda T - \gamma_c(\tau) [e^{-hT} - \cos \lambda T]}{\operatorname{ch} hT - \cos \lambda T},$$

gdzie

$$\gamma_s(\tau) = \int_0^T e^{h\nu} \sin \lambda\nu \varphi(\tau, \nu) d\nu, \quad \gamma_c(\tau) = \int_0^T e^{h\nu} \cos \lambda\nu \varphi(\tau, \nu) d\nu.$$

Uwzględniając powyższe w zależności (2.4) otrzymamy prawo ruchu układu w przedziale czasu $0 \leq t \leq T$, tj. między dwoma kolejnymi działaniami siły chwilowej:

$$(2.7) \quad x(t) = \frac{f_0}{2m\lambda} \frac{\gamma_s(\tau) [e^{-hT} - \cos \lambda T] + \gamma_c(\tau) \sin \lambda T}{\operatorname{ch} hT - \cos \lambda T} e^{-ht} \cos \lambda t +$$

$$+ \frac{f_0}{2m\lambda} \frac{\gamma_s(\tau) \sin \lambda T - \gamma_c(\tau) [e^{-hT} - \cos \lambda T]}{\operatorname{ch} hT - \cos \lambda T} e^{-ht} \sin \lambda t +$$

$$+ \frac{f_0}{m\lambda} e^{-ht} \sin \lambda t \int_0^t e^{h\nu} \cos \lambda\nu \varphi(\tau, \nu) d\nu - \frac{f_0}{m\lambda} e^{-ht} \cos \lambda t \int_0^t e^{h\nu} \sin \lambda\nu \varphi(\tau, \nu) d\nu.$$

Analizując otrzymane wyrażenie można zauważyć, że nie jest możliwe wyznaczenie prawa ruchu poprawnego dla wszystkich postaci siły chwilowej $\varphi(\tau, t)$ i całego przedziału czasu $0 \leq t \leq T$. Jeśli jednak weźmiemy pod uwagę tylko drgania układu po przyłożeniu siły chwilowej, a więc dla czasu $t > \tau$, to na mocy własności (2.5)

po przekształceniach otrzymujemy bardzo prostą postać przemieszczenia układu:

$$(2.8) \quad x(t) = \frac{e^{\frac{hT}{2}} f_0}{m\lambda} \sqrt{\frac{\gamma_s^2(\tau) + \gamma_c^2(\tau)}{2[\operatorname{ch} hT - \cos \lambda T]}} e^{-h\tau} \cos(\lambda t - \varphi), \quad \tau \leq t \leq T$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\gamma_s(\tau) \sin \lambda T + \gamma_c(\tau) [e^{hT} - \cos \lambda T]}{\gamma_c(\tau) \sin \lambda T + \gamma_s(\tau) [\cos \lambda T - e^{hT}]}$$

Nieskomplikowane przekształcenie (2.8) prowadzi do postaci bardziej dogodnej do obliczeń:

$$(2.9) \quad x(t) = A e^{-h(t-\tau)} \cos[\lambda(t-\tau) - \theta], \quad \tau \leq t \leq T,$$

$$A = \frac{f_0 e^{\frac{hT}{2}} e^{-h\tau}}{m\lambda} \sqrt{\frac{\gamma_s^2(\tau) + \gamma_c^2(\tau)}{2[\operatorname{ch} hT - \cos \lambda T]}}, \quad \theta = \varphi - \lambda\tau.$$

Jak widać z powyższego, uwzględnienie okresowego charakteru wymuszenia pozwala otrzymać zwarte wyrażenie opisujące drgania w przedziale czasu między zakończeniem i początkiem działania siły chwilowej.

3. Zajmiemy się obecnie wyznaczeniem amplitudy drgań w zależności od parametrów układu i wymuszenia. Amplitudę tę na podstawie (2.9) można określić w następujący sposób:

$$(3.1) \quad \operatorname{Ampl}[x(t)] \equiv \operatorname{Max}_{\tau \leq t \leq T} |x(t)| = A.$$

Stąd wynika, że chcąc uzyskać najmniejszą amplitudę drgań należy przeprowadzić minimalizację wielkości A . Ponieważ praca siły chwilowej proporcjonalna jest do kwadratu jej impulsu, to minimalizację amplitudy A przeprowadzimy przy warunku stałego impulsu:

$$(3.2) \quad S = f_0 \int_0^T \varphi(\tau, t) dt.$$

Warunek ten pozwoli nam wybrać taką postać siły chwilowej, aby oprócz wykonania niezbędnej pracy (cięcie, tłoczenie itp.) otrzymać najmniejszą amplitudę drgań. Wprowadzając wielkość impulsu (3.2) do amplitudy drgań (2.9) uzyskamy

$$(3.3) \quad A = \frac{S}{m\lambda} \frac{e^{\frac{hT}{2}} e^{-h\tau}}{\int_0^T \varphi(\tau, t) dt} \sqrt{\frac{\gamma_s^2(\tau) + \gamma_c^2(\tau)}{2[\operatorname{ch} hT - \cos \lambda T]}} = \frac{S}{m\lambda} U.$$

Jak widać, amplitudę tę można przedstawić jako iloczyn przemieszczenia pochodzącego od impulsu chwilowego typu $\delta(t)$ oraz bezwymiarowego współczynnika U , który nazwiemy dynamicznym współczynnikiem okresowego wymuszenia impulsowego. Współczynnik ten można z kolei przedstawić jako iloczyn dwu niezależnych

współczynników: powtarzalności impulsów μ_T i ich kształtu μ_i , przy czym

$$U = \frac{Am\lambda}{S} = \mu_T \mu_i, \quad (3.4)$$

$$\mu_T = \frac{e^{-\frac{hT}{2}}}{\sqrt{2[\operatorname{ch} hT - \cos \lambda T]}}, \quad \mu_i = \frac{e^{-h\tau}}{\int_0^T \varphi(\tau, t) dt} \sqrt{\gamma_s^2(\tau) + \gamma_c^2(\tau)}.$$

Analizując (3.4) łatwo zauważyć, że współczynnik powtarzalności jest znany z chwili określenia czasu repetycji impulsów T . Natomiast współczynnik kształtu można obliczyć jedynie po obraniu przebiegu czasowego siły chwilowej. Celem uproszczenia jego obliczeń zauważymy, że na podstawie oznaczeń (2.6) i (3.4) poprawna jest prosta formuła

$$\mu_i = \frac{e^{-h\tau}}{\int_0^T \varphi(\tau, t) dt} \left| \int_0^T e^{i(\lambda+h)t} \varphi(\tau, t) dt \right|, \quad i = \sqrt{-1}. \quad (3.5)$$

Z kolei posługując się wzorem (3.5) obliczymy wartości współczynników kształtu dla pięciu najprostszych impulsów chwilowych.

A. Impuls jednostkowy Diraca

$$\varphi_0(\tau, t) = \delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{H(t) - H(t-\tau)}{\tau}, \quad \int_0^T \varphi_0(\tau, t) dt = 1, \quad \mu_0 = 1. \quad (3.6)$$

B. Impuls prostokątny

$$\varphi_1(\tau, t) = H(t) - H(t-\tau), \quad (3.7)$$

$$\int_0^T \varphi_1(\tau, t) dt = \tau, \quad \mu_1 = \frac{e^{-\frac{h\tau}{2}}}{\omega\tau} \sqrt{2[\operatorname{ch} h\tau - \cos \lambda\tau]}.$$

C. Impuls trójkątny symetryczny

$$\varphi_2(\tau, t) = \frac{2t}{\tau} H(t) - \frac{4\left(t - \frac{\tau}{2}\right)}{\tau} H\left(t - \frac{\tau}{2}\right) + \frac{2(t-\tau)}{\tau} H(t-\tau), \quad (3.8)$$

$$\int_0^T \varphi_2(\tau, t) dt = \frac{\tau}{2},$$

$$\mu_2 = \frac{8e^{-\frac{h\tau}{2}}}{\omega^2\tau^2} \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{h\tau}{2} + \left(e^{\frac{h\tau}{2}} \cos \frac{\lambda\tau}{2} - 1\right)^2 - 2 \cos \frac{\lambda\tau}{2} \operatorname{sh} \frac{h\tau}{2} \left(e^{\frac{h\tau}{2}} \cos \frac{\lambda\tau}{2} - 1\right)}.$$

D. Impuls sinusoidalny

$$\begin{aligned}
 \varphi_3(\tau, t) &= H(t) \sin \frac{\pi}{\tau} t + H(t-\tau) \sin \frac{\pi}{\tau} (t-\tau), \quad \int_0^T \varphi_3(\tau, t) dt = \frac{2\tau}{\pi}, \\
 \mu_3 &= \frac{e^{-\frac{h\tau}{2}}}{2} \sqrt{\frac{2[\operatorname{ch} h\tau + \cos \lambda\tau]}{\left(1 - \frac{\omega^2 \tau^2}{\pi}\right)^2 + \frac{4h^2 \tau^2}{\pi^2}}}.
 \end{aligned}
 \tag{3.9}$$

E. Impuls sinusoidalny kwadratowy

$$\begin{aligned}
 \varphi_4(\tau, t) &= H(t) \sin^2 \frac{\pi}{\tau} t - H(t-\tau) \sin^2 \frac{\pi}{\tau} (t-\tau), \quad \int_0^T \varphi_4(\tau, t) dt = \frac{\tau}{2}, \\
 \mu_4 &= \frac{e^{-\frac{h\tau}{2}}}{\omega\tau} \sqrt{\frac{2[\operatorname{ch} h\tau - \cos \lambda\tau]}{\left(1 - \frac{\omega^2 \tau^2}{4\pi^2}\right)^2 + \frac{h^2 \tau^2}{\pi}}}.
 \end{aligned}
 \tag{3.10}$$

Jak wynika z przytoczonych wzorów na współczynniki kształtu zależą one od częstości własnej układu ω , tłumienia h i czasu trwania impulsu τ . Dla dalszej ich analizy zauważmy, że w realnych układach drgających tłumienie jest na ogół małe $\xi = h/\omega \ll 0, 1$; ponieważ $\lambda = \omega\sqrt{1-\xi^2}$, to z małym błędem można przyjąć $\lambda \cong \omega = 2\pi/T_0$. Wprowadzając powyższe do wzorów na współczynniki μ_T, \dots, μ_4 otrzymamy

$$\begin{aligned}
 \mu_T &= \frac{e^{\frac{\pi\xi T}{T_0}}}{\sqrt{2 \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi\xi T}{T_0} - \cos \frac{2\pi T}{T_0} \right]}}, \\
 \mu_1 &= \frac{e^{-\frac{\pi\xi\tau}{T_0}}}{2\pi \frac{\tau}{T_0}} \sqrt{2 \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi\xi\tau}{T_0} - \cos \frac{2\pi\tau}{T_0} \right]}, \\
 \mu_2 &= \frac{2e^{-\frac{\pi\xi\tau}{T_0}}}{\pi^2 \frac{T_0^2}{\tau^2}} \sqrt{\operatorname{sh}^2 \frac{\pi\xi\tau}{T_0} + \left(e^{\frac{\pi\xi\tau}{T_0}} \cos \frac{\pi\tau}{T_0} - 1 \right)^2 - 2 \cos \frac{\pi\tau}{T_0} \operatorname{sh} \frac{\pi\xi\tau}{T_0} \times} \\
 &\quad \times \left(e^{\frac{\pi\xi\tau}{T_0}} \cos \frac{\pi\tau}{T_0} - 1 \right), \\
 \mu_3 &= \frac{e^{-\frac{\pi\xi\tau}{T_0}}}{2} \sqrt{\frac{2 \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi\xi\tau}{T_0} + \cos \frac{2\pi\tau}{T_0} \right]}{\left(1 - \frac{4\tau^2}{T_0^2}\right)^2 + \frac{16\xi^2 \tau^2}{T_0^2}}}, \\
 \mu_4 &= \frac{e^{-\frac{\pi\xi\tau}{T_0}}}{2\pi \frac{\tau}{T_0}} \sqrt{\frac{2 \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi\xi\tau}{T_0} - \cos \frac{2\pi\tau}{T_0} \right]}{\left(1 - \frac{\tau^2}{T_0^2}\right)^2 + 4 \frac{\xi^2 \tau^2}{T_0^2}}}.
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

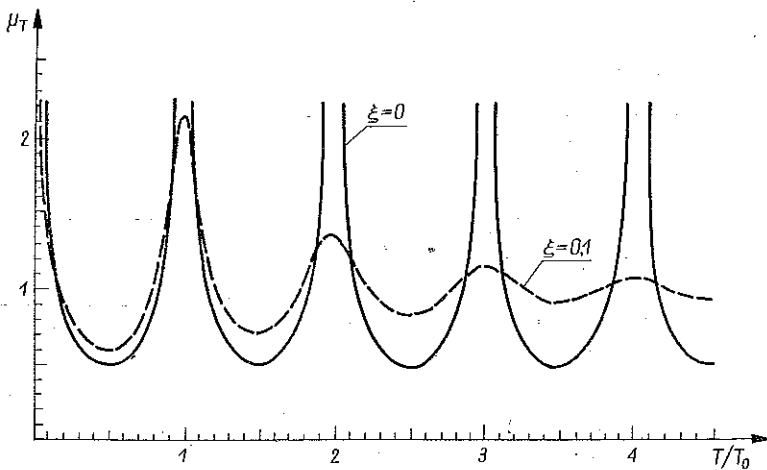
Zbadajmy, jak zachowują się obliczone współczynniki, gdy wartości ich argumentów dążą do zera lub do nieskończoności. Przeprowadzając to po obliczeniach uzyskamy

$$(3.12) \quad \mu_T \rightarrow \begin{cases} \infty & \text{jeśli } \frac{T}{T_c} \rightarrow 0, \\ 1 & \text{jeśli } \frac{T}{T_0} \rightarrow \infty \text{ oraz } \xi \neq 0, \\ \geq \frac{1}{2} & \text{jeśli } \frac{T}{T_0} \rightarrow \infty \text{ oraz } \xi = 0, \end{cases}$$

$$\mu_i \rightarrow \begin{cases} 1 & \text{jeśli } \frac{\tau}{T_0} \rightarrow 0, \\ 0 & \text{jeśli } \frac{\tau}{T_0} \rightarrow \infty, \quad i=1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

Z powyższej analizy wynika, że uwzględnienie tłumienia zmienia diametralnie zachowanie się współczynnika powtarzalności μ_T , natomiast charakter zmienności współczynnika kształtu pozostaje taki sam.

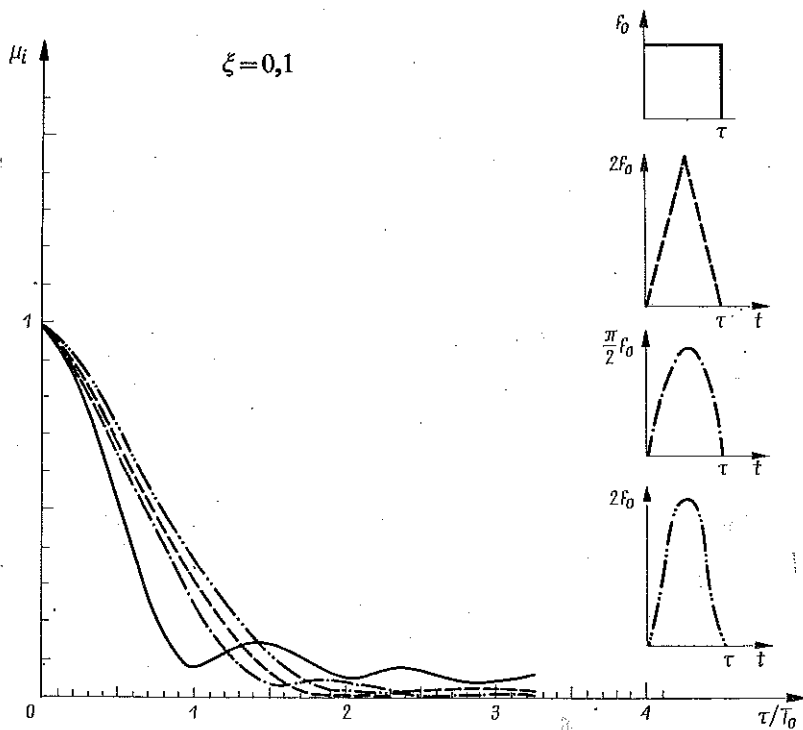
4. Jak wspomniano wcześniej stopień tłumienia w układzie nie przekracza na ogół $\xi \leq 1$. W związku z tym dokładne obliczenia współczynników dynamicznych



Rys. 2

układu przeprowadzono dla dwu wartości stopnia tłumienia: $\xi=0$ oraz $\xi=0,1$ w przedziale zmienności argumentów $[0; 4,5]$. Wyniki tych obliczeń przedstawiono na rysunkach od 2 do 4, przy czym rys. 2 przedstawia współczynnik μ_T , rys. 3 μ_i dla $\xi=0,1$ oraz rys. 4 wartości współczynników μ_i dla $\xi=0$.

Analizując wykres współczynnika powtarzalności μ_T można zauważyć, że w przypadku braku tłumienia $\xi=0$ dla każdej wartości $T/T_0=0, 1, 2, \dots$ zachodzi zjawisko rezonansu, w ogólności zaś $\mu_T \geq 1/2$. W przypadku uwzględnienia tłumie-



Rys. 3

nia w układzie $\xi \neq 0$ współczynnik ten przyjmuje wartości skończone oscylując z coraz mniejszą amplitudą wokół wartości $\mu_T=1$, który asymptotycznie osiąga (w nieskończoności). Lokalne minima tego współczynnika występują dla $T/T_0=(2n+1)/2$, $n=0, 1, 2, \dots$. Zachowanie się współczynników kształtu ze zmianą τ/T_0 jest następujące.

W przedziale $0 < \tau/T_0 < 1, 2$ najmniejsze wartości przyjmują kolejno współczynniki impulsów prostokątnego, sinusoidalnego, trójkątnego, a największą wartość — impuls sinusoidalnie kwadratowy. Poza tym przedziałem wszystkie współczynniki μ_i oscylują malejąc dla rosnących wartości τ/T_0 . Wpływ tłumienia na współczynniki kształtu μ_i wyraża się szybszym zmniejszaniem ich wartości w miarę wzrostu τ/T_0 .

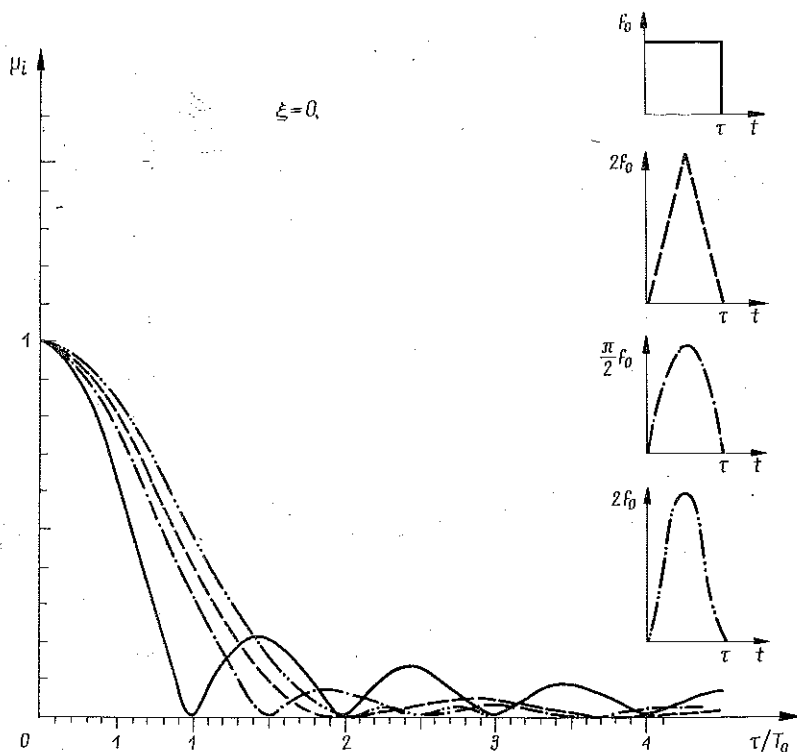
5. Wracając obecnie do zagadnienia optymalizacji postawionego na wstępie możemy powiedzieć, że minimum amplitudy drgań osiągamy, gdy wartość współczynnika dynamicznego będzie minimalna. Z kolei minimum tego współczynnika nastąpi, gdy współczynniki powtarzalności i kształtu osiągną swe minima. Jak już powiedziano wcześniej

$$(5.1) \quad \mu_T = (\mu_T)_{\min} \geq \frac{1}{2}, \quad \text{gdy} \quad \frac{T}{T_0} = \frac{2n+1}{2}, \quad n=0, 1, 2, \dots$$

Natomiast współczynniki kształtu są funkcjami malejącymi o malejącym wahaniu, tak że dla $\tau/T_0 > 0$

$$(5.2) \quad \mu_i < 1, \quad i=1, 2, 3, 4.$$

Jeśli ograniczymy się do przedziału $\tau/T_0 \leq 1, 2$, to najmniejszą wartość osiąga tu μ_1 , czyli współczynnik kształtu impulsu prostokątnego. Poza tym przedziałem ogólnie $\mu_i \leq 0,25$ i, co więcej, nie da się wyróżnić optymalnego kształtu impulsu ze względu na minimum amplitudy drgań.



Rys. 4

Tak więc z powyższej analizy wynika, że amplituda drgań w układzie będzie minimalna, gdy spośród rozważanych kształtów impulsów wybierzemy prostokątny, a stosunek czasu repetycji tych impulsów do okresu drgań własnych układu będzie spełniał warunek $T/T_0 = (2n+1)/2$.

6. Zamiast warunku minimum amplitudy drgań amortyzacja urządzeń musi niejednokrotnie spełniać warunek minimum siły przekazywanej na podłoże. Siła ta zgodnie z rys. 1 i wzorem (2.9) wynosi

$$(6.1) \quad F(t) = kx + c\dot{x} = m\omega^2 A e^{-h(t-\tau)} \cos[\lambda(t-\tau) - \theta + \psi], \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{2\xi \sqrt{1-\xi^2}}{1-2\xi^2},$$

$$\tau \leq t \leq T.$$

Stąd amplituda siły przekazywanej na podłoże po zakończeniu działania impulsu $t > \tau$ będzie równa

$$(6.2) \quad \text{Ampl}[F(t)] \equiv \text{Max}_{\tau \leq t \leq T} |F(t)| = m\omega^2 A = m\omega^2 S U \approx U S \omega \quad (\xi < 0,1).$$

Łatwo zauważyć z powyższego, że wielkość tłumienia w układzie nie ma wpływu na amplitudę siły przekazywanej na podłoże.

Zastąpmy obecnie impuls dowolny równoważnym prostokątnym o czasie trwania τ i sile zastępczej f_z , tak że $S = \tau f_z$. Wprowadźmy dalej współczynnik przekazywania siły w postaci funkcji

$$(6.3) \quad U_F = \frac{\text{Ampl}[F(t)]}{f_z} = U \frac{2\pi\tau}{T_0} = \mu_T \mu_{IF},$$

gdzie

$$\mu_{IF} = \mu_I \frac{2\pi\tau}{T_0}.$$

Widać, że współczynnik przeniesienia siły na podłoże jest iloczynem współczynnika powtarzalności μ_T oraz współczynnika kształtu ze względu na przeniesienie siły μ_{IF} . Ten ostatni uzyskuje się przez proste pomnożenie dynamicznego współczynnika kształtu przez $2\pi\tau/T_0$. Stąd wniosek, iż dla wartości argumentów $\tau/T_0 < 1, 2$, impuls prostokątny pozostaje również optymalny ze względu na minimum siły przenoszonej na podłoże. Poza tą wartością argumentu, a ściślej dla $\tau/T_0 > 1,5$ nie ma wyraźnego optimum, można jedynie powiedzieć podobnie jak poprzednio, że wartości współczynnika kształtu dla impulsu prostokątnego są nieco większe, a więc mniej korzystne od pozostałych.

Podobne zagadnienie do rozważanego wyżej występuje przy amortyzacji T -okresowych wstrząsów podłoża. Można pokazać, że przy zaniedbaniu wpływu małego tłumienia na wartość wyrazu wymuszenia kinematycznego, zależność (6.3) przedstawia współczynnik dynamiczny układu i jego minimum odpowiada najmniejszej amplitudzie drgań wymuszonych kinematycznie.

7. Reasumując wyniki uzyskane w pracy można powiedzieć, że dzięki zastosowanej metodzie rozwiązywania równania ruchu układu udało się uzyskać warunki i dobrać kształt impulsu optymalny ze względu na minimum amplitudy drgań i siły przekazywanej na podłoże. Przeprowadzone rozważania poprawne są dla przedziału czasu między dwoma kolejnymi impulsami siły chwilowej $\tau \leq t \leq T$, dla impulsów krótkotrwałych zaś w całym przedziale ruchu $0 \leq t \leq T$, gdyż w tym przypadku maksimum amplitudy występuje po pojawieniu się siły chwilowej. Wyniki uzyskane w pracy mogą mieć zastosowanie praktyczne, gdy np. ze względu na dokładność obróbki wymagana jest najmniejsza amplituda drgań urządzenia lub też gdy zakłócenia spowodowane jego pracą powinny być minimalne. Dalsze zastosowanie — to amortyzacja impulsowych i okresowych wstrząsów podłoża.

Przy okazji warto zwrócić uwagę na fakt, że dynamiczny współczynnik kształtu impulsu ze względu na przeniesienie siły na podłoże jest analogiczny do widma drgań swobodnych układu dla impulsu pojedynczego [2].

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. J. OSIOWSKI, *Zarys rachunku operatorowego*, WNT, Warszawa 1965.
2. C. M. HARRIS, CH. E. CREDE, *Shock and vibration handbook*, vol. 1, chapt. 8, Mc. Graw-Hill, 1961.

Резюме

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ И ВОЗМУЩЕНИЯ
ПРИ ДЕЙСТВИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ

В работе обсуждается вопрос о минимуме амплитуды колебаний и минимуме силы, передаваемой на основание системой, возбуждаемой периодическими импульсами. При условии одинаковых площадей импульсных сил, определяется оптимальная форма и время повторяемости импульсов.

SUMMARY

OPTIMALIZATION OF A VIBRATING SYSTEM LOADED
BY PERIODICAL IMPULSIVE FORCES

The solution is given to the problem of finding the minimum residual vibrations and the transmission of forces into the foundation of a system loaded by periodical impulsive forces. Under the assumption of equal pulse area the optimum pulse-shape and frequency have been determined.

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 14 czerwca 1971 r.
