

PEWNE ASPEKTY OBLICZANIA POPRZECZNYCH HYDRODYNAMICZNYCH ŁOŻYSK ŚLIZGOWYCH

TEODOR B R E C Z K O (BIAŁYSTOK)

Praca jest poświęcona wyznaczaniu pola ciśnień w filmie olejowym poprzecznego hydrodynamicznego łożyska ślizgowego z uwzględnieniem zmian lepkości oleju jako funkcji temperatury. Przedyskutowano w niej zastosowane uproszczenia przy wyprowadzeniu równania bilansu energii. Przedstawiono zmiany lepkości i gęstości jako funkcji temperatury wybranych olejów krajowych. Przedstawiono wyniki pomiarów temperatury powierzchni roboczej panewki i temperatury oleju na wlotach do łożyska z trzema klinami smarowymi. Omówiono metodę rozwiązania układu równań Reynoldsa i bilansu energii oraz warunki brzegowe przyjęte przy rozwiązywaniu tego układu równań. Przedstawiono pole ciśnień, znalezione na drodze obliczeniowej, w łożysku o perycykloidalnym zarysie powierzchni roboczej panewki oraz zmiany grubości filmu olejowego w tym łożysku. We wnioskach omówiono przypadki, w których można stosować przedstawiony układ równań Reynoldsa i bilansu energii do wyznaczania pola ciśnień w filmie olejowym poprzecznego hydrodynamicznego łożyska ślizgowego.

WAŻNIEJSZE OZNACZENIA

- P ciśnienie,
- T temperatura,
- ρ gęstość,
- h grubość filmu olejowego,
- C_v ciepło właściwe przy stałej objętości,
- U_0 prędkość obwodowa czopa,
- η lepkość dynamiczna,
- \vec{U} wektor prędkości cieczy,
- x, y, z współrzędne,
- u, v, w składowe wektora prędkości,
- α_p, α_w współczynniki przejmowania ciepła przez panewkę i czop,
- λ współczynnik przewodzenia ciepła,
- Pe liczba Pecleta,
- E przyrost energii,
- A praca,
- Q ciepło wymienione z otoczeniem,
- τ czas,
- U przyrost energii wewnętrznej,
- W przyrost energii kinetycznej,
- \vec{F} wektor gęstości sił masowych,
- ξ elementarna objętość cieczy,
- s powierzchnia ograniczająca elementarną objętość cieczy,
- $P_{i,j}$ składowe tensora naprężeń,
- \vec{q}_n wektor gęstości strumienia ciepłego,
- Φ funkcja dysypacyjna,
- A temperaturowo-lepkościowa liczba kryterialna,

- En liczba Englera,
 Te liczba Taylora,
 T_p temperatura powierzchni panewki,
 T_w temperatura powierzchni czopa,
 T_{w_1} temperatura oleju na wlocie do łożyska,
 T_{w_2} temperatura oleju na wylocie z łożyska.

1. WSTĘP

W budowie maszyn szerokie zastosowanie mają poprzeczne hydrodynamiczne łożyska ślizgowe. Dobór wymiarów geometrycznych łożyska, materiałów konstrukcyjnych na panewkę i czop, rodzaju i gatunku smaru, jak również sposobu smarowania jest uzależniony od danych warunków pracy, przede wszystkim od wielkości i charakteru obciążenia, prędkości kątowej czopa lub panewki i temperatury otoczenia. Poprzeczne łożysko hydrodynamiczne charakteryzuje się nośnością, którą można wyznaczyć, gdy znane jest pole ciśnień w filmie olejowym. Pole ciśnień jest rozwiązaniem równania Reynoldsa, które w przypadku równoległych osi panewki i czopa oraz przy założeniu, że powierzchnie robocze panewki i czopa nie są chropowate, przyjmuje zgodnie z pracą [3] następującą postać:

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\eta} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\eta} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6U_0 \frac{dh}{dx}.$$

Zakładając, że $\eta = \text{const}$ i uwzględniając chropowatość powierzchni roboczych panewki i czopa, powyższe równanie wg pracy [2] można przedstawić w postaci

$$(1.2) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \psi_1(h) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \psi_2(h) \right) = 6\eta U_0 \frac{\partial}{\partial x} \psi_3(h),$$

gdzie $\psi_i(h)$ oznacza funkcje uwzględniające nierówności powierzchni panewki i czopa.

Lepkość dynamiczna η stosowanych olejów mineralnych, występująca w równaniu (1.1), jest funkcją temperatury (rys. 1) i ciśnienia, przy czym pole temperatury w filmie olejowym jest polem niejednorodnym. Zmiany lepkości jako funkcji ciśnienia występują przy ciśnieniach znacznie wyższych od ciśnień istniejących w filmie olejowym hydrodynamicznego łożyska ślizgowego. Pozwala to przy obliczaniu łożysk hydrodynamicznych pominąć wpływ ciśnienia na lepkość, a przyjąć ją jako funkcję temperatury,

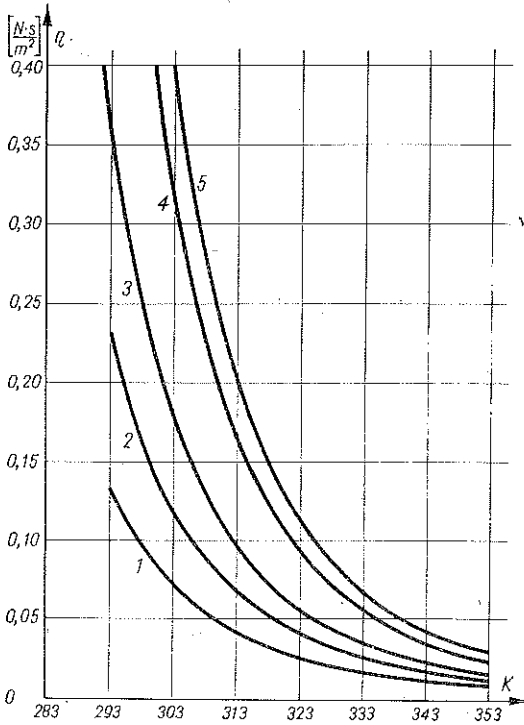
$$(1.3) \quad \eta = \eta(T).$$

W związku z uzależnieniem lepkości od temperatury autor w pracy [3] do równania bilansu energii wprowadził wyrazy uwzględniające wymianę ciepła między filmem olejowym a czopem i panewką. Równanie to ma postać

$$(1.4) \quad \rho C_v \left[\left(\frac{U_0 h}{2} - \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial P}{\partial x} \right) \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial P}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \\ -\alpha_p (T - T_p) - \alpha_w (T - T_w) + \frac{h^3}{12\eta} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right] + \eta \frac{U_0^2}{h}.$$

Dla wyznaczenia pola ciśnień z uwzględnieniem zmian lepkości należy rozwiązać układ równań (1.1) i (1.4). Dotychczas zagadnienie to rozwiązywano często przy bardziej uproszczonej postaci równania bilansu energii. Autorzy pracy [4] przytaczają następującą postać tego równania:

$$(1.5) \quad \left(\frac{\bar{H}}{2} - \frac{\bar{H}^3}{12\bar{\eta}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} - \frac{\bar{H}^3}{12\bar{\eta}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} = \frac{\bar{\eta}}{\bar{H}} + \frac{\bar{H}^3}{12\bar{\eta}} \left[\left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \right)^2 \right].$$



Rys. 1. Lepkość olejów mineralnych jako funkcja temperatury:
1 - maszynowy 26, 2 - maszynowy 40, 3 - hipol 10, 4 - hipol 15, 5 - transol 130

Nie uwzględniono tu wymiany ciepła między filmem olejowym a panewką i czopem. Dla wyznaczenia pola temperatury z uwzględnieniem zmiany temperatury na grubości filmu autorzy pracy [4] proponują następujące równanie bilansu energii:

$$(1.6) \quad \bar{H}^2 \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} = \text{Pe} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} + \bar{\eta} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2.$$

Równanie to nie uwzględnia zmian pola temperatury wzdłuż długości łożyska i może być stosowane do łożysk długich, w których zmiany temperatury na końcach łożyska nie mają wpływu na jego pracę.

Równanie (1.4) bilansu energii, aczkolwiek też jest równaniem uproszczonym, to w porównaniu z równaniami (1.5) i (1.6) najdokładniej opisuje pole temperatury w filmie olejowym. Zastosowane uproszczenia równania (1.4) są podyktowane przede wszystkim trudnościami obliczeniowymi.

Celem niniejszej pracy jest przedyskutowanie uproszczeń zastosowanych przy wyprowadzeniu równania (1.4), wyznaczenie warunków brzegowych dla tego równania oraz wyznaczenie pola ciśnień z układu równań (1.1) i (1.4) na przykładzie łożyska poprzecznego z trzema klinami smarnymi.

2. RÓWNANIE BILANSU ENERGII

Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki,

$$(2.1) \quad E = A - Q,$$

sporządzmy bilans energetyczny dla objętości cieczy (rys. 2) znajdującej się w ruchu. Różniczkując stronami (2.1) względem czasu

$$(2.2) \quad \frac{dE}{d\tau} = \frac{dA}{d\tau} - \frac{dQ}{d\tau}$$

oraz uwzględniając zmiany tylko energii kinetycznej W i wewnętrznej U , otrzymamy

$$(2.3) \quad \frac{dE}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} (U + W) = \frac{d}{d\tau} \int_{\xi} \rho \left(C_v T + \frac{\bar{U}^2}{2} \right) d\xi.$$

Pochodną pracy A względem czasu, potrzebna dla pokonania sił masowych i powierzchniowych w cieczy będącej w ruchu, wynosi

$$(2.4) \quad \frac{dA}{d\tau} = \int_{\xi} \rho \bar{F} \bar{U} d\xi + \int_S \bar{p}_n \bar{U} ds = \int_{\xi} [\rho \bar{F} \bar{U} + \text{div}(P_{ij} \bar{U})] d\xi.$$

Pochodną $dQ/d\tau$ wyrazimy przez wektor gęstości strumienia ciepłego:

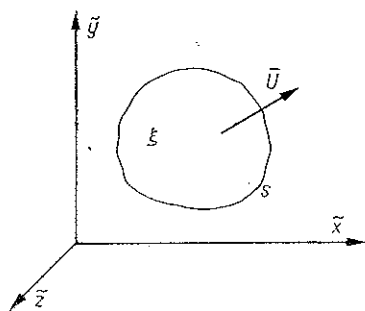
$$(2.5) \quad \frac{dQ}{d\tau} = \int_S \bar{q}_n ds.$$

Stosując prawo Fouriera dla cieczy izotropowej

$$(2.6) \quad \bar{q}_n = -\lambda \text{grad}_n T,$$

wzorowi (2.5) nadamy postać:

$$(2.7) \quad \frac{dQ}{d\tau} = \int_S -\lambda \text{grad}_n T ds = \int_{\xi} \text{div}(\lambda \text{grad} T) d\xi.$$



Rys. 2. Układ współrzędnych

Po podstawieniu (2.3), (2.4) i (2.7) do (2.2) otrzymamy postać całkową równania bilansu energii, któremu jest równoważne następujące równanie różniczkowe:

$$(2.8) \quad \frac{d}{d\tau} \left[\rho \left(C_v T + \frac{\bar{U}^2}{2} \right) \right] = \rho \bar{F} \bar{U} + \text{div}(P_{ij} \bar{U}) + \text{div}(\lambda \text{grad} T).$$

Podstawiając do równania (2.8) składowe tensora naprężeń z uogólnionego prawa Newtona dla cieczy izotropowej

$$(2.9) \quad P_{ij} = \begin{cases} -P + 2\eta \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \eta \operatorname{div} \vec{U} & \text{dla } i=j; \\ \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) & \text{dla } i \neq j, \end{cases}$$

gdzie $x_i, x_j = x, y, z$; $v_i, v_j = u, v, w$. Przy $\lambda = \text{const}$ (zgodnie z danymi pracy [5] λ dla olejów mineralnych nieznacznie maleje ze wzrostem temperatury), otrzymujemy

$$(2.10) \quad \rho C_v \frac{dT}{dt} + P \operatorname{div} \vec{U} = \lambda \nabla^2 T + \Phi,$$

gdzie

$$\Phi = \eta \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 - \frac{2}{3} \eta \operatorname{div}^2 \vec{U} \right\}$$

oznacza funkcję dysypacyjną.

Dla cieczy nieściśliwej i procesu ustalonego równanie to przyjmie nieco prostszą postać:

$$(2.11) \quad \rho C_p \vec{U} \operatorname{grad} T = \lambda \nabla^2 T + \Phi,$$

gdzie

$$\Phi = \eta \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right\}.$$

3. DALSZE UPROSZCZENIA RÓWNIANIA BILANSU ENERGII

Wymiary geometryczne filmu olejowego charakteryzują się tym, że rząd grubości w porównaniu z rzędem pozostałych jego wymiarów jest 10^3 razy mniejszy. W celu oszacowania wartości względnej poszczególnych wyrazów równania (2.11) przyjmujemy układ współrzędnych jak na rys. 3 i przedstawiamy następujące wielkości w postaci bezwymiarowej:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} x &= k\tilde{x}, & y &= m\tilde{y}, & z &= L\tilde{z}, \\ u &= U\tilde{u}, & v &= V\tilde{v}, & w &= W\tilde{w}, \\ \rho &= \rho_0 \tilde{\rho}, & \eta &= \eta_0 \tilde{\eta}, & T &= T_0 \tilde{T}, & \lambda &= \lambda_0 \tilde{\lambda}. \end{aligned}$$

Po podstawieniu (3.1) do (2.11) otrzymamy

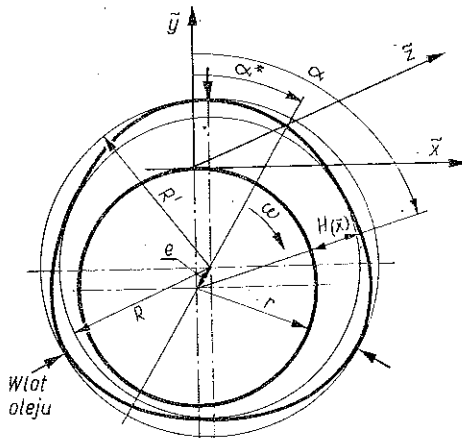
$$(3.2) \quad \frac{Pe}{\gamma} \tilde{\rho} \left[\tilde{u} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \right] = \tilde{\lambda} \left(\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{1}{\gamma^2} \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{z}^2} \right) +$$

$$+ A \tilde{\eta} \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{z}} \right)^2 \right] + \left(\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} + \gamma \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}} \right)^2 + \left(\gamma \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{z}} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{y}} \right)^2 \right\},$$

gdzie

$$Pe = \frac{\rho_0 C_v m U}{\lambda_0}, \quad A = \frac{\rho_0 U^2}{\lambda_0 T_0}, \quad \gamma = \frac{m}{k}.$$



$$x^* = (\alpha^*/180) \pi, \quad \bar{x} = (\alpha/180) \pi$$

$$2m = R^2 - r^2, \quad \varepsilon = R - r$$

$$\delta = e/\varepsilon, \quad \delta^* = m/\varepsilon$$

$$\psi = e/r$$

Rys. 3. Schemat łożyska perycykloidalnego

W przyjętym układzie współrzędnych (rys. 3)

$$(3.3) \quad x \in [0, 2\pi r], \quad y \in [0, h(x)].$$

Podstawiając (3.1) do (3.3) otrzymamy

$$k\tilde{x} \in [0, 2\pi r] \Rightarrow k=r \quad \text{dla} \quad \tilde{x} \in [0, 2\pi], \quad m\tilde{y} \in [0, h(x)] \Rightarrow m=h(x) \quad \text{dla} \quad \tilde{y} \in [0, 1].$$

Wobec tego możemy napisać $\gamma = m/k = h/r$.

Ponieważ grubość filmu olejowego większości łożysk ślizgowych wynosi dziesiątki μm , a promień czopa r — dziesiątki mm , przeto $\gamma \approx 10^{-3}$. Równanie (3.2), po uwzględnieniu tylko wyrazów pomnożonych przez $1/\gamma$ i $1/\gamma^2$, które są 10^3

i 10^6 razy większe od pozostałych jego składników, po ponownym podstawieniu przyjętych oznaczeń (3.1), przyjmie postać

$$(3.4) \quad \rho C_v \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \Phi,$$

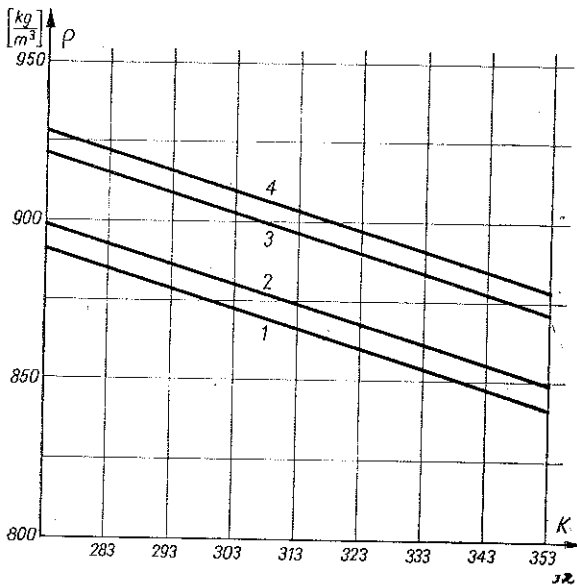
gdzie

$$\Phi = \eta \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right].$$

Aby znaleźć pole ciśnień w filmie olejowym łożyska z uwzględnieniem zmian lepkości $\eta = \eta(T)$, należy w równaniu (3.4) wyrugować składowe pola prędkości u i w , wprowadzając ciśnienie, i tak przekształcone równanie (3.4) rozwiązać w układzie z równaniem Reynoldsa (1.1). W tym celu scałkujemy równanie (3.4) wzdłuż grubości filmu olejowego (rys. 3).

Lewą stronę równania (3.4) można napisać

$$(3.5) \quad \rho C_v \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = C_v \left[\frac{\partial(\rho u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v T)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w T)}{\partial z} - T \operatorname{div}(\rho \vec{U}) \right].$$



Rys. 4. Gęstość olejów mineralnych jako funkcja temperatury:

1 - maszynowy 26, 2 - maszynowy 40, 3 - hipole, 4 - transole

Biorąc pod uwagę równanie ciągłości dla procesu ustalonego

$$(3.6) \quad \operatorname{div}(\rho \vec{U}) = 0$$

oraz na podstawie wyników pracy [6] zakładając $T = T(x, z)$ (wg. tej pracy przy prędkości obwodowej czopa około 10 m/s i promieniowym luzie względnym około 4‰ zmiany temperatury na grubości filmu olejowego wynosiły tylko 3K) lewą stronę

równania (3.4) po przekształceniu (3.5) można scałkować wzdłuż y , wyłączając przed znak całki temperaturę T i gęstość ρ (ρ jest funkcją temperatury jak na rys. 4). Pomijamy przy tym drugi i ostatni wyraz prawej strony (3.5) jako równy zeru. W ten sposób otrzymamy

$$(3.7) \quad \rho C_v \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(T \int_0^h u dy \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(T \int_0^h w dy \right) \right] = \lambda \int_0^h \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} dy + \eta \int_0^h \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dy.$$

W celu wyznaczenia składowych pola prędkości występujących pod znakiem całki w równaniu (3.7) zastosujemy twierdzenie KOROWCZYŃSKIEGO [1] o rzeczywistym przepływie lepkiej nieściśliwej cieczy. Według twierdzenia przepływ cieczy jest taki, że funkcjonal

$$(3.8) \quad J \left(x, y, z, u, w, \frac{\partial u}{\partial x}, \dots, \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \int \left(\frac{\Phi}{2} + \bar{U} \text{grad} P \right) d\xi$$

osiąga wartość ekstremalną. Po podstawieniu do funkcjonału (3.8) uproszczonej postaci funkcji dysypacyjnej z równania (3.4) oraz po uwzględnieniu warunków dostatecznych istnienia jego ekstremum:

$$(3.9) \quad \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial F}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)} \right] - \frac{\partial F}{\partial u} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial F}{\partial \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)} \right] - \frac{\partial F}{\partial w} = 0,$$

gdzie F oznacza funkcję podcałkową funkcjonału (3.8), otrzymamy

$$(3.10) \quad \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial w}{\partial y} \right).$$

Po dwukrotnym całkowaniu (3.10) wzdłuż y przy warunkach brzegowych (rys. 2):

$$(3.11) \quad u(x, 0, z) = U_0, \quad u(x, h, z) = 0, \quad w(x, 0, z) = 0, \quad w(x, h, z) = 0,$$

otrzymamy

$$(3.12) \quad u = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial P}{\partial x} (y^2 - hy) + \frac{U_0}{h} (h - y), \quad w = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial P}{\partial z} (y^2 - hy).$$

Po podstawieniu (3.12) do (3.7) oraz po uwzględnieniu warunków brzegowych wynikających z praw Fouriera i Newtona

$$(3.13) \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha (T - T_s)$$

i równania Reynoldsa (1.1), otrzymamy przytoczone we wstępie równanie (1.4).

We wzorach powyższych $\partial T / \partial n$ oznacza pochodną wzdłuż normalnej do powierzchni ścianki, która oddziela dwa ośrodki o różnych temperaturach, T_s temperaturę ścianki, T temperaturę mierzoną w pewnej odległości od ścianki.

4. WYZNACZENIE POLA CIŚNIEŃ W POPRZECZNYM ŁOŻYSKU ŚLIZGOWYM

Rozpatrzmy poprzeczne hydrodynamiczne łożysko ślizgowe z trzema klinami smarowymi. W przypadku perycykloidalnego zarysu powierzchni roboczej panewki (rys. 3) grubość filmu olejowego w tym łożysku można opisać według pracy [3] funkcją następującą:

$$(4.1) \quad h = \varepsilon [1 + \delta \cos(x - x^*) + \delta^* (1 + \cos 3x)].$$

Ponieważ współczynniki przejmowania ciepła α_p i α_w są opisywane równaniami kryterialnymi, przeto układ równań (1.1) i (1.4) przedstawiamy w postaci bezwymiarowej. W tym celu wprowadźmy oznaczenia następujące:

$$(4.2) \quad x = r\bar{x}, \quad z = L/2\bar{z}, \quad h = \varepsilon\bar{H}, \quad \eta = \eta_{(293)}\bar{\eta},$$

$$P = \frac{\eta_{(293)}\omega}{\psi^2}\bar{P}, \quad T - 293 = \frac{\eta_{(293)}\omega}{\rho C_v \psi^2}\bar{T}, \quad \psi = \frac{\varepsilon}{r},$$

gdzie 293 oznacza temperaturę odniesienia w K.

Po wykonaniu różniczkowania po lewej stronie równania (1.1) i uwzględnieniu oznaczeń (4.2), otrzymamy

$$(4.3) \quad \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \bar{x}^2} + \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \bar{z}^2} + \left(\frac{3}{\bar{H}} \frac{d\bar{H}}{d\bar{x}} - \frac{1}{\bar{\eta}} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{x}}\right) \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} - \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{1}{\bar{\eta}} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} - \frac{6\bar{\eta}}{\bar{H}^3} \frac{d\bar{H}}{d\bar{x}} = 0.$$

Po podstawieniu (4.2) do (1.4) otrzymamy

$$(4.4) \quad \left(\frac{\bar{H}}{2} - \frac{\bar{H}^3}{12\bar{\eta}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}}\right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} - \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{\bar{H}^3}{12\bar{\eta}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} + \text{En}(\bar{T} - \bar{T}_p) + \text{En}(\bar{T} - \bar{T}_w) -$$

$$- \frac{\bar{\eta}}{\bar{H}} - \frac{\bar{H}^3}{12\bar{\eta}} \left[\left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}}\right)^2 + \left(\frac{D}{L}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}}\right)^2 \right] = 0,$$

gdzie $\text{En} = Nu/\psi \text{Pe}$ jest liczbą Englera.

Zgodnie z pracą [7] $\text{En} = 0,34 \sqrt{\text{Te}}$, gdzie

$$\text{Te} = \frac{\eta U_0}{\rho C_v l \psi (T_{w_2} - T_{w_1})}$$

oznacza liczbę Taylora; T_{w_1} temperaturę oleju na wlocie, T_{w_2} temperaturę oleju na wylocie oraz l charakterystyczny wymiar liniowy.

Przyjmując $l = \varepsilon$ i uwzględniając oznaczenia (4.2), liczbę kryterialną Englera napiszemy w postaci

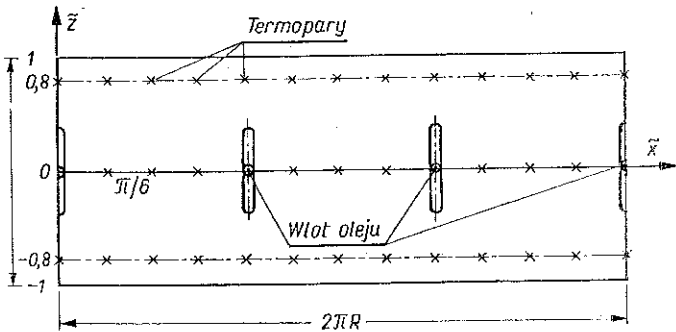
$$(4.5) \quad \text{En} = A \sqrt{\bar{\eta}},$$

gdzie

$$A = 0,34 \sqrt{\frac{1}{\bar{T}_{w_2} - \bar{T}_{w_1}}}.$$

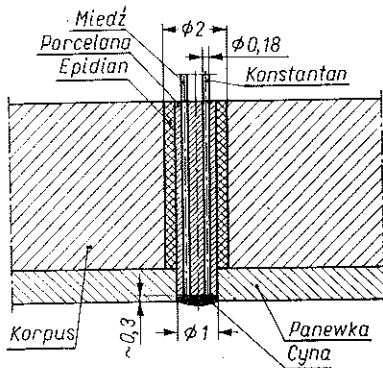
5. ROZWIĄZANIE NUMERYCZNE UKŁADU RÓWNAŃ (4.3) I (4.4)

W celu znalezienia przybliżonego rozwiązania równań (4.3) i (4.4) wraz z równaniem (4.1), opisującym grubość filmu olejowego w łożysku, należy wyznaczyć eksperymentalnie lub przyjąć wartość ciśnień i temperatur na brzegach obszarów powstających przez rozwinięcie powierzchni roboczej panewki. W przypadku uwzględnienia wymiany ciepła między filmem olejowym a panewką i czopem należy również zmierzyć lub przyjąć temperaturę powierzchni panewki i czopa.



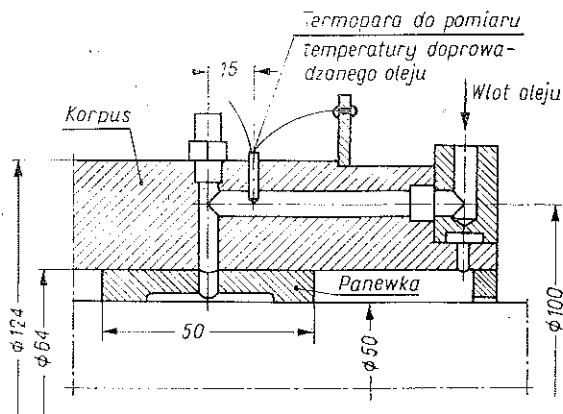
Rys. 5. Schemat rozmieszczenia termopar do pomiaru temperatury na powierzchni roboczej panewki

Temperaturę powierzchni roboczej panewki T_p zmierzono za pomocą termopar zamontowanych w punktach oznaczonych krzyżykami (rys. 5). Termopary zamontowane były w panewce w odległości około 0,3 mm od powierzchni roboczej panewki (rys. 6).

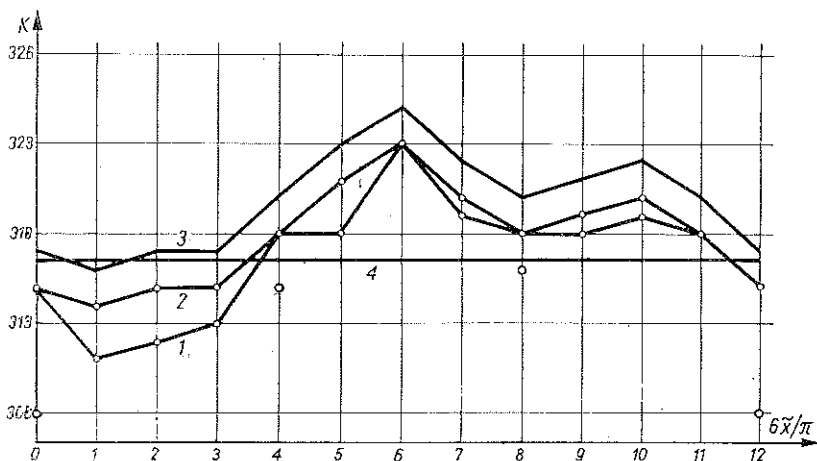


Rys. 6. Termopara do pomiaru temperatury powierzchni roboczej panewki

Temperaturę oleju na wlocie T_{w_1} była mierzona trzema termoparami umieszczonymi w kanałach wlotowych (rys. 7). Temperaturę powierzchni roboczej czopa T_w wyznaczono jako średnią arytmetyczną z temperatury zmierzonej w poszczególnych punktach panewki. Wartość zmierzonych temperatur na powierzchni roboczej panewki, temperatury oleju w kanałach wlotowych T_{w_1} oraz przyjętej temperatury na brzegach filmu olejowego i na powierzchni czopa T_w przedstawiono na rys. 8. Temperaturę oleju na wylocie T_{w_2} przyjęto za równą temperaturze powierzchni roboczej czopa T_w . Przyjęto, że temperatura na brzegu filmu olejowego jest wyższa o 2K od temperatury zmierzonej na powierzchni panewki termoparami umieszczonymi przy jej brzegach ($\bar{z}=0,8$ i $\bar{z}=-0,8$; rys. 5). Taki sposób określenia temperatury na brzegach filmu olejowego ($\bar{z}=1$ i $\bar{z}=-1$; rys. 5) przyjęto ze względu na niemożność pomiaru bezpośredniego bez zmiany modelu badanego. Przyrosty temperatury filmu olejo-

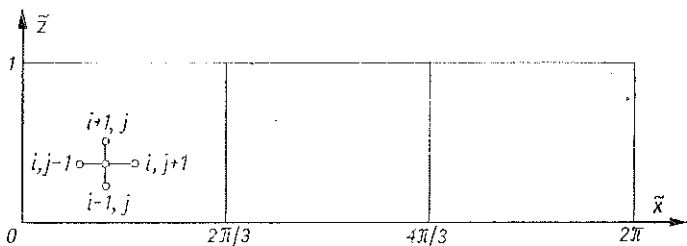


Rys. 7. Umieszczenie termopar do pomiaru temperatury oleju na wlocie



Rys. 8. Wartości temperatury mierzonej:

1 - temperatura na powierzchni roboczej panewki mierzona w płaszczyźnie środkowej $\bar{z}=0$; 2 - temperatura na powierzchni roboczej panewki mierzona w płaszczyznach bocznych: $\bar{z}=-0,8$ i $\bar{z}=0,8$; 3 - przyjęta temperatura na brzegach filmu olejowego: $\bar{z}=-1$ i $\bar{z}=1$; 4 - przyjęta temperatura powierzchni roboczej czopa, \circ - temperatura oleju mierzona w kanałach wlotowych



Rys. 9. Rozwinięcie powierzchni roboczej panewki

wego na brzegach panewki przyjęto na podstawie pracy [7] (wg. tej pracy temperatura filmu olejowego mierzona termoparą odkrytą była blisko o 2K wyższa od temperatury powierzchni roboczej panewki).

Na podstawie przeprowadzonych pomiarów stwierdzono, że temperatury na brzegach panewki w odpowiadających sobie punktach są sobie równe, co pozwoliło wysnuć wniosek o symetrii względem płaszczyzny środkowej pól temperatur i ciśnień. Wobec tego rozwiązania równań (3.4) i (4.4) można było poszukiwać tylko w połowie obszarów płaskich, powstałych przez rozwinięcie powierzchni roboczych panewki (rys. 9).

Przy wyznaczaniu pola ciśnień w filmie olejowym dla równania Reynoldsa były przyjęte następujące warunki brzegowe (rys. 9):

$$(5.1) \quad \bar{P}(\bar{x}_p, \bar{z}) = \bar{P}(\bar{x}_k, \bar{z}) = 0, \quad \bar{P}(\bar{x}, 1) = 0, \quad \left[\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \right]_{\bar{z}=0} = 0.$$

Dla równania bilansu energii przyjęto następujące warunki brzegowe:

$$(5.2) \quad \begin{aligned} \bar{T}(\bar{x}_p, \bar{z}) &= \bar{T}_{w_1}(\bar{x}_p, 0) + [\bar{T}(\bar{x}_p, 1) - \bar{T}_{w_1}(\bar{x}_p, 0)] \bar{z}^2, \\ \bar{T}(\bar{x}_k, \bar{z}) &= \bar{T}_{w_1}(\bar{x}_k, 0) + [\bar{T}(\bar{x}_k, 1) - \bar{T}_{w_1}(\bar{x}_k, 0)] \bar{z}^2, \\ \bar{T}(\bar{x}, 1) &= \bar{T}(\bar{x}, 1), \quad \left[\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right]_{\bar{z}=0} = 0, \end{aligned}$$

gdzie współrzędne początków rozpatrywanych obszarów (rys. 9)

$$\bar{x}_p = 0, \quad 2\pi/3, \quad 4\pi/3,$$

współrzędne końców rozpatrywanych obszarów (rys. 9)

$$\bar{x}_k = 2\pi/3, \quad 4\pi/3, \quad 2\pi$$

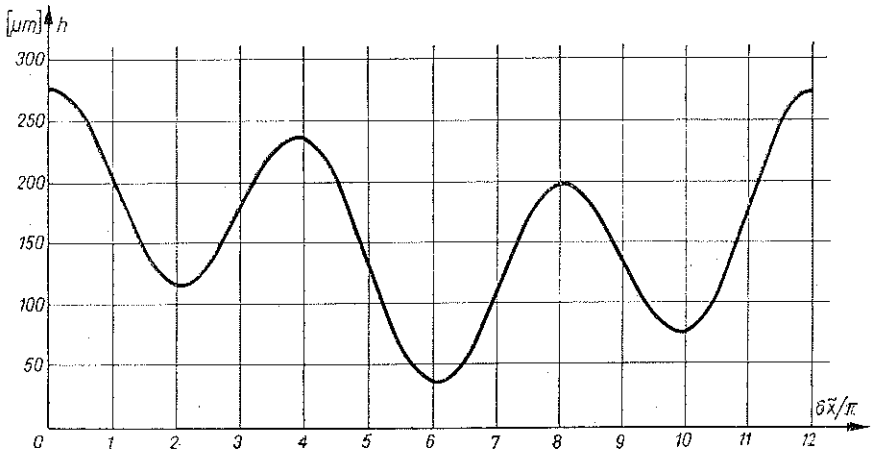
oraz gdzie \bar{T}_{w_1} oznacza bezwymiarową temperaturę oleju na wlocie (rys. 8), a $\bar{T}(\bar{x}, 1)$ bezwymiarową temperaturę na brzegu filmu olejowego (rys. 8).

Na trzy obszary powstałe z rozwinięcia powierzchni roboczej panewki (rys. 9) naniesiono siatkę o 20 krokach w kierunku osi \bar{x} i 10 krokach w kierunku osi \bar{z} . Układ równań (4.3) i (4.4) napisano w postaci różnicowej i metodą iteracyjną określono funkcję siatkową równą przybliżonym wartościom ciśnień w węzłach siatki. Podczas obliczeń do wyznaczenia wartości temperatury powierzchni panewki w węzłach siatki (rys. 9) stosowano interpolację liniową. Wartości lepkości w tych węzłach:

$$(5.3) \quad \bar{\eta} = \frac{\eta(T)}{\eta_{(293)}},$$

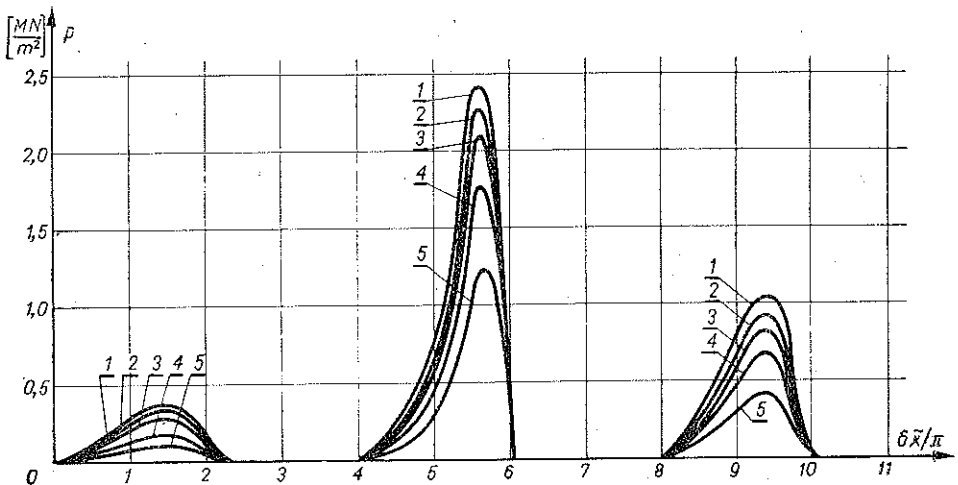
gdzie $\eta(T)$ oznacza lepkość zmierzona przy różnych temperaturach (rys. 1) oraz $\eta_{(293)}$ lepkość w temperaturze 293K, były wyznaczone z wielomianu pierwszego stopnia, za pomocą którego metodą najmniejszych kwadratów była aproksymowana lepkość oleju (rys. 1) w przedziale temperatury występującej w filmie olejowym badanego łożyska.

Badane łożysko miało następujące wymiary: średnica nominalna $D=50$ mm, długość $L=50$ mm. Do smarowania używano oleju Hipol 10. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 10 i 11.



Rys. 10. Grubość filmu olejowego badanego łożyska:

$$\delta=0,588, \delta^*=1,019, x^*=0,502$$



Rys. 11. Wartości ciśnień w filmie olejowym łożyska badanego wyznaczone z uwzględnieniem wymiany ciepła między filmem olejowym a panewką i czopem w następujących płaszczyznach:

$$\begin{array}{l} \text{przy } \tilde{x} \in [0, 2\pi/3] \text{ — 1 dla } \tilde{z}=0; 2 \text{ dla } \tilde{z}=0,4; 3 \text{ dla } \tilde{z}=0,6; 4 \text{ dla } \tilde{z}=0,8; 5 \text{ dla } \tilde{z}=0,9, \\ \text{przy } \tilde{x} \in [2\pi/3, 4\pi/3] \text{ — 1 dla } \tilde{z}=0; 2 \text{ dla } \tilde{z}=0,6; 3 \text{ dla } \tilde{z}=0,7; 4 \text{ dla } \tilde{z}=0,8; 5 \text{ dla } \tilde{z}=0,9 \\ \text{i } \tilde{x} \in [4\pi/3, 2\pi] \end{array}$$

Rysunek 10 przedstawia wykres grubości filmu olejowego obliczonego ze wzoru (4.1) po eksperymentalnym wyznaczeniu δ i x^* dla $\delta^*=1,019$. Na rys. 11 przedstawiono wartości ciśnień w wybranych płaszczyznach prostopadłych do osi łożyska.

Należy zaznaczyć, że wartości „ujemne” ciśnień w procesie iteracyjnym były przyrównywane do zera, ponieważ nieznacznie niższe ciśnienia od atmosferycznego mogą wystąpić tylko w długich łożyskach, o małym luzie promieniowym i smarowanych olejem o dużej lepkości.

6. WNIOSKI

1. Przedstawiony układ równań (4.4) i (4.5) umożliwia obliczenie pola ciśnień hydrodynamicznego łożyska ślizgowego o dowolnym kształcie panewki.

2. Obliczenia można przeprowadzić przyjmując: a) średnią wartość lepkości dla przedziału temperatury występującej w filmie olejowym bez uwzględnienia wymiany ciepła między filmem olejowym a panewką i czopem; b) średnią wartość lepkości dla przedziału temperatury występującej w filmie olejowym i uwzględniając wymianę ciepła między filmem a panewką i czopem; c) lepkość jako funkcję temperatury bez uwzględnienia wymiany ciepła między filmem olejowym a panewką i czopem; d) lepkość jako funkcję temperatury z uwzględnieniem wymiany ciepła między filmem olejowym a panewką i czopem.

3. Wyznaczenie pola ciśnień z uwzględnieniem zmiany lepkości jako funkcji temperatury wymaga eksperymentalnego wyznaczenia następujących wielkości: a) wzajemnego położenia panewki względem czopa, b) temperatury powierzchni roboczej panewki oraz c) temperatury i ciśnienia oleju doprowadzonego do łożyska.

4. Zastosowanie proponowanej metody w etapie projektowania konstrukcji jest możliwe dla danego łożyska przy przyjęciu z góry a) przesunięcia czopa względem panewki wychodząc z minimalnie dopuszczalnej grubości filmu olejowego, b) temperatury i ciśnienia oleju doprowadzonego do łożyska oraz c) wartości temperatury w poszczególnych punktach powierzchni roboczej panewki na podstawie danych eksperymentalnych.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. М. В. Коровчинский, *О вариационных методах в гидродинамической теории смазки*, «Трение и износ в Машинях», Сб XI АН СССР, 1956.
2. H. CHRISTENSEN, K. TONDER, *The hydrodynamic lubrication of rough journal bearings*, Trans. ASME, F-95, 2, 166-172, 1973.
3. T. BRE CZKO, *Rozkład temperatury w filmie olejowym łożyska z trzema klinami smarnymi*, praca doktorska, Łódź 1973.
4. H. MCCALLION, F. YOUSIF, T. LLOYD, *The analysis of thermal effects in a full journal bearing*, Trans. ASME, Ser. F, 578-587, October 1970.
5. А. К. Абас-Заде, К. Д. Гусейнов, М. Ф. Эфендиев, *Исследование теплопроводности чистых жидкостей и нефтепродуктов*, Сб. ст. «Теплофизические свойства жидкостей», Наука, 1970.
6. B. ROMACKER, *Die Temperaturverteilung Schmierfilm konstant belasteter Gleitlager*, Karlsruhe 1965.
7. В. А. Неципоренко, *Ресчёт высокоскоростных опор судовых редукторов*, Судостроение, 1966.

Резюме

СОВРЕМЕННЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАСЧЕТА ПОПЕРЕЧНЫХ
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ

Работа посвящена определению поля давлений в масляной пленке поперечного гидродинамического подшипника скольжения с учетом изменений вязкости масла в функции температуры. В работе обсуждены упрощения примененные при выводе уравнения баланса энергии. Представлены изменения вязкости и плотности в функции температуры избранных отечественных масел. Представлены результаты измерений температуры рабочей поверхности втулки и температуры масла на входе в подшипник с тремя смазочными клинами. Обсужден метод решения системы уравнений Рейнольдса и баланса энергии, а также граничные условия принятые при решении этой системы уравнений. Представлены поле давлений, найденное расчетным путем, в подшипнике с перикоидальным профилем рабочей поверхности втулки и изменения толщины масляной пленки в этом подшипнике. В выводах обсуждены случаи, в которых можно применять представленную систему уравнений Рейнольдса и баланса энергии для определения поля давлений в масляной пленке поперечного гидродинамического подшипника скольжения.

SUMMARY

RECENT TRENDS IN CALCULATION OF TRANSVERSE HYDRODYNAMIC SLIDING BEARINGS

The paper deals with the evaluation of the pressure field in the oil film of the transverse hydrodynamic sliding bearings when the oil viscosity is changing with the temperature. The assumptions made at the derivation of the energy balance equation are discussed in detail. The changes of the viscosity and density of some chosen Polish oils are presented as the functions of temperature. The measurement results of temperature of the bearing working surface and of the oil at the inlets to the bearing with three oil wedges are given. A method of solution of the Reynolds and energy balance system of equations with corresponding boundary conditions is discussed in detail. The computed pressure field in the bearing having pericycloidal profile of the working surface and the depth changes of oil film in this bearing are presented. In conclusions there are discussed the cases in which the presented Reynolds and energy balance system of equations may be applied to the evaluation of the pressure field in the oil film of the transverse hydrodynamic sliding bearing.

WYŻSZA SZKOŁA INŻYNIERSKA W BIAŁYMSTOKU

Praca została złożona dnia 24 września 1974 r.