

PÓŁODWROTNA METODA OTRZYMYWANIA ROZWIĄZAŃ ZUPEŁNYCH NOŚNOŚCI GRANICZNEJ PŁYTY

JOANNA SOKÓŁ-SUPEŁ (WARSZAWA)

W pracy rozważane są sztywno-plastyczne płyty izotropowe z materiału spełniającego warunek plastyczności Johansena. Ograniczono się do płyt o polach sił i prędkości przemieszczeń opisanych układem równań różniczkowych typu parabolicznego. Przedstawiono metodę otrzymywania rozwiązań dla takich płyt. Podano szereg nowych rozwiązań zupełnych dla równomiernie obciążonych, swobodnie podpartych płyt, kształtem zbliżonych do prostokąta.

OZNACZENIA

- X, Y współrzędne kartezjańskie,
 L długość odniesienia,
 H grubość płyty,
 M_0 moment graniczny,
 $x = \frac{X}{L}, y = \frac{Y}{L}$ współrzędne bezwymiarowe,
 $\eta \cdot L$ długość płyty otrzymana w wyniku obliczeń,
 $\eta_p \cdot L$ długość płyty dana do obliczeń,
 P obciążenie równomiernie rozłożone,
 $p = \frac{PL^2}{M_0}$ intensywność obciążenia,
 M_r, M_θ główne momenty zginające,
 T_r, T_θ siły poprzeczne,
 $m_r = \frac{M_r}{M_0}, m_\theta = \frac{M_\theta}{M_0}$ bezwymiarowe momenty,
 $t_r = \frac{T_r L}{M_0}, t_\theta = \frac{T_\theta L}{M_0}$ bezwymiarowe siły poprzeczne,
 $k_\theta = \frac{K_\theta L^2}{H}, k_r = \frac{K_r L^2}{H}$ prędkości zmian krzywizn głównych,
 ν mnożnik w stowarzyszonym prawie płynięcia,
 β kąt pomiędzy trajektoriami momentu m , i wektorem normalnym do brzegu,
 $(x(\theta), y(\theta))$ współrzędne obwiedni charakterystyk,
 $dl = \sqrt{[x'(\theta)]^2 + [y'(\theta)]^2} d\theta$ różniczka łuku obwiedni charakterystyk,
 α rzędna punktu przecięcia obwiedni charakterystyk OS z osią symetrii KL .

1. WSTĘP

Zginanie cienkiej płyty sztywno-plastycznej opisuje układ nieliniowych równań różniczkowych. Rozwiązanie problemu brzegowego dla tego układu równań daje tzw. rozwiązanie zupełne zagadnienia nośności granicznej. Na takie rozwiązanie zupełne składa się wyznaczenie sił wewnętrznych, prędkości ugięć i wartości obciążenia granicznego. Dla izotropowych płyt z materiału spełniającego warunek plastyczności Johansena równania są quasi-liniowe typu parabolicznego lub hiperbolicznego [1].

W obszarach parabolicznych charakterystyki tych równań są prostoliniowe i mają obwiednię, której kształt zależy od równania brzegu płyty. W tym przypadku uzyskanie rozwiązania zupełnego wiąże się z wyznaczeniem obwiedni charakterystyk. Dopuszczalne jest łączenie różnych rozwiązań analitycznych wzdłuż charakterystyk, a więc łączenie odpowiednich obwiedni. Uzyskanie rozwiązań zupełnych jest stosunkowo łatwe, gdy obwiednia charakterystyk redukuje się do punktu, co ma na ogół miejsce w przypadku działania obciążeń skupionych [2 i 3]. Dla płyt obciążonych w sposób ciągły numeryczna metoda generowania obwiedni charakterystyk została podana w [4]. Z prostszym zagadnieniem niż poszukiwanie obwiedni dla danego swobodnie podpartego brzegu mamy do czynienia, gdy znana jest obwiednia, a poszukujemy kształtu konturu płyty. Postępowanie takie stanowi istotę metody półodwrotnej.

Metoda półodwrotna, razem z możliwością łączenia różnych rozwiązań wzdłuż charakterystyk, pozwala na znalezienie rozwiązań zupełnych dla płyt o zaokrąglonych narożach, a tym samym na ocenę nośności płyt prostokątnych. Pozwala ona również ocenić układ trajektorii momentów głównych, co jest istotne np. dla racjonalnego ułożenia zbrojenia płyt.

W niniejszej pracy, korzystając z możliwości łączenia różnych rozwiązań wzdłuż charakterystyk [1 i 2], poszukujemy metodą półodwrotną rozwiązań zupełnych dla płyt równomiernie obciążonych, w przypadkach gdy w całym obszarze płyty występują paraboliczne pola sił i ugięć. W szczególności poszukiwane są rozwiązania zupełne dla swobodnie podpartych, równomiernie obciążonych płyt o brzegach odcinkami prostoliniowych, połączonych brzegiem odpowiadającym danej obwiedni. Opracowana jest technika generowania kształtu brzegu i podane są oceny obciążenia granicznego dla równomiernie obciążonych swobodnie podpartych płyt, zbliżonych w kształcie do prostokąta. Otrzymane są układy trajektorii momentów głównych i określone strefy zginania momentami ujemnymi w narożach.

2. RÓWNANIA PODSTAWOWE

Równania plastycznego zginania płyt podlegających warunkowi plastyczności Johansena rozpatrzone są w [1]. Warunek ten w płaszczyźnie momentów głównych m_r i m_θ można napisać w sposób następujący:

$$(2.1) \quad \frac{1}{2} (m_r - m_\theta) \pm \frac{1}{2} (m_r + m_\theta) \pm 1 = 0.$$

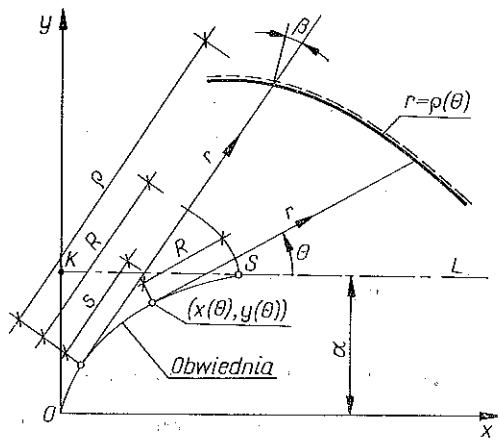
W dalszym ciągu rozważać będziemy paraboliczne stany sił wewnętrznych o momentach głównych spełniających następujące warunki:

$$(2.2) \quad m_\theta = 1, \quad -1 < m_r \leq 1.$$

Charakterystyki równań są w tym przypadku trajektoriami momentu m_r . Pole sił wewnętrznych, odniesione do układu trajektorii momentów głównych (rys. 1), opisane jest wzorami [2]:

$$(2.3) \quad m_\theta = 1, \quad m_r = 1 + A(\theta) + \frac{B(\theta)}{r} + \frac{1}{r} \int pr^2 dr - \int pr dr,$$

$$(2.4) \quad t_\theta = 0, \quad t_r = \frac{A(\theta)}{r} - \frac{1}{r} \int pr dr,$$



Rys. 1

gdzie $A(\theta)$ i $B(\theta)$ należy wyznaczyć z warunków brzegowych. Na podstawie stowarzyszonego prawa płynięcia przyrosty krzywizny odpowiadającego mu pola prędkości ugięć wynoszą

$$(2.5) \quad k_\theta = \frac{dl}{d\theta} \frac{1}{(r+R)^3} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{1}{(r+R)^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{1}{(r+R)} \frac{\partial w}{\partial r} = v,$$

$$k_r = \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} = 0,$$

gdzie R jest promieniem krzywizny rzutu trajektorii wyprowadzonej z punktu S (rys. 1) na płaszczyznę xy . Powierzchnia prędkości ugięć w jest więc powierzchnią rozwijalną, a tworzącymi jej są trajektorie momentu m_r .

Rozpatrzmy płyty o brzegach swobodnie podpartych, obciążone równomiernym ciśnieniem $p = \text{const}$ i charakteryzujące się symetrią względem linii prostej (KL na

rys. 1). Funkcje A i B występujące we wzorach (2.3) i (2.4) wyznaczamy z następujących warunków brzegowych:

$$(2.6) \quad \text{na części } SK \text{ osi symetrii } m_r=1, \quad t_r=0;$$

$$(2.7) \quad \text{na swobodnie podpartym brzegu } m_r=-\operatorname{tg}^2 \beta(\theta).$$

Linia SK odpowiada stanowi izotropowego zginania, gdyż $m_\theta=m_r=1$.

Po wprowadzeniu odpowiednich wzorów na A i B przy $p=\text{const}$ otrzymujemy następujące wzory określające siły wewnętrzne w płycie:

$$(2.8) \quad m_r=1-\frac{pr^2}{6}\left(1-\frac{s}{r}\right)^2\left(1+\frac{2s}{r}\right), \quad m_\theta=1,$$

$$(2.9) \quad t_r=\frac{p}{2}\left(\frac{s^2}{r}-r\right), \quad t_\theta=0.$$

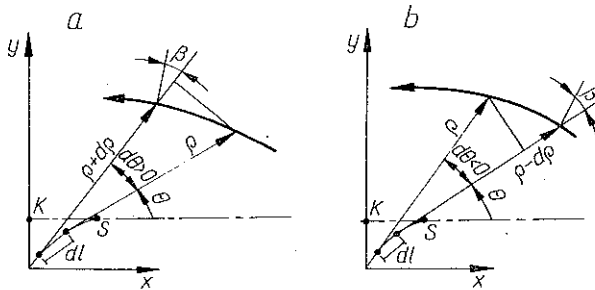
Ponieważ na brzegu płyty zachodzi geometryczna zależność (rys. 2)

$$(2.10) \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{d\rho \mp dl}{\rho d\theta},$$

przeto warunek (2.7) prowadzi do równania różniczkowego na krzywą brzegową $r=\rho(\theta)$:

$$(2.11) \quad \frac{d\rho}{d\theta} = \pm \frac{dl}{d\theta} \mp \sqrt{\frac{\rho}{6} [ps^2(2s-3\rho) + \rho(p\rho^2-6)]},$$

gdzie $s = \frac{\alpha - y(\theta)}{\sin \theta}$; $(x(\theta), y(\theta))$ jest bieżącym punktem obwiedni (rys. 1). Górne znaki w równaniu (2.11) odpowiadają dodatniemu (rys. 2a), a dolne — ujemnemu przyrostowi zmiennej θ w czasie całkowania (rys. 2b).



Rys. 2

W przypadku gdy obwiednia redukuje się do punktu leżącego na osi symetrii, tzw. $s=0$, $dl=0$, równanie (2.11) sprowadza się do równania

$$(2.12) \quad \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2 - \frac{p}{6}\rho^4 + \rho^2 = 0,$$

którego rozwiązaniem jest równanie prostej:

$$(2.13) \quad \rho = \sqrt{6/p} / \sin(\theta - \theta_0), \quad \theta_0 + \frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \theta_0 + \frac{3}{4} \pi,$$

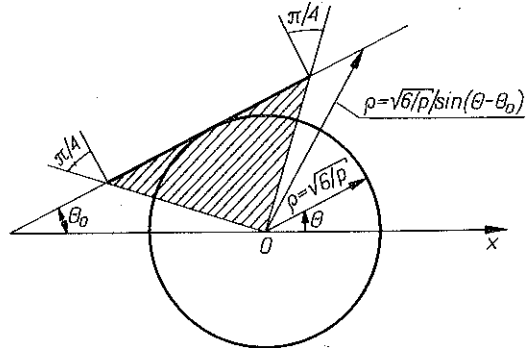
gdzie θ_0 jest stałą całkowania, lub okrąg o promieniu

$$(2.14) \quad \rho = \sqrt{6/p}, \quad 0 \leq \theta < 2\pi.$$

Rozwiązania zupełne cechujące się tym, że jedna rodzina trajektorii zbiega się w punkcie; możliwe są więc tylko dla płyt o brzegach opisanych na okręgu (rys. 3). W pozostałych przypadkach prostoliniowe charakterystyki mają obwiednię. Wówczas całkowanie równania (2.11) należy przeprowadzić numerycznie.

3. METODA PÓŁODWROTNA

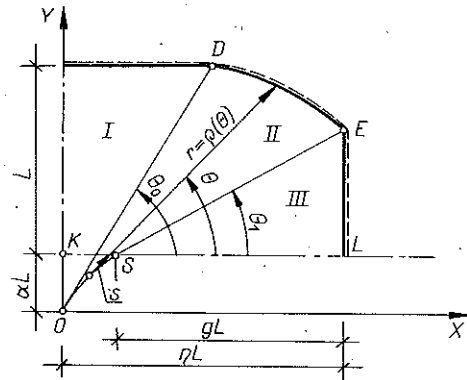
Metodę półodwrotną w zastosowaniu do określenia kształtu brzegu przy danym równaniu obwiedni charakterystyk — rozpatrzmy na przykładzie płyty, której ćwiartkę pokazano na rys. 4. W obszarach I i III prostoliniowe trajektorie tworzą wachlarze odpowiednio z centralnymi punktami O i S . Odcinek OS jest obwiednią



Rys. 3

prostoliniowych trajektorii momentu m_r w obszarze II. Zadaniem naszym będzie uzależnienie kształtu brzegu DE od kształtu obwiedni OS i od zasięgu stref o prostoliniowych brzegach oraz zbliżenie się z odcinkiem DE do linii $Y=L=const$.

Mamy więc do czynienia z łączeniem odrębnych pól parabolicznych wzdłuż charakterystyk OD i SE , przy czym wymagać będziemy ciągłości pola momentów m_r wzdłuż jednej z wymienionych charakterystyk, mianowicie wzdłuż trajektorii OD .



Rys. 4

Pola sił w częściach I i III wynikają z (2.1) i (2.2) i wyrażają się następującymi wzorami:

w części I

$$(3.1) \quad m_r = 1 - \frac{p_1 s^2}{2} - \frac{p_1 s^3}{3r} - \frac{p_1 r^2}{6}, \quad t_r = \frac{p_1 s^2}{2r} - \frac{p_1 r}{2},$$

gdzie

$$s = \frac{\alpha}{\sin \theta}, \quad p_1 = \frac{6(1+\alpha)}{1+3\alpha}, \quad \frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2};$$

w części III

$$(3.2) \quad m_r = 1 - \frac{p_3 r^2}{6}, \quad t_r = -\frac{p_3 r}{2},$$

gdzie

$$p_3 = \frac{6}{g^2}, \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}.$$

Ponieważ płyta jest obciążona ciśnieniem jednakowym na całej powierzchni ($p_1 = p_3$), przeto otrzymujemy następujący związek:

$$(3.3) \quad g^2 = \frac{1+3\alpha}{1+\alpha}$$

między parametrami charakteryzującymi wymiary płyty.

Postępowanie w metodzie półodwrotnej polega na wyznaczeniu kształtu brzegu $r = \rho(\theta)$ oraz kątów θ_0 i θ_1 określających zasięg strefy II przy założeniu, że trajektorie momentu m_r będą w tej strefie styczne do krzywej OS oraz że znalezione rozwiązanie będzie spełniało wszystkie wymagania rozwiązania zupełnego. Chcemy więc połączyć dwa obszary płyty o znanych rozwiązaniach (3.1) i (3.2) trzecim, tak aby całość była rozwiązaniem zupełnym.

Rozwiązanie problemu sprowadza się do rozwiązania układu równań złożonego z dwóch równań algebraicznych przedstawiających w parametrycznej postaci równanie obwiedni charakterystyk:

$$(3.4) \quad \begin{aligned} y(\theta_1, \theta_0, a) - \alpha &= 0, \\ \eta - g - x(\theta_1, \theta_0, a) &= 0 \end{aligned}$$

i równania różniczkowego określającego kształt swobodnie podpartego brzegu płyty

$$(3.5) \quad \frac{d\rho}{d\theta} = -\frac{dl}{d\theta} + \sqrt{\frac{\rho}{6} [ps^2(2s-3\rho) + \rho(p\rho^2-6)]}$$

przy warunkach

$$(3.6) \quad \rho(\theta_0) = \frac{1+\alpha}{\sin \theta_0}, \quad \rho(\theta_1) = \frac{g}{\cos \theta_1}.$$

W wyniku rozwiązania układu (3.4)–(3.6) otrzymujemy wartości kątów θ_0 i θ_1 , parametr określający obwiednię a oraz kształt brzegu $\rho = \rho(\theta)$ w strefie II. Aby otrzymane rozwiązanie było zupełne, musi ono spełniać następujące ograniczenia: po pierwsze zapewniać dopuszczalność statyczną, tzn.

$$(3.7) \quad \begin{aligned} \frac{\pi}{4} \leq \theta_0 \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{4}, \\ |\operatorname{tg} \beta| = \left| \left(\frac{d\rho}{d\theta} \pm \frac{dl}{d\theta} \right) \frac{1}{\rho} \right| \leq 1, \end{aligned}$$

a po drugie wypełnić wymaganie dopuszczalności kinematycznej. Wymaganie to dla rozważanych stanów momentów (2.2) sprowadza się do konieczności zapewnienia nieujemności składowej obwodowej krzywizny κ_ρ .

Aby spełnić ten warunek należy nałożyć na współrzędne krzywej brzegowej w części II następujące ograniczenia:

$$(3.8) \quad \begin{aligned} x_\rho &= \rho(\theta) \cos \theta + x(\theta, \theta_0, a) \leq x(\theta_1, \theta_0, a) + g, & \theta_1 \leq \theta \leq \theta_0, \\ y_\rho &\leq y_\rho = \rho(\theta) \sin \theta + y(\theta, \theta_0, a) \leq 1 + \alpha, & \theta_1 \leq \theta \leq \theta_0, \end{aligned}$$

gdzie $y_\rho = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)(x_\rho - x_1)}{(x_2 - x_1)}$ jest rzędną linii prostej, przeprowadzonej przez dwa wystarczająco bliskie sobie punkty krzywej brzegowej (x_1, y_1) i (x_2, y_2) , odpowiadającą odciętej x_ρ .

4. SPOSÓB ROZWIĄZANIA

Sformułowane w poprzedniej części zadanie zostało rozwiązane numerycznie. Jedną z niewiadomych jest wartość argumentu warunku początkowego dla równania różniczkowego (3.6). Określony przez (3.8) jest tylko przedział jego zmienności. Ustalamy podział tego przedziału i dla kolejnych punktów począwszy od $\theta_0 = \pi/4$, rozwiązujemy układ (3.4)–(3.6). Równania algebraiczne (3.4) dla ustalonego θ_0 rozwiązujemy, stosując jedną z metod rozwiązywania równań nieliniowych. W wyniku otrzymujemy wartość kąta θ_1 i parametru a . Następnie całkujemy równanie różniczkowe (3.5) w przedziale $(\theta_0; \theta_1)$ z pierwszym z warunków (3.6). Przy czym θ_1 jest pierwiastkiem równań (3.4).

Do rozwiązania równania różniczkowego zastosowano metodę Rungego-Kutty czwartego rzędu. Po otrzymaniu wyników sprawdzamy jak dalece drugi z warunków jest spełniony, tzn. czy zachodzi

$$(4.1) \quad \rho(\theta_1) - \frac{g}{\cos \theta_1} = c < \varepsilon,$$

gdzie ε jest wymaganą w zadaniu dokładnością. Jeśli warunek (4.1) zachodzi, kończymy obliczenia, jeśli nie, obliczenie ponawiamy dla $\theta_0 + \Delta\theta_0$.

Ponieważ układ (3.4)–(3.6) może mieć kilka rozwiązań, w powyżej podany sposób przeszukujemy cały dopuszczalny zakres θ_0 . W praktyce ustalamy duży przyrost $\Delta\theta_0$, badając na każdym kroku znak iloczynu różnic (4.1) dla sąsiednich punktów θ_0 i $\theta_0 + \Delta\theta_0$. Znak minus oznacza, że między tymi punktami leży poszukiwane rozwiązanie. Dalej tradycyjną metodą połowienia zagęszczamy przedział, aż do znalezienia rozwiązania o danej dokładności ε .

Według opisanego sposobu postępowania wykonano program dla obwiedni charakterystyk OS (rys. 4), będącej łukiem okręgu o równaniu

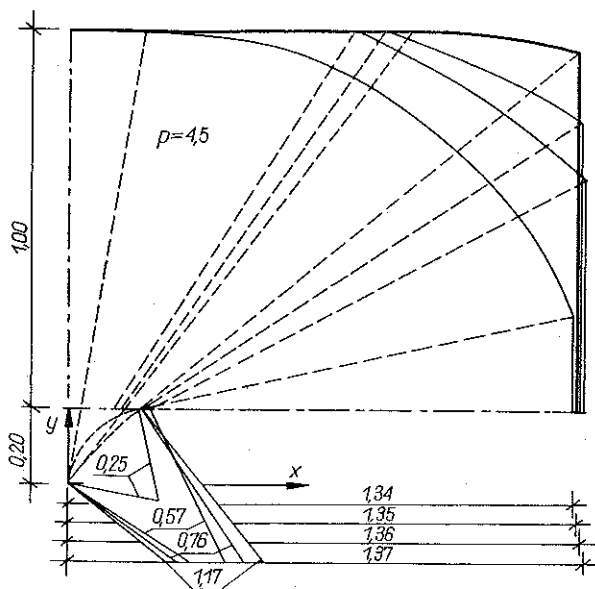
$$(4.2) \quad x = a(\sin \theta_0 - \sin \theta), \quad y = a(\cos \theta - \cos \theta_0).$$

W tym przypadku dla ustalonego kąta θ_0 układ (3.4) można rozwiązać wprost, otrzymując następujące wzory na θ_1 i a :

$$(4.3) \quad \theta_1 = \arccos \frac{\alpha + a \cos \theta_0}{a},$$

$$(4.4) \quad a = \frac{\alpha^2 + (\eta - g)^2}{2[(\eta - g) \sin \theta_0 - \alpha \cos \theta_0]}.$$

Istotnymi danymi wprowadzanymi do obliczeń są: parametr α jednoznacznie związany z intensywnością obciążenia granicznego i początkowa długość płyty η_p . Obliczenia wykonano dla różnych par (α, η_p) . Celem było znalezienie rozwiązań dla różnych stosunków wymiarowych płyty o krzywej brzegowej najbardziej zbliżonej do prostokąta.



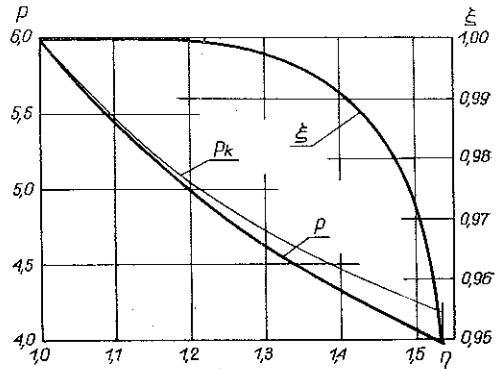
Rys. 5

Na rys. 5 pokazano kilka rozwiązań uzyskanych niejako po drodze do rozwiązania najlepszego z naszego punktu widzenia, czyli najbardziej zbliżonego kształtem do prostokąta. Wszystkie płyty mają tę samą nośność graniczną $p=4,5$. Kolejne rozwiązania zostały otrzymane dla różnych η_p i stałego parametru $\alpha=0,2$.

5. NOŚNOŚĆ PŁYT PRAWIE PROSTOKĄTNYCH

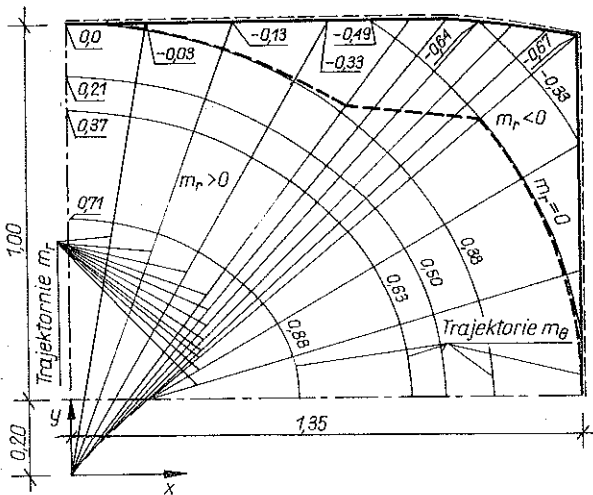
Opisaną wyżej metodą półodwrotną otrzymano rozwiązania zupełne dla równomiernie obciążonych płyt swobodnie podpartych zbliżonych kształtem do prostokąta. Miernikiem tego zbliżenia jest parametr ε wprowadzony jako stosunek pola powierzchni płyty otrzymanej w wyniku prezentowanego rozwiązania do pola po-

wierzchni płyty prostokątnej o tych samych wymiarach charakterystycznych. Obliczenia wykonano dla obwiedni charakterystyk będącej łukiem okręgu. Stwierdzono, że w tym przypadku rozwiązanie zupełne zadania postawionego w części 3 istnieje dla parametru $\alpha \in (0; 3,4)$ (rys. 4), co odpowiada płytom o intensywności obciążenia granicznego $6 > p > 4$. Dla każdej intensywności granicznej zawartej w tym przedziale wyznaczono rozwiązanie, dla którego parametr ε jest największy. Wykres największych parametrów ε jest pokazany na rys. 6. Ponadto podano na nim wykres intensywności granicznej p w zależności od długości płyty η (krzywa p) i dla porównania wykres intensywności uzyskanej metodą linii załomów dla płyty prostokątnej (krzywa p_k).



Rys. 6

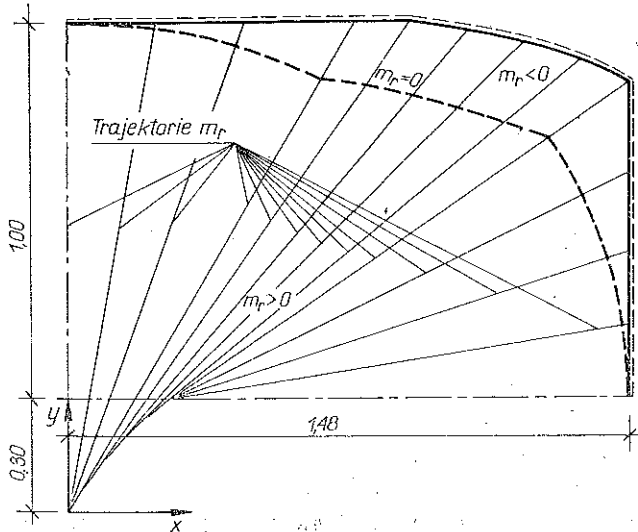
Intensywności obciążenia granicznego płyt o zaokrąglonych narożach są niższe od odpowiednich górnych ocen nośności dla płyt prostokątnych. Formalnie nie można traktować otrzymanych w pracy wyników jako ocen obciążenia granicznego dla płyt prostokątnych. Natomiast dzięki temu zabiegowi otrzymujemy jednoznaczny rozkład sił wewnętrznych w płycie i układ trajektorii momentów głównych; znamy



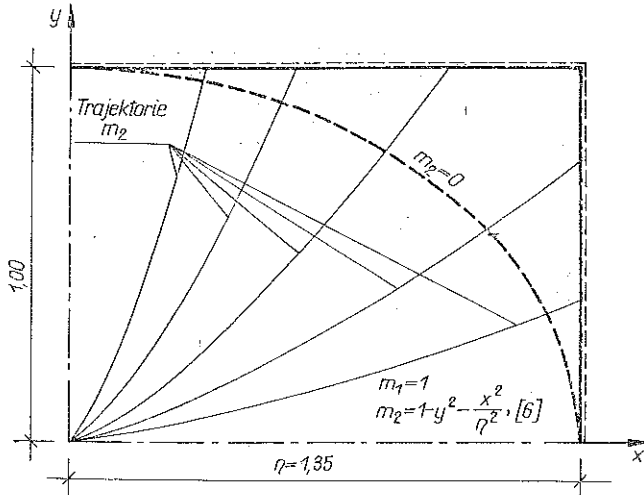
Rys. 7

również strefy podlegające zginaniu momentami ujemnymi. Na rys. 7 i 8 pokazano dla przykładu rozwiązanie dla płyt o intensywności $p=4,5$ i $p=4,1$. Liniami ciągłymi zaznaczono trajektorie momentów głównych. Linia przerywana oddziela część narożną, zginaną momentami ujemnymi, od pozostałej części płyty.

Dotychczas nie znaleziono rozwiązania zupełnego dla płyty prostokątnej. Znane są tylko górne i dolne oceny nośności granicznej i dla stosunku wymiarów płyty $\eta \in (1; 1,5)$ oceny te różnią się między sobą nie więcej niż o 1%. Można zatem uznać, że wartość obciążenia granicznego jest znana. Jednak do właściwego zaprojektowania płyty na nośność graniczną, poza jej wartością, konieczna jest znajomość



Rys. 8



Rys. 9

pola sił wewnętrznych w chwili zniszczenia konstrukcji. Tego nam metody przybliżone nie dają. W rozwiązaniu statycznym otrzymuje się co prawda dopuszczalne pole sił wewnętrznych, ale nie można określić, jak ma się ono do rzeczywistego pola sił w płycie w chwili wyczerpania jej nośności. Na rys. 9 pokazano układ trajektorii momentów głównych, który odpowiada statycznemu rozwiązaniu przy zało-

zeniu parabolicznych rozkładów momentów m_x , m_y [6]. Z takim polem nie można złączyć kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu. Porównując siatkę trajektorii rozwiązania statycznego (rys. 9) z siatką trajektorii dla płyty prawie prostokątnej (rys. 7) widzimy, że nieznaczne odstępstwo od kształtu prostokąta pozwoliło znaleźć pole momentów odpowiadające mechanizmowi zniszczenia.

Mechanizm zniszczenia płyty prostokątnej obserwowany w doświadczeniach jest zbliżony do otrzymanego w prezentowanym rozwiązaniu dla płyt prawie prostokątnych. Dlatego można przypuszczać, że charakter rozkładu momentów, układu trajektorii i stref zginania momentami przeciwnych znaków — jest taki sam w płycie prostokątnej, jak w odpowiedniej płycie prawie prostokątnej. Znajomość powyższych elementów rozwiązania jest niezbędna do właściwego zaprojektowania konstrukcji płytowej.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. A. SAWCZUK, P. G. HODGE Jr., *Limit analysis and yield-line theory*, J. Appl. Mech., **35**, 357–362, 1968.
2. A. SAWCZUK, J. SOKÓL-SUPEL, *Bending of plates obeying maximum principal moments yield criterion*, Bull. Acad. Polon. Sci., Série Sci. Techn., **23**, 3, 1975.
3. J. SOKÓL-SUPEL, *Płyty plastyczne pod działaniem sił skupionych*, Rozp. Inżyn., **21**, 311–345, 1973.
4. N. OHNO, A. SAWCZUK, *Complete limit analysis solutions for uniformly loaded plates obeying the yield criterion* (in press).
5. W. SCHUMANN, *On limit analysis of plates*, Quart. Appl. Math., **16**, 61–71, 1958.
6. R. H. WOOD, *Plastic and elastic design of slabs and plates*, Thames Hudson, London 1961.

Резюме

ПОЛУОБРАТНЫЙ МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ ПОЛНЫХ РЕШЕНИЙ ПРЕДЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ ПЛИТ

В работе обсуждаются жесткопластические изотропные плиты из материала удовлетворяющего условию пластичности Иогансева. Ограничиваются плитами на полях сил и скоростей перемещений описанных системой дифференциальных уравнений параболического типа. Представлен метод получения решений для таких плит. Дается ряд новых полных решений для равномерно нагруженных, свободно подпертых плит, формой сближенных к прямоугольнику.

SUMMARY

SEMI-INVERSE METHOD OF OBTAINING COMPLETE SOLUTIONS IN THE THEORY OF LOAD CARRYING CAPACITY OF PLATES

Rigid-plastic isotropic plates made of materials satisfying the Johansen yield condition are considered in the paper. The considerations are confined to the cases in which the force and velocity fields in the plates are described by means of a parabolic differential equation system. The method of deriving the solutions for such plates is presented. A number of original complete solutions are given for the cases of uniformly loaded, simply supported plates of nearly rectangular shapes.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 30 marca 1976 r.