

WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA KINEMATYKI OSRODKA SYPKIEGO NA PRZYKŁADZIE ZAGADNIENIA NAPORU ŚCIANY (*)

WIESŁAW TRĄMPCZYŃSKI (WARSZAWA)

W pracy przedstawiono rezultaty badań doświadczalnych kinematyki ośrodka sypkiego dla zagadnienia naporu ścian o kształtach odpowiadających kształtom narzędzi do robót ziemnych. Badania wykonano w płaskim stanie odkształcenia dla suchego piasku w trzech różnych stanach zagęszczenia. Zastosowanie fotogrametrycznej metody pomiaru przyrostu przemieszczeń pozwoliło na pełną analizę pola odkształceń. Uzyskane wyniki porównano z rozwiązaniami teoretycznymi uzyskanymi przy zastosowaniu stowarzyszonego i niestowarzyszonego prawa płynięcia. Pokazano, że dla ośrodka zagęszczonego przyjęcie niestowarzyszonego prawa płynięcia daje dobrą zgodność z wynikami eksperymentalnymi.

1. WPROWADZENIE

Zagadnienie naporu ściany w ośrodku sypkim, znajdującym się w płaskim stanie odkształcenia, ze względu na praktyczne zastosowania posiada już dość obszerną literaturę. Ścisłe rozwiązania statyczne, oparte na teorii plastyczności i sztywno-idealnie plastycznym modelu ośrodka, dla różnych warunków brzegowych, zostały przedstawione przez W. W. SOKOŁOWSKIEGO [1].

W przeciwieństwie do rozwiązania statycznego, kinematyka ośrodka sypkiego pozostaje do dziś kwestią kontrowersyjną. Znanych jest szereg propozycji opisu plastycznego pola prędkości ośrodka [2, 3, 4, 5, 6 i 7]. Budzą one jednak szereg wątpliwości spowodowanych niewystarczającą liczbą danych doświadczalnych mogących potwierdzić lub wykluczyć przyjęte postulaty.

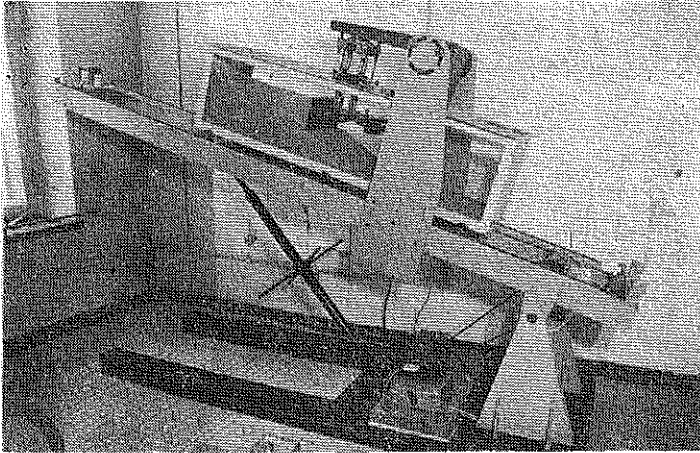
Dotychczasowe doświadczenia [8, 9, 10 i 11] mające na celu określenie kinematyki ośrodka spowodowanej naporem ściany dotyczyły przede wszystkim wpływu warunków brzegowych i rodzaju gruntu na zasięg i powiększenie się stref plastycznych i kształt powierzchni poślizgu.

Celem niniejszej pracy jest porównanie obrazu kinematyki ośrodka idealnie sypkiego (bez kohezji) w trzech różnych stanach wstępnego zagęszczenia — z rozwiązaniami teoretycznymi opartymi na przyjęciu stowarzyszonego [2] i niestowarzyszonego prawa płynięcia [3]. Badania przeprowadzono dla zagadnienia naporu ścian o różnych kształtach (odpowiadały one kształtom narzędzi maszyn do robót ziemnych) zagłębionych w ośrodku.

(*) Pracę wykonano w ramach problemu węzłowego 05.12—«Wytrzymałość i optymalizacja konstrukcji maszynowych i budowlanych»—koordynowanego przez IPPT PAN.

2. OPIS DOŚWIADCZEŃ

Doświadczenia wykonano za pomocą specjalnie skonstruowanego urządzenia badawczego (rys. 1) modelującego płaski stan odkształcenia ośrodka. Jego realizację w pewnej objętości materiału zapewniono przez wypełnienie ośrodkiem płaskiej skrzyni o wymiarach $1500 \times 400 \times 325$ mm i wymuszenie ruchu względem nieruchomej przegrody na całej szerokości. Znaczna sztywność przezroczystych ścian bocznych pozwoliła na uzyskanie wymaganego ruchu cząstek w jednej płaszczyźnie. Skrzynię



Rys. 1. Stanowisko badawcze

wypełniano piaskiem średnioziarnistym, którego skróconą analizę sitową przedstawiono w tablicy 1. Do napełniania używano specjalnego pojemnika poruszającego się ze stałą prędkością równoległe do górnej krawędzi skrzyni. Możliwość regulacji wysokości jego położenia pozwoliła na uzyskanie trzech różnych stopni zagęszczenia ośrodka, dla którego umownie wprowadzono następujące nazwy:

ośrodek luźny	$\rho = 37^\circ$	$\gamma = 1,57 \cdot 10^{-3} \text{ [kg/cm}^3\text{]}$,
ośrodek lekko zagęszczony	$\rho = 41^\circ$	$\gamma = 1,66 \cdot 10^{-3} \text{ [kg/cm}^3\text{]}$,
ośrodek zagęszczony	$\rho = 43^\circ$	$\gamma = 1,70 \cdot 10^{-3} \text{ [kg/cm}^3\text{]}$.

Kąt tarcia wewnętrzniego ρ określano w aparacie bezpośredniego ścinania.

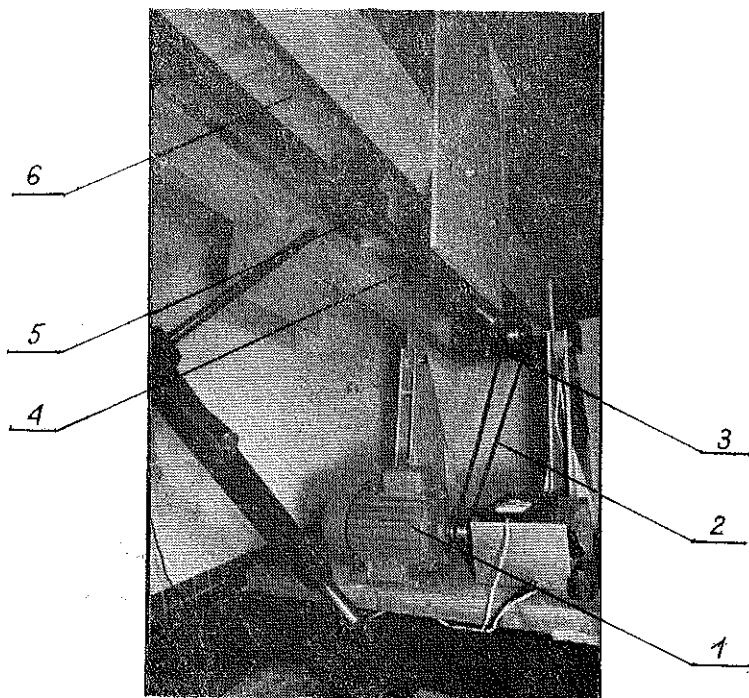
Tablica 1

Średn. ziaren (mm)	Udział (%)
$1,8 \div 1,2$	12,3
$1,2 \div 0,6$	82,1
$0,6 \div 0,0$	5,6

Skrzynię umieszczono na torowisku (rys. 1), którego nachylenie można zmieniać za pomocą śruby w granicach od 0 do $\pi/4$. Silnik klatkowy (rys. 2, 1) przez przekładnię pasową (2) oraz ślimakową (3) napędzał śrubę pociągową (4), która poprzez nakrętkę (5) przekazywała ruch pojemnikowi (6). Układ ten zapewnia nie tylko dużą równomierność ruchu, ale jest także samohamowny, co ma bardzo istotne znaczenie zwłaszcza przy pracy na pochyłości. Modele ścian o różnych kształtach mocowano poprzez dynamometry do podpory w kształcie kątownika, mogącej wykonywać ruch obrotowy w płasz-

czyźnie równoległej do ściany bocznej skrzyni (rys. 1). Zarówno obrotowa podpora jak i podnoszone torowisko zezwalały na uzyskanie dowolnej prostoliniowej kinematyki w granicach kąta nachylenia wektora prędkości przesuwu ściany $-\pi/4 \leq \Omega \leq \pi/4$. W doświadczeniach ośrodek wraz z pojemnikiem przesuwiał się z prędkością $V_0 = 305$ mm/min.

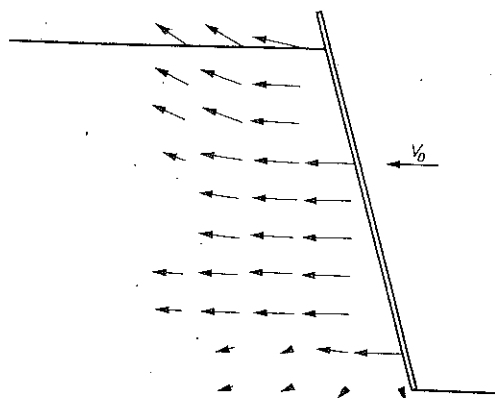
Położenie cząstek ośrodka w poszczególnych fazach ruchu rejestrowano za pomocą aparatu fotograficznego umieszczonego na zewnątrz skrzyni. Zastosowanie silniczka przewijającego kliszę w aparacie umożliwiało wykonywanie kolejnych



Rys. 2. Stanowisko badawcze — widok z dołu

zdjęć co 0,8 sek. Pierwsze robiono zawsze dla ośrodka nieruchomego, a następnie po uruchomieniu silnika napędzającego pojemnik co 0,8 sek. przy czasie ekspozycji $1/500$, aż do zaobserwowania ruchu brzegu swobodnego ośrodka. Fotogrametryczna metoda opracowywania zdjęć pozwoliła na pełną i szczegółową analizę pola prędkości ośrodka. Do opracowania, które wykonywane było w Zakładzie Prac Geologicznych Uniwersytetu Warszawskiego [12] przy użyciu stereokomparatora, wybierano jedną parę zdjęć, z których pierwsze przedstawiało ośrodek przed rozpoczęciem ruchu, drugie natomiast początek zmiany kształtu brzegu. Oznacza to, że za początek ruchu w doświadczeniach przyjmowano moment zmiany profilu swobodnego brzegu. W początkowej fazie procesu naporu ściany zaobserwowano

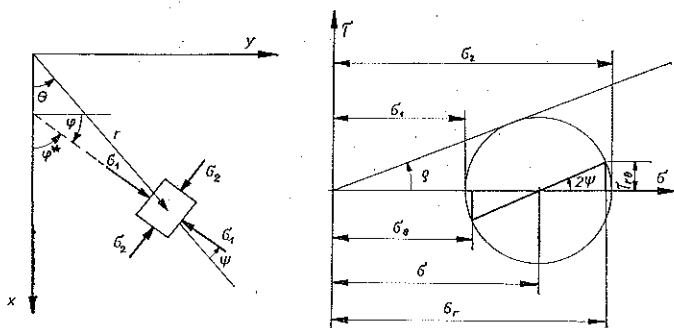
podobne zjawisko jak w przypadku wciskania klina w półprzestrzeń [13], tzn. ruch ośrodka odbywał się tylko w pobliżu modelu ściany (rys. 3).



Rys. 3. Ośrodek luźny — początkowa faza ruchu

3. STATYKA I KINEMATYKA ZAGADNIENIA NAPORU ŚCIANY

Rozwiązanie teoretyczne statyki sprowadza się do wyznaczenia pola naprężeń dla zagadnienia naporu ściany na wałki ośrodek sypki, którego swobodny brzeg jest nieobciążony. Zostało ono przedstawione przez W. W. SOKOŁOWSKIEGO [1].



Rys. 4

W zaproponowanej metodzie wychodzi się z równań równowagi napisanych w współrzędnych biegunowych (rys. 4):

$$(3.1) \quad \sigma_{r,r} + \frac{1}{r} \tau_{r\theta,r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \gamma \cos \theta,$$

$$\tau_{r\theta,r} + \frac{1}{r} \sigma_{\theta,\theta} + \frac{2}{r} \tau_{r\theta} = -\gamma \sin \theta$$

oraz warunku plastyczności dla $H=0$ w postaci

$$(3.2) \quad (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 4\tau_{r\theta}^2 = (\sigma_r + \sigma_\theta)^2 \sin^2 \rho.$$

Wprowadzając podstawienie

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \sigma_r &= \sigma (1 + \sin \rho \cos 2\psi), \\ \sigma_\theta &= \sigma (1 - \sin \rho \cos 2\psi), \\ \tau_{r\theta} &= \sigma \sin \rho \sin 2\psi \end{aligned}$$

oraz nową funkcję $s = s(\theta)$ za pomocą następującej równości:

$$(3.4) \quad \sigma = \gamma r s(\theta)$$

i zakładając, że $\psi = \psi(\theta)$ oraz $\varphi^* = \varphi^*(\theta)$, uzyskuje się układ równań pozwalający wyznaczyć stan naprężenia:

$$(3.5) \quad \begin{aligned} \frac{d\psi}{d\theta} + 1 &= \frac{\cos \theta - \sin \rho \cos(2\psi + \theta) - s \cos \rho}{2s \sin \rho (\cos 2\psi - \sin \rho)}, \\ \frac{ds}{d\theta} &= \frac{-\sin(2\psi + \theta) + s \sin 2\psi}{\cos 2\psi - \sin \rho}. \end{aligned}$$

Powyższe równania, których osobliwości są przedyskutowane w pracy [1], całkowano numerycznie za pomocą komputera Odra 1204.

Jak już wspomniano poprzednio, dla wyznaczenia kinematyki posługiwano się prawem płynięcia zaproponowanym przez DRUCKERA i PRAGERA [2] oraz prawem zaproponowanym przez JENIKE i SHIELDA [3].

Pierwsze z nich jest uogólnieniem na ośrodki rozdrobnione tzw. stowarzyszonego prawa płynięcia w postaci

$$(3.6) \quad \dot{\epsilon}_{ij} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}},$$

gdzie λ jest współczynnikiem proporcjonalności.

We wzorach tych utożsamia się potencjał plastyczny z warunkiem stanu granicznego. Konsekwencją tak sformułowanego prawa jest współosiowość kierunków głównych tensorów σ_{ij} i $\dot{\epsilon}_{ij}$ oraz ortogonalność wektora prędkości odkształcenia plastycznego, odłożonego odpowiednio w przestrzeni naprężeń, do powierzchni plastyczności. Ta ostatnia własność pozwala na sformułowanie zasad ekstremalnych (por. np. [14]). W przypadku materiałów opisanych warunkiem plastyczności Coulomba-Mohra uzyskuje się efekt ciągłego przyrostu objętości ośrodka w procesie odkształcania, co szczególnie przy znacznych odkształceniach jest sprzeczne z własnościami rzeczywistych ośrodków sypkich.

W prawie płynięcia Jenike i Shielda zakłada się nieściśliwość materiału i współosiowość kierunków głównych tensorów naprężenia i prędkości odkształcenia. Konsekwencją tak przyjętych założeń jest nieortogonalność wektora prędkości odkształcenia do powierzchni plastyczności.

Zarówno w przypadku stowarzyszonego jak i niestowarzyszonego prawa płynięcia, układ równań dla prędkości rozwiązuje się metodą charakterystyk uzyskując, w przypadku ośrodka opisanego warunkiem plastyczności Coulomba-Mohra, następujące równania charakterystyk oraz zależności wzdłuż nich:

$$(3.7) \quad \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}(\varphi \pm \varepsilon), \quad \text{gdzie} \quad \varepsilon = \pi/4 - \rho/2,$$

$$dV_x + dV_y \operatorname{tg}(\varphi \pm \varepsilon) = 0,$$

dla stowarzyszonego prawa płynięcia i

$$(3.8) \quad \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}(\varphi \pm \pi/4),$$

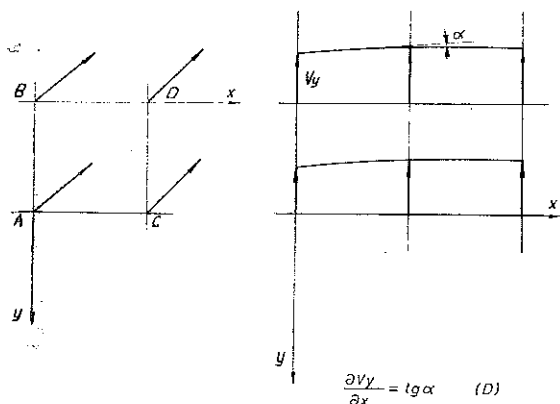
$$dV_x + dV_y \operatorname{tg}(\varphi \pm \pi/4) = 0$$

dla niestowarzyszonego prawa płynięcia.

Dla znalezienia wektorów prędkości posługiwano się metodą graficznego całkowania funkcji wzdłuż charakterystyk, polegającą na konstruowaniu hodografu, która została zaproponowana przez A. P. GREENA [15], a następnie wykorzystywana w wielu pracach (por. np. [16]).

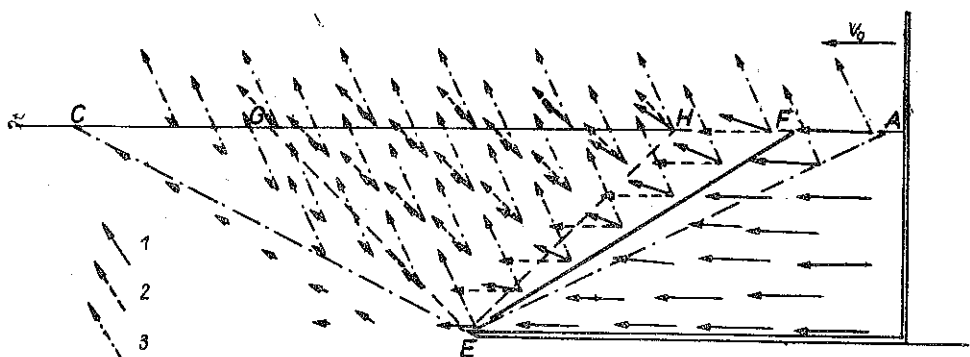
4. WYNIKI DOŚWIADCZEŃ

Na rys. 5–16 przedstawiono porównanie wektorów prędkości uzyskanych z hodografów dla niestowarzyszonego prawa płynięcia i stowarzyszonego prawa płynięcia z wektorami prędkości uzyskanymi z doświadczeń dla trzech stanów ośrodka syp-



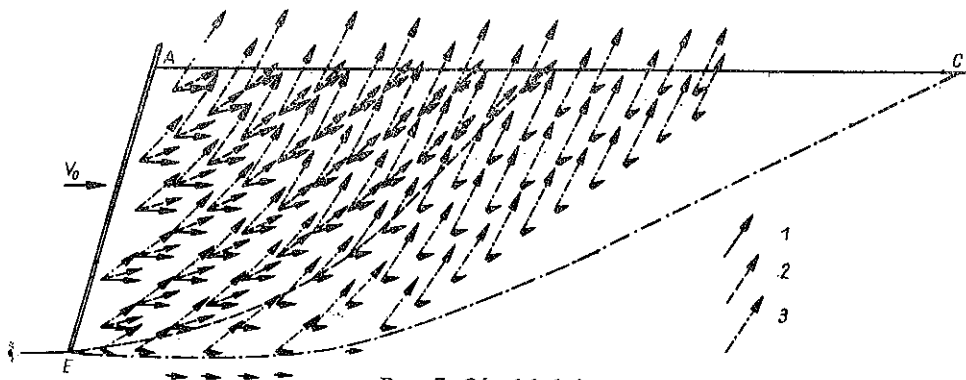
Rys. 5

kiego: luźnego (rys. 6–9), lekko zagęszczonego (rys. 10–13) i zagęszczonego (rys. 14–16). Liniami przerywanymi zaznaczono teoretyczne wektory prędkości i linie nieciągłości prędkości dla niestowarzyszonego prawa płynięcia, natomiast wielkości



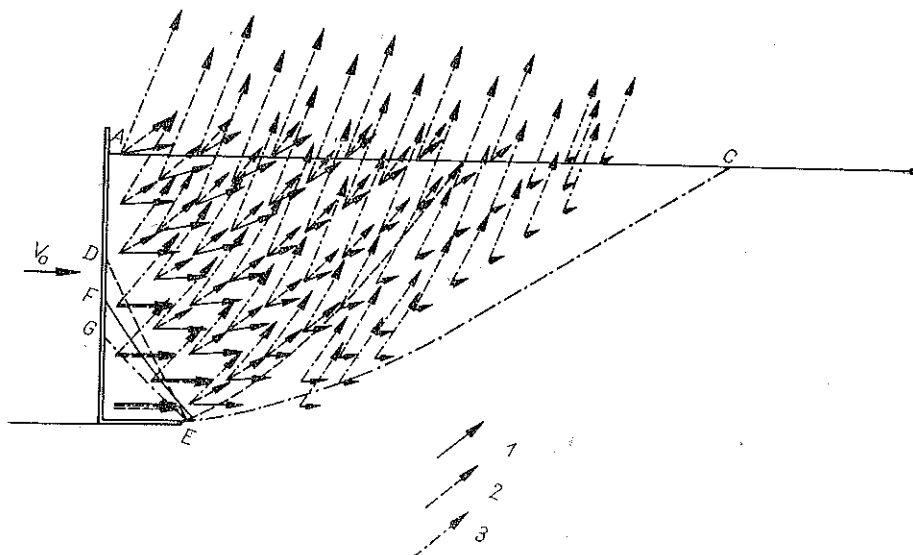
Rys. 6. Ośrodek luźny

1) doświadczalny wektor prędkości, 2) teoretyczny wektor prędkości (niestowarzyszone prawo płynięcia), 3) teoretyczny wektor prędkości (stowarzyszone prawo płynięcia)



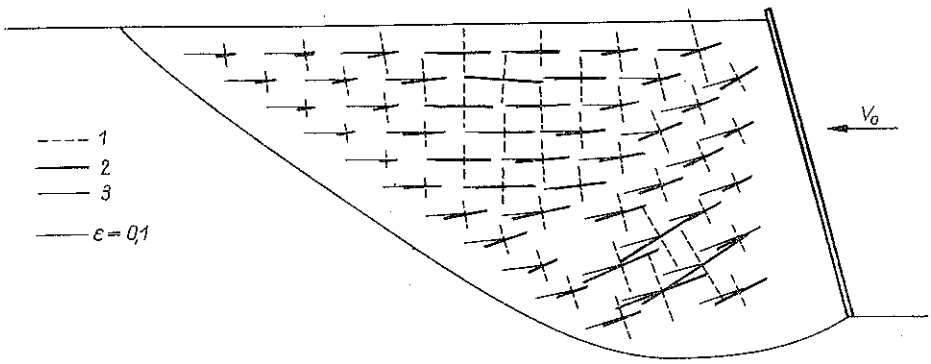
Rys. 7. Ośrodek luźny

1) doświadczalny wektor prędkości, 2) teoretyczny wektor prędkości (niestowarzyszone prawo płynięcia), 3) teoretyczny wektor prędkości (stowarzyszone prawo płynięcia)



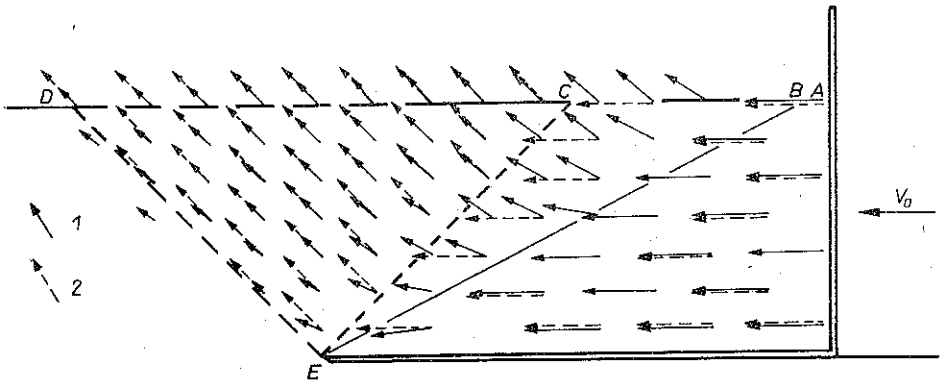
Rys. 8. Ośrodek luźny

1) doświadczalny wektor prędkości, 2) teoretyczny wektor prędkości (niestowarzyszone prawo płynięcia), 3) teoretyczny wektor prędkości (stowarzyszone prawo płynięcia)



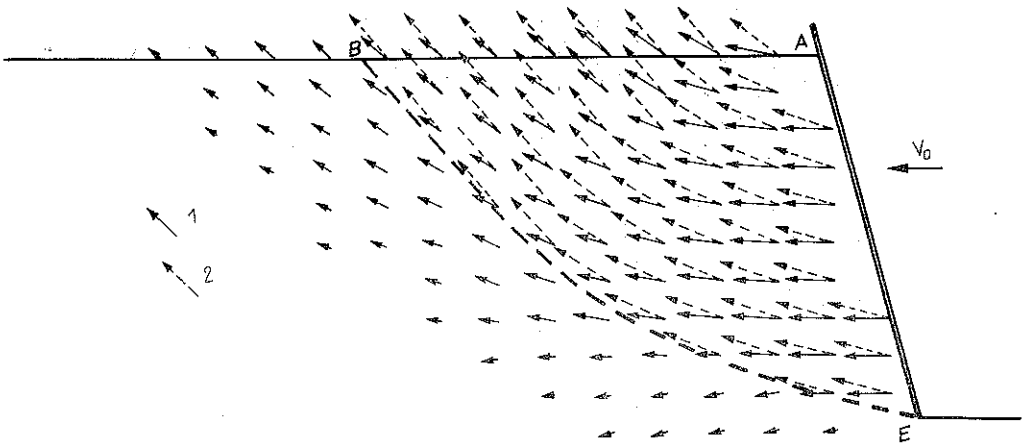
Rys. 9. Ośrodek luźny

----- dodatnie prędkości odkształceń, ——— ujemne prędkości odkształceń, ——— kierunek większego naprężenia głównego



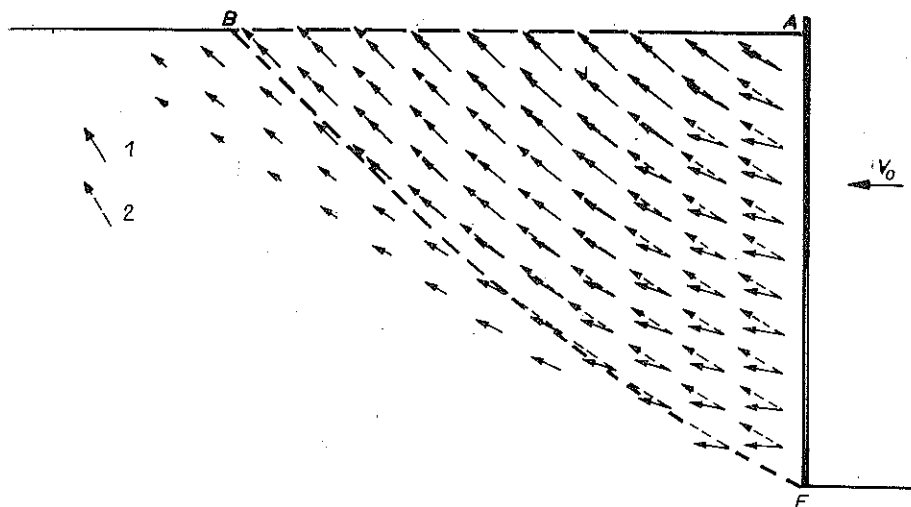
Rys. 10. Ośrodek lekko zagęszczony

1) doświadczalny wektor prędkości, 2) teoretyczny wektor prędkości (niestowarzyszone prawo płynięcia)



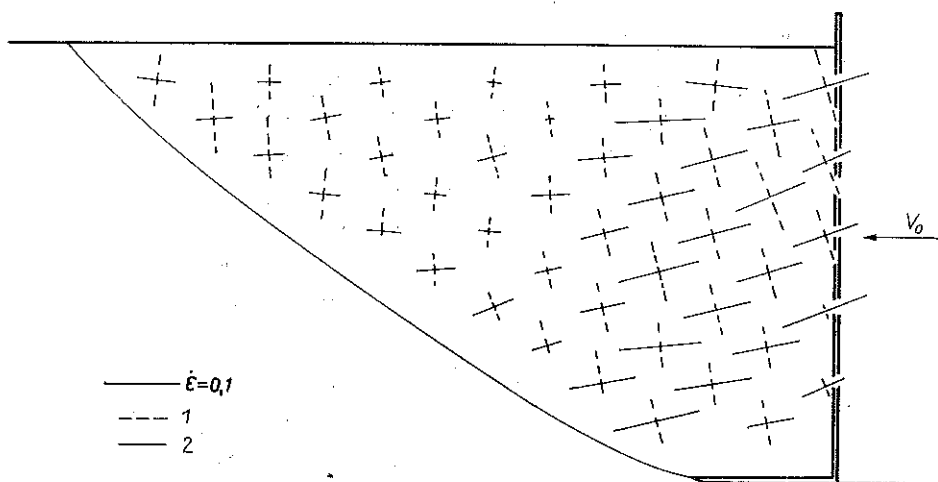
Rys. 11. Ośrodek lekko zagęszczony

1) doświadczalny wektor prędkości, 2) teoretyczny wektor prędkości (niestowarzyszone prawo płynięcia)



Rys. 12. Ośrodek lekko zagęszczony

1) doświadczalny wektor prędkości, 2) teoretyczny wektor prędkości (niestowarzyszone prawo płynięcia)



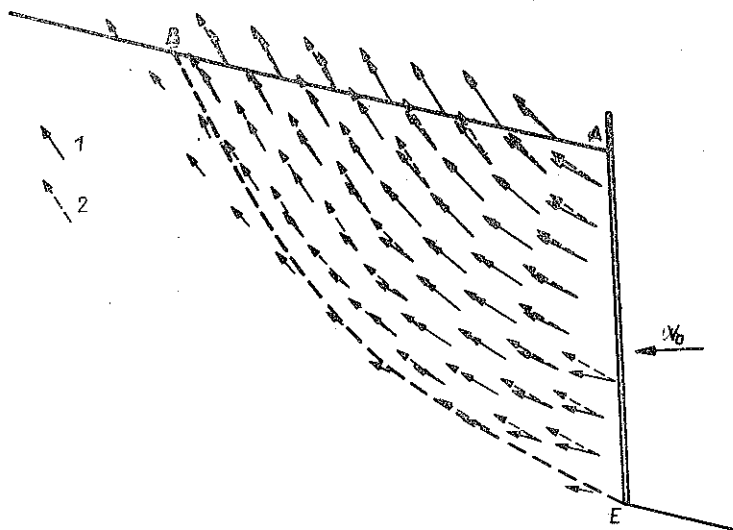
Rys. 13. Ośrodek lekko zagęszczony

1) doświadczalny wektor prędkości, 2) teoretyczny wektor prędkości (niestowarzyszone prawo płynięcia)

eksperymentalne liniami ciągłymi. Poza tym, w przypadku ośrodka luźnego (rys. 6–9), za pomocą linii kropkowanej oznaczono wektory prędkości oraz linie nieciągłości prędkości dla stowarzyszonego prawa płynięcia.

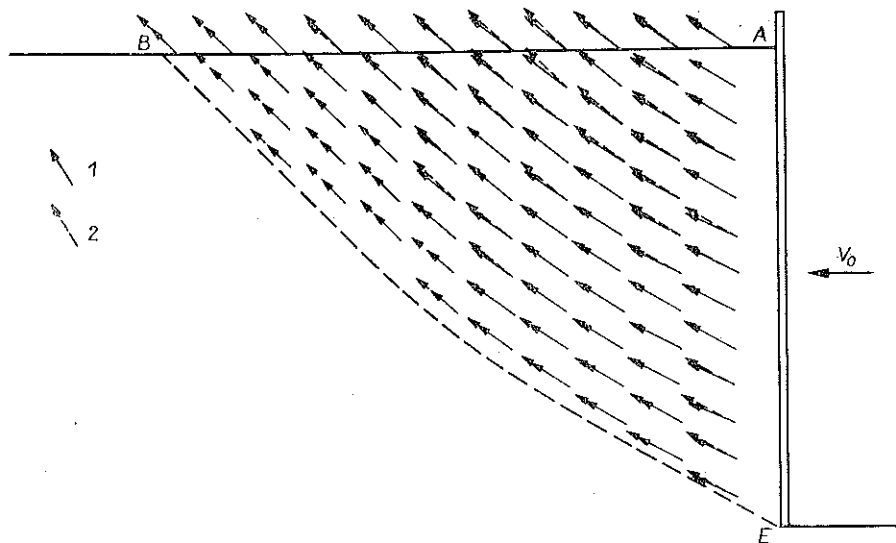
Wektory prędkości na poszczególnych rysunkach przedstawiono w tej samej skali, a długość wektora przesuwu ściany zawsze odpowiada prędkości $V_0 = 305$ mm/min.

Dla dalszej oceny poprawności przyjętych praw fizycznych — na podstawie doświadczalnych wektorów prędkości obliczono w szeregu punktach pola wartości



Rys. 14. Ośrodek zagęszczony

1) doświadczalny wektor prędkości, 2) teoretyczny wektor prędkości (niestowarzyszone prawo płynięcia)



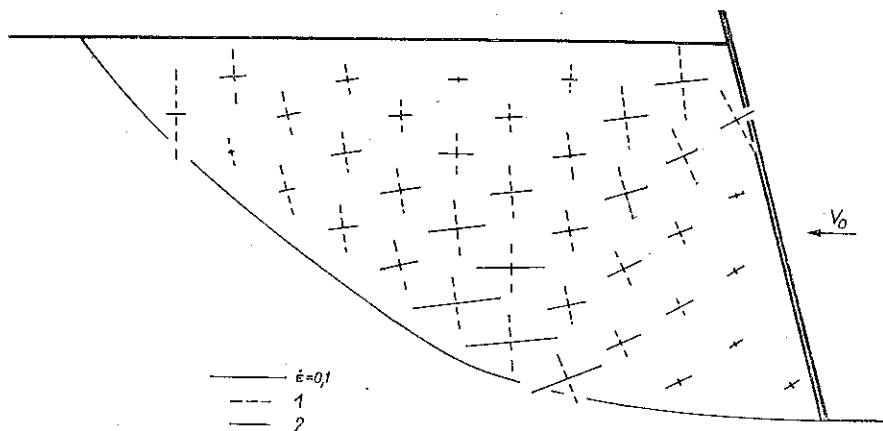
Rys. 15. Ośrodek zagęszczony

1) doświadczalny wektor prędkości, 2) teoretyczny wektor prędkości (niestowarzyszone prawo płynięcia)

i kierunki główne tensora odkształceń (rys. 9 — ośrodek luźny, rys. 13 — ośrodek lekko zagęszczony i rys. 16 — ośrodek zagęszczony) ze wzoru

$$(4.1) \quad \dot{\epsilon}_{ij} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right).$$

Określenie gradientów $\partial V_i / \partial x_j$ dla danego małego obszaru pola zawartego w elementarnym kwadracie (rys. 5) polega na porównaniu składowych wektorów prędkości w trzech węzłach kwadratu. Odpowiednie składowe $\partial V_i / \partial x_j$ otrzymujemy jako



Rys. 16. Ośrodek zagęszczony

1) dodatnie prędkości odkształceń, 2) ujemne prędkości odkształceń

stosunki przyrostów składowych w kierunkach osi układu, pomiędzy punktami AB i AC , do długości odcinków AB i AC :

$$(4.2) \quad \begin{aligned} \frac{\partial V_x}{\partial x} &\approx \frac{V_x^C - V_x^A}{AC}, \\ -\frac{\partial V_y}{\partial y} &\approx \frac{V_y^C - V_y^A}{AC}. \end{aligned}$$

Obliczanie tych składowych dla każdego elementu siatki niezależnie nie zapewnia ciągłości w całym polu. Z tego względu wygładzamy wykresy V_x i V_y w kierunkach osi przyjętego układu i obliczamy $\partial V_i / \partial x_j$ jako nachylenia odpowiedniego wykresu w węzłach siatki (rys. 5). Wygładzanie musi być równoczesne dla wszystkich rozkładów V_x i V_y . Korzystając z określonych w ten sposób gradientów, znajdujemy wykreślnie, posługując się konstrukcją kół Mohra dla odkształceń, kierunki główne tensora przyrostu odkształcenia (rys. 9, 13 i 16).

Liniami ciągłymi zaznaczono dodatnie prędkości odkształceń (w tym kierunku materiał jest ściskany), natomiast prędkości ujemne linią kropkowaną. W przypadku ośrodka luźnego (rys. 9) zaznaczono także cienką linią ciągłą teoretyczne kierunki większego z odkształceń głównych.

5. WNIOSKI

W przypadku ośrodka zagęszczonego widoczna jest dobra zgodność obszaru ruchu ośrodka i pól wektorów prędkości znalezionych eksperymentalnie i wynikających z teorii przy zastosowaniu niestowarzyszonego prawa płynięcia (rys. 14 i 15). Natomiast dla ośrodka lekko zagęszczonego wspomnianą dobrą zgodność doświadczenia i teorii obserwujemy tylko dla niektórych kształtów ściany (por. np. rys. 10). W pozostałych przypadkach widoczna jest wyraźna różnica, przede wszystkim

dotycząca kierunków wektorów prędkości, pomiędzy rozwiązaniem uzyskanym teoretycznie a eksperymentem. Dla tego stanu ośrodka wyniki porównywano jedynie z niestowarzyszonym prawem płynięcia, ponieważ dla prawa stowarzyszonego różnice byłyby o wiele większe.

W przypadku ośrodka luźnego zasięg obszaru ruchu znajduje się (rys. 6, 7, 8) pomiędzy wynikającym ze stowarzyszonego prawa płynięcia a obszarem uzyskanym dla prawa niestowarzyszonego (dotyczy to także ośrodka lekko zagęszczonego). Zarówno kierunek jak i wielkość doświadczalnych wektorów prędkości są wyraźnie różne w całym obszarze ruchu od wynikających z teorii.

Wartości głównych prędkości odkształceń (rys. 9, 13 i 16) wskazują, że lokalne zmiany objętościowe materiału są zarówno dodatnie jak i ujemne. W ośrodku luźnym w większości punktów występuje zagęszczenie (70% punktów), natomiast w ośrodku lekko zagęszczonym (58% punktów) i zagęszczonym (65% punktów) dominuje rozluźnianie.

Na rys. 9 przedstawiono porównanie kierunków głównych tensora prędkości odkształcenia określonych doświadczalnie i wynikających z teorii (linia cienka ciągła). Wynika z niego, że w pewnych obszarach występuje odchylenie pomiędzy wspomnianymi kierunkami. Potwierdzałyby to efekty zaobserwowane w pracach [17 i 18], z których wynika niewspółosiowość kierunków głównych tensora naprężenia i prędkości odkształcenia. Fakt ten będzie mogło jednakże potwierdzić dopiero takie doświadczenie, w którym będziemy mogli bezpośrednio porównać wielkości określające stan naprężenia z wielkościami kinematycznymi (por. np. [18]).

W przypadku ośrodka zagęszczonego oraz dla niektórych zagadnień w ośrodku lekko zagęszczonym przyjęcie sztywno idealnie plastycznego modelu materiału oraz niestowarzyszonego prawa płynięcia jest dostatecznie dobrym przybliżeniem procesu rzeczywistego. W pozostałych przypadkach dla ośrodka lekko zagęszczonego oraz we wszystkich zagadnieniach dla ośrodka luźnego zasięg obszaru plastycznego można przybliżyć stosując niestowarzyszone prawo płynięcia [7], w którym potencjał dla prędkości odkształceń jest związany z warunkiem plastyczności Coulomba-Mohra dla innych stałych materiałowych ($0 < \rho^* < \rho$) niż w przypadku rozwiązania statycznego. Zastosowanie takiego potencjału dla prędkości odkształceń nie pozwala jednak na zmniejszenie różnicy kątów nachylenia wektorów prędkości doświadczalnych i uzyskanych z rozwiązania teoretycznego. Najmniejszą ich różnicę uzyskuje się dla niestowarzyszonego prawa płynięcia.

W ogólnej teorii ośrodków sypkich konieczne jest jednak przyjmowanie modelu ośrodka lepiej opisującego jego rzeczywiste własności, a zwłaszcza uwzględniającego zmiany gęstościowe. Proponowany np. w pracy [19] tzw. model gęstościowy opisuje wprawdzie dość dobrze własności materiałów sypkich, jednakże nie pozwala na efektywne rozwiązywanie tak skomplikowanych zagadnień brzegowych.

Zastosowana do wyznaczania pola prędkości ośrodka metoda fotogrametrycznego opracowywania zdjęć okazała się bardzo efektywna w przedstawianych badaniach. Pozwala ona nie tylko na pełną i szczegółową analizę pola odkształceń, ale także na szybkie i niepracochłonne sprawdzenie (za pomocą stereoskopu) czy we wspomnianym polu nie ma jakichś zaburzeń.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W. W. SOKOŁOWSKI, *Statyka ośrodków sypkich*, PWN, Warszawa 1958.
2. D. C. DRUCKER, W. PRAGER, *Soil mechanics and plastic analysis of limit design*, Quart. Appl. Math., 2, 10, 1952.
3. A. JENIKE, R. T. SHIELD, *On the plastic flow of Coulomb solids beyond original failure*, J. Appl. Mech., 1959.
4. G. A. GENIEW, *Voprosy dinamiki ziarnistych sred*, Akad. Stroit. Architekt., SSSR, Moskwa 1958.
5. G. DE JOSSELIN DE JONG, *Statics and kinematics in the failable zone of a granular material*, Delft 1959.
6. A. J. M. SPENCER, *A theory of kinematics of ideal soil under plane strain conditions*, Journ. Mech. Phys. Solids, 12, 337-351, 1964.
7. D. RADENKOVIC, *Theorie de charge limites, extension à la mécanique des sols, Sommaire de Plasticité*, Ed. par J. Mandel, Ecole Polytechnique, Paris 1961.
8. E. N. YOUNG, C. K. CHEN, *Analytical and experimental studies of soil cutting*, Soil Mech., Series 27, 1970, McGill University, Montreal, Canada.
9. W. SZCZEPIŃSKI, H. WINEK, *Doświadczalne studium kinematyki ośrodka sypkiego dla pewnych problemów brzegowych*, Rozpr. Inż. 20, 1, 103-114, 1972.
10. W. BOJANOWSKI, B. ROSSIŃSKI, *Wpływ współczynnika tarcia gruntu sypkiego o ściankę oporową na kształt powierzchni poślizgu przy odporze gruntu*, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej Nr 90, Budownictwo, z. 2, 1967.
11. D. R. P. HETTIARACHI, A. R. REECE, *Boundary wedges in two-dimensional passive soil failure*, Géotechnique, 25, 2, 197-220, 1975.
12. *Opracowanie metodyki fotogeologicznych badań odkształceń gruntów* — praca wykonana pod kierownictwem dr D. OSTAFICZUKA w Zakładzie Prac Geologicznych U.W., 1975.
13. A. DRESCHER, K. KWASZCZYŃSKA, Z. MRÓZ, *Statics and kinematics of the granular medium in the case of wedge indentation*, Arch. Mech. Stos., 19, 1, 99-113, 1967.
14. *Teoria plastyczności*, Praca zbiorowa, PWN, Warszawa 1965.
15. A. P. GREEN, *A theoretical investigation of the compression of a ductile material between smooth flat dies*, Phil. Mag., 42, 900-918, 1951.
16. W. SZCZEPIŃSKI, *Stany graniczne i kinematyka ośrodków sypkich*, PWN, Warszawa 1974.
17. A. DRESCHER, G. DE JOSSELIN DE JONG, *Photoelastic verification of a mechanical model for the flow of a granular material*, J. Mech. Phys. Solids, 20, 1972.
18. A. DRESCHER, *Zastosowanie elastooptyki do badania praw plastycznych ośrodków rozdrobionych* (praca w przygotowaniu).
19. Z. MRÓZ, *On a theory of density-hardening media*, Acta Mech., 1972.

Резюме

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА КИНЕМАТИКИ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ НАПОРА СТЕНКИ

В работе представлены результаты экспериментальных исследований кинематики сыпучей среды для задачи напора стенок о формах отвечающих формам орудий для замных работ. Исследования проведены в плоском деформационном состоянии для сухого песка в трех разных состояниях уплотнения. Применение фотограмметрического метода измерения прироста перемещений позволило получить полный анализ поля деформаций. Полученные результаты сравнены с теоретическими результатами полученными при применении ассоциированного и неассоциированного законов течения. Показано, что для уплотненной среды принятие неассоциированного закона течения дает хорошее совпадение с экспериментальными результатами.

SUMMARY

EXPERIMENTAL VERIFICATION OF KINEMATICS OF GRANULAR BODY
IN THE CASE OF PUSHING RIGID WALLS

The results of an experimental investigation of kinematics of granular body in the case of pushing rigid walls, with a shape like to building machines, are shown. The experiments were performed under the plane strain condition on the same material but different preconsolidation was applied. Experimental velocity field has been determined using stereophotogrammetric. The results of the experiments are confronted with the theoretical solutions obtained with the use of associated and non-associated flow rules. The results reveal a good agreement (for preconsolidated material) with theoretical solutions obtained with the use of flow rule assuming the medium to be incompressible and isotropic.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 27 stycznia 1976 r.