

## SPRZEŻENIE POLA ODKSZTAŁCEŃ Z POLEM TEMPERATUR W ZAGADNIENIU SKRĘCANIA CIENKOŚCIENNEJ RURKI

MACIEJ K A M I Ń S K I (WARSZAWA)

W pracy zbadano możliwość wystąpienia koncentracji odkształceń przy skręcaniu niejednorodnej cienkościennej rurki. W rozważaniach teoretycznych przyjęto: warunek równowagi (równość momentów wzdłuż długości rurki), stałość średniej prędkości odkształcania, jednoosiowe przewodnictwo ciepła wygenerowanego w procesie odkształcania. Stwierdzono, że skupianie się odkształcenia w wąskich pasmach niejednorodnego materiału nastąpi gdy materiał deformowany będzie miał właściwość obniżania granicy plastyczności ze wzrostem temperatury oraz gdy prędkości odkształceń będą dostatecznie duże, by ciepło wytworzone w wyniku deformacji i odprowadzone przez materiał choć w części pozostawało w miejscu powstania powodując lokalny wzrost temperatury. Otrzymane wyniki potwierdzają możliwość występowania wyraźnej koncentracji odkształceń w przypadku dużych prędkości odkształcania, rzędu  $1 \text{ s}^{-1}$  i większych.

### 1. WSTĘP

Większość metali poddanych obróbce plastycznej wykazuje właściwość obniżania granicy plastyczności ze wzrostem temperatury. Jeżeli ten spadek jest duży a proces odkształcania dostatecznie szybki, to towarzyszące temu procesowi ciepło dysypacji może wywołać lokalny wzrost temperatury i zapoczątkować tym koncentrację odkształceń plastycznych.

Możliwość wystąpienia tego zjawiska jest tym większa, im większa jest nadwyżka ilości energii dysypowanej w jednostce objętości nad ilością energii odplywającej do sąsiednich partii materiału drogą przewodnictwa ciepła. Niewielka wstępna niejednorodność we własnościach materiału, np. niejednorodność granicy plastyczności lub defekt materiałowy (obce wtrącenie, pęknięcie), może inicjować to zjawisko. W praktyce niejednokrotnie obserwowano obszary o podwyższonej temperaturze, w których koncentrowało się odkształcenie, doprowadzając je do zniszczenia [1]; na przykład powierzchnie przełomów, otrzymanych w procesie wycinania matrycowego blach lub prętów, pod mikroskopem wyglądają jak materiał przetopiony w miejscu pęknięcia.

Pomimo, że omawianą koncentrację odkształceń plastycznych można w stosunkowo prosty sposób wytłumaczyć, badanie jej na drodze teoretycznej napotyka na trudności główne z tego powodu, że wymaga rozwiązania nieliniowego układu równań dla pól temperatury i odkształcenia w zakresie dużych deformacji. W niniejszej pracy podejmuje się próbę teoretycznego zbadania tego zjawiska na możliwie najprostszym przykładzie skręcania cienkościennej rurki. W celu lokalizacji procesu odkształcania założono, że granica plastyczności materiału rurki zmienia się wzdłuż

długości rurki wg funkcji Gaussa. Zakłada się, że materiał jest sztywno plastyczny ze wzmocnieniem, wrażliwy na prędkość odkształcania oraz przyjmuje się, że cała praca mechaniczna jest zamieniona na ciepło. Uwzględnia się jednoosiowy przepływ ciepła i brak jego wymiany z otoczeniem.

W ostatnich latach przykładą się coraz większą uwagę do teoretycznego badania pola temperatury w procesach obróbki plastycznej [3, 4 i 12], spowodowanego dysypacją towarzyszącą odkształceniu, wyznaczenie bowiem obszarów podwyższonych temperatur umożliwi wskazanie miejsc ewentualnej koncentracji odkształceń. Problem koncentracji odkształceń skręcanego stożka podobny do omawianego w niniejszej pracy rozpatrywali niedawno KUDO i TSUBOUCHI [9], potraktowali go jednak zbyt powierzchownie.

## 2. PODSTAWOWE RÓWNIANIA

Rozważmy cienkościenną rurkę o grubości  $g$ , długości  $L$  i o promieniu powierzchni środkowej  $r$  (rys. 1). Zakłada się, że brzeg  $x=0$  rurki jest sztywno zamocowany, na drugim zaś końcu  $x=L$  znana jest prędkość kątowa skręcania  $\omega$  (warunek brzegowy typu kinematycznego). Rurka otoczona jest osłoną adiabaticzną, tzn.

nie ma przepływu ciepła (strat ciepłych) przez powierzchnie  $x=0$ ,  $x=L$  oraz  $r' = = r \pm g/2$ . Ponieważ rurka jest dostatecznie cienka, więc stan naprężenia utożsamia można ze stanem czystego ścinania.

Jako miarę odkształcenia ścinającego rurki przyjmuje się

$$(2.1) \quad \varphi = \tau g \gamma,$$

gdzie  $\gamma$  jest kątem ścinania na powierzchni środkowej rurki. Symbole  $\tau$  i  $T$  oznaczają odpowiednio naprężenie ścinające i temperaturę rurki w  $^{\circ}\text{C}$ .

Przyjmuje się, że własności materiału rurki opisuje następujące mechaniczne równanie stanu.

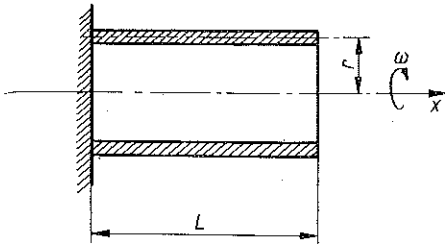
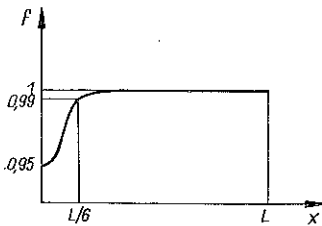
$$(2.2) \quad \tau = D(1 - aT) (\varphi_b + \varphi)^n \dot{\varphi}^m,$$

gdzie stałe  $D$  [ $\text{kGs}^m/\text{mm}^2$ ],  $a$  [ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ],  $m$ ,  $n$  oraz  $\varphi_b$  są pewnymi funkcjami charakteryzującymi własności mechaniczne materiału, kropka zaś postawiona nad symbolem danej wielkości oznacza różniczkowanie względem czasu.

W celu lokalizacji procesu odkształcania zakłada się, że rurka posiada wstępną niejednorodność granicy plastyczności (rys. 1):

$$(2.3) \quad D = D_0 f(x),$$

gdzie  $D_0 = \text{const}$ ,  $f(x)$  zaś jest funkcją Gaussa (rys. 1) o następujących wartościach: dla  $x=0$   $f(x)=0,95$  (punkt zamocowania), dla  $x=L/6$   $f(x)=0,99$ .



Rys. 1

Przy powyższych założeniach odkształcenie i temperatura w poszczególnych przekrojach rury będą funkcjami dwóch zmiennych niezależnych: odległości  $x$  i czasu  $t$ , a naprężenie  $\tau$  tylko jednej zmiennej  $t$ :

$$(2.4) \quad \varphi = \varphi(x, t), \quad T = T(x, t), \quad \tau = \tau(t).$$

W celu wyznaczenia tych funkcji korzysta się z równania przewodnictwa cieplnego

$$(2.5) \quad \rho_0 c_p \dot{T} - \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = AD_0 f(x) (1 - aT) (\varphi_b + \varphi)^n \dot{\varphi}^{m+1}$$

oraz równania wynikającego z równości momentów skręcających dla dowolnych przekrojów  $x = \text{const}$  (równanie równowagi):

$$(2.6) \quad \frac{M(t)}{2\pi r^2 g} \equiv \tau(t) = D_0 f(x) (1 - aT) (\varphi_b + \varphi)^n \dot{\varphi}^m,$$

gdzie  $\rho_0$  oznacza gęstość materiału,  $c_p$  ciepło właściwe,  $\lambda$  współczynnik przewodnictwa cieplnego,  $A$  cieplny równoważnik pracy mechanicznej oraz  $M(t)$  jest zmiennym w czasie momentem skręcającym, jednakowym dla wszystkich przekrojów  $x = \text{const}$ . Prawa strona równania (2.5), reprezentująca źródła ciepła, jest równa  $A\tau\dot{\varphi}$ , co oznacza, że cała moc mechaniczna jest dysypowana w materiale.

Zgodnie z przyjętymi założeniami o izolacji rurki warunki brzegowe dla pola temperatury są następujące:

$$(2.7) \quad \left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x=0} = 0, \quad \left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x=L} = 0.$$

Przyjmuje się, że w chwili początkowej rurka ma jednakową temperaturę  $T_0$  i jest wolna od odkształceń:

$$(2.8) \quad T(x, 0) = T_0, \quad \varphi(x, 0) = 0.$$

Równanie (2.5) jest równaniem cząstkowym drugiego rzędu typu parabolicznego, równanie zaś (2.6) równaniem różniczkowym pierwszego rzędu. Gdyby funkcja  $\tau(t)$  była znana, wówczas ten silnie nieliniowy układ równań mógłby posiadać jednoznaczne rozwiązanie, czyniące zadość warunkom brzegowo początkowym (2.7) i (2.8). Jednakże w rozważanym przypadku tak nie jest. Na brzegu  $x=L$  dana jest prędkość kątowna skręcania  $\omega$ , a nie  $\tau(t)$ . W celu rozwiązania układu korzystamy ze wzoru na średnią wzdłuż długości prędkość odkształcania rurki  $\dot{\varphi}_s$ :

$$(2.9) \quad \int_0^L \dot{\varphi}(x, t) dx = L\dot{\varphi}_s = r\omega.$$

Znalezienie analitycznego rozwiązania tak nietypowego i nieliniowego problemu początkowo-brzegowego jest trudne. W pracy rozwiązano zagadnienie numerycznie metodą różnic skończonych dla wartości stałych podanych w następnym punkcie pracy. Otrzymano w ten sposób tablicę wartości  $\varphi(x, t)$ ,  $\dot{\varphi}(x, t)$ ,  $T(x, t)$ ,  $\tau(t)$ , dla danego  $\dot{\varphi}_s$  w różnych punktach długości rury. Zakładamy też, że na krzywej

umocnienia materiału rurki wystąpi ekstremum (maksimum) w punkcie, dla którego  $\dot{t}=0$ .

W przypadku procesu lokalnie adiabaticznego, tj. takiego procesu, w którym pomija się przewodnictwo ciepła ( $\lambda=0$ ), równanie (2.5) upraszcza się:

$$(2.10) \quad \dot{T} = \frac{A}{\rho_0 c_p} \tau \dot{\phi}$$

i warunek na ekstremum [5 i 11]  $\dot{t}=0$  ma postać

$$(2.11) \quad \frac{\partial \tau(T, \varphi, \dot{\phi})}{\partial \dot{\phi}} + \frac{A}{\rho_0 c_p} \tau \frac{\partial \tau}{\partial T} + \frac{\partial \tau}{\partial \dot{\phi}} \frac{d\dot{\phi}}{d\varphi} = 0.$$

Pisząc równanie (2.11) zamieniono zmienną niezależną  $t$  na  $\varphi$ . Tak więc, ekstremum na krzywej umocnienia deformowanego materiału nie wystąpi dopóki lokalny wzrost temperatury i związany z nim spadek granicy plastyczności będzie mniejszy od wzmacniającego działania odkształcenia i prędkości odkształcania.

### 3. PRZYKŁAD LICZBOWY

Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla następujących wartości parametrów charakteryzujących własności mechaniczne materiału:

$$(3.1) \quad D_0 = 132,9 \left[ \frac{\text{kg s}^m}{\text{mm}^2} \right], \quad a = 1,4 \cdot 10^{-3} \left[ \frac{1}{^\circ\text{C}} \right], \quad m = 0,1, \quad n = 0,22, \quad \varphi_b = 0,866.$$

Prawo (2.2) z danymi (2.12) opisuje z dobrym przybliżeniem krzywe doświadczalne uzyskane przez MANJOINA [10 i 14] dla miękkiej stali w przedziale temperatury (400°C; 600°C). Dla ilustracji pokazano na rys. 2 jedną z tych krzywych  $\tau(T)$  przy ustalonym  $\varphi$  oraz  $\dot{\phi}$ . Ponadto przyjęto następujące wymiary skręcanej rurki:

$$(3.2) \quad L = 30 \text{ mm}, \quad g = 0,1 r$$

(samo  $r$  nie wchodzi do obliczeń) oraz określono gęstość i ciepło właściwe materiału:

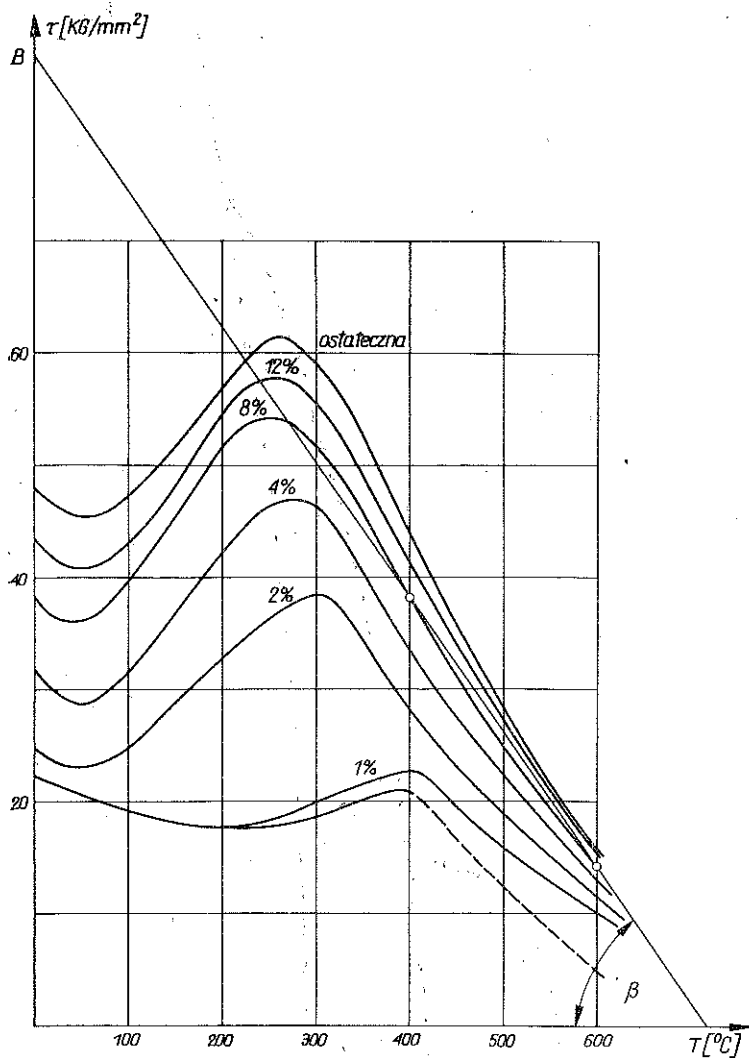
$$(3.3) \quad \rho_0 = 7,7 \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right], \quad c_p = 0,16 \left[ \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \right].$$

Obliczenia numeryczne wykonano dla trzech typów procesów skręcania:

1. Procesu izotermicznego skręcania odbywającego się w stałej temperaturze  $T_0 = 400^\circ\text{C}$ . Wykres oznaczono wskaźnikiem  $i$ .

2. Procesu adiabaticznego skręcania, dla którego zakłada się zupełną przemianę pracy deformacji plastycznej w ciepło, rozpoczynającego się w temperaturze  $T_0 = 400^\circ\text{C}$  i prowadzonego do temperatury  $T_k = 600^\circ\text{C}$ . Na wykresach użyto wskaźnika  $a$ .

3. Procesu z uwzględnieniem powstawania ciepła oraz jego wewnętrznego przepływu rozpoczynanego w temperaturze  $T_0 = 400^\circ\text{C}$  i prowadzonego do temperatury  $T_k = 600^\circ\text{C}$ . Na wykresach użyto oznaczenia  $pc$ .



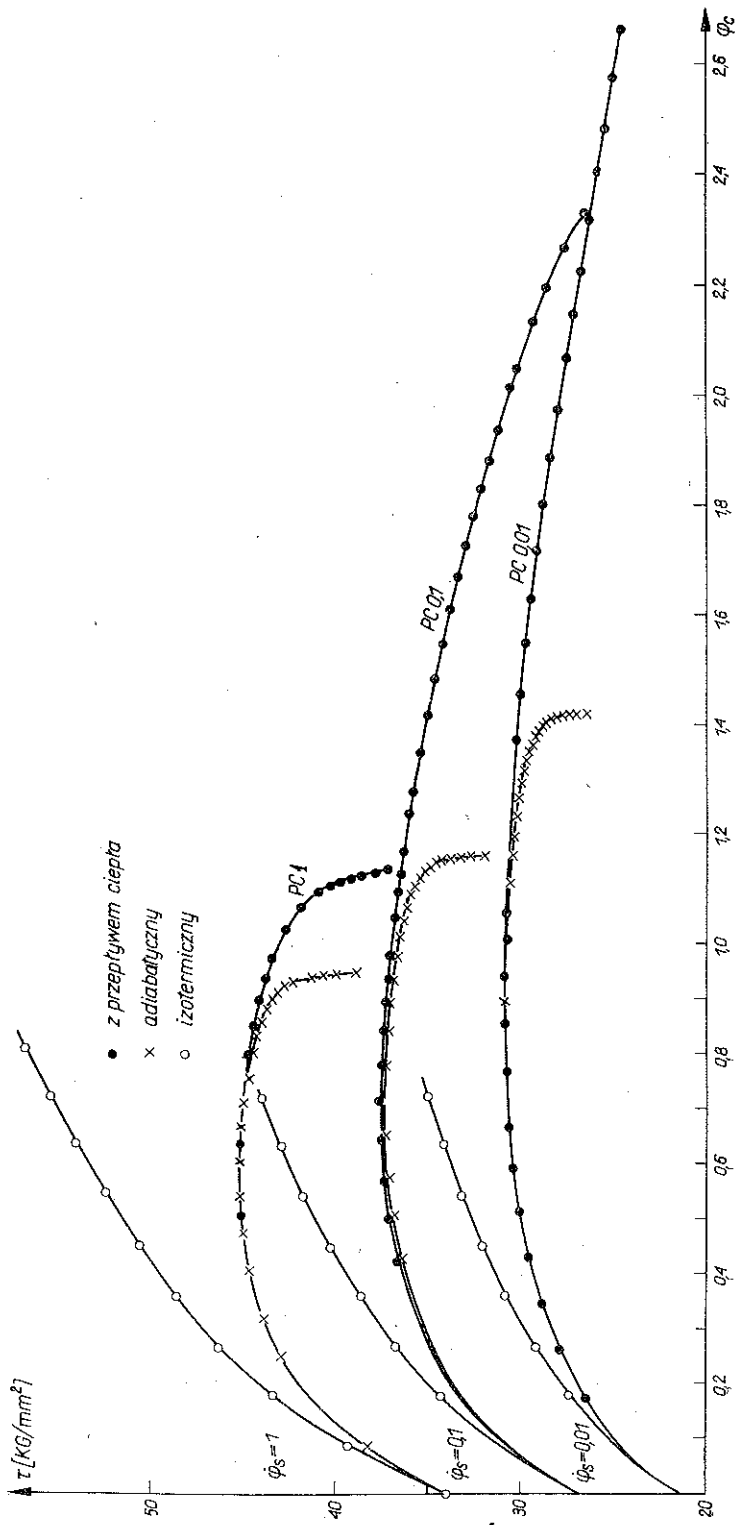
Rys. 2

Każdy z powyższych procesów obliczono dla trzech średnich prędkości skręcania  $\dot{\varphi}_s$  wynoszących 1; 0,1; 0,01 [ $\text{s}^{-1}$ ].

#### 4. OMÓWIENIE WYNIKÓW

Na rys. 3 przedstawiono otrzymany na drodze numerycznych obliczeń wykres zależności naprężenia  $\tau$  od odkształcenia skręcania  $\varphi_c$  dla rurki z rys. 1.  $\tau$  oznacza naprężenie w dowolnym przekroju rurki proporcjonalne do momentu skręcającego  $M$ , natomiast odkształcenie  $\varphi_c$  jest proporcjonalne do kąta skręcania końców rurki, a więc i do czasu skręcania:

$$(4.1) \quad \varphi_c = \frac{\omega R}{L} t = \dot{\varphi}_s t.$$

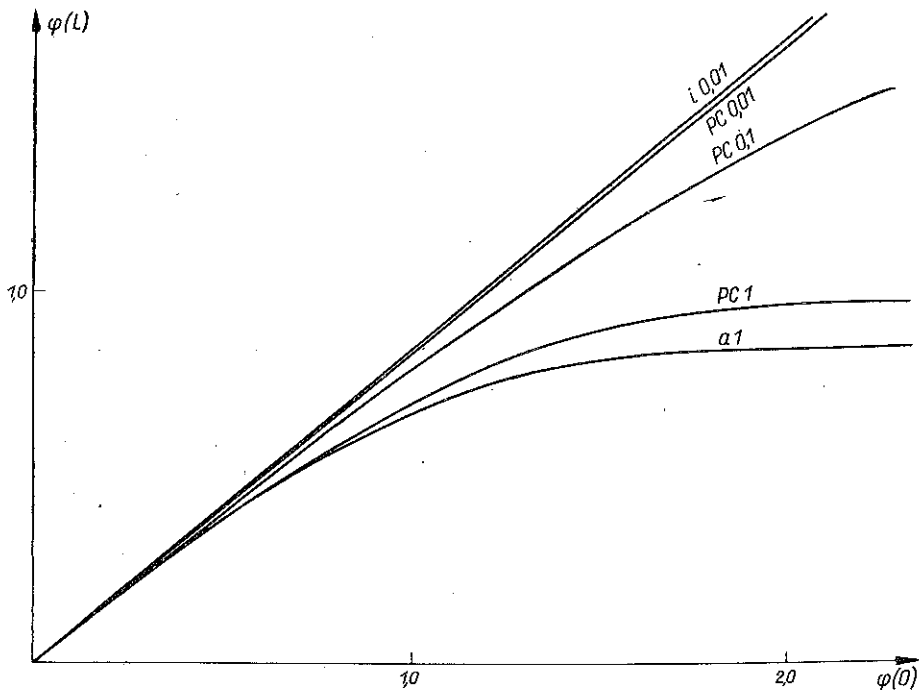


Rys. 3

Z wykresu widać, że krzywe  $i$  są stale rosnące, podczas gdy krzywe  $a$  i  $pc$  mają ekstremum  $\tau_{\max}$ . Ekstremum to jest wynikiem wzrostu temperatury podczas skręcania. Różnice pomiędzy wykresami  $i$  oraz  $a$ ,  $pc$  wskazują, że istotny wpływ na przebieg skręcania ma ciepło generowane w trakcie procesu odkształcania. Bliskość krzywych  $a1$  i  $pc1$  nasuwa przypuszczenie, że proces skręcania  $pc1$  jest zbliżony do procesu adiabatycznego.

Należy zauważyć, że pominięcie odpływu ciepła na zewnątrz przez powierzchnie boczne rurki w procesach  $a$  i  $pc$  dla  $\dot{\varphi}_s = 0,01$  i  $0,1 \text{ s}^{-1}$ , trwających od kilkunastu do kilkudziesięciu sekund, jest dużym uproszczeniem. W procesach  $a1$  i  $pc1$  trwających około 1 s przepływ taki jest pomijalnie mały.

Rysunek 4 przedstawia wykres odkształcenia  $\varphi(x)$  występującego w przekroju końcowym  $x=L$  od odkształcenia w przekroju zamocowania  $x=0$  dla różnych pro-

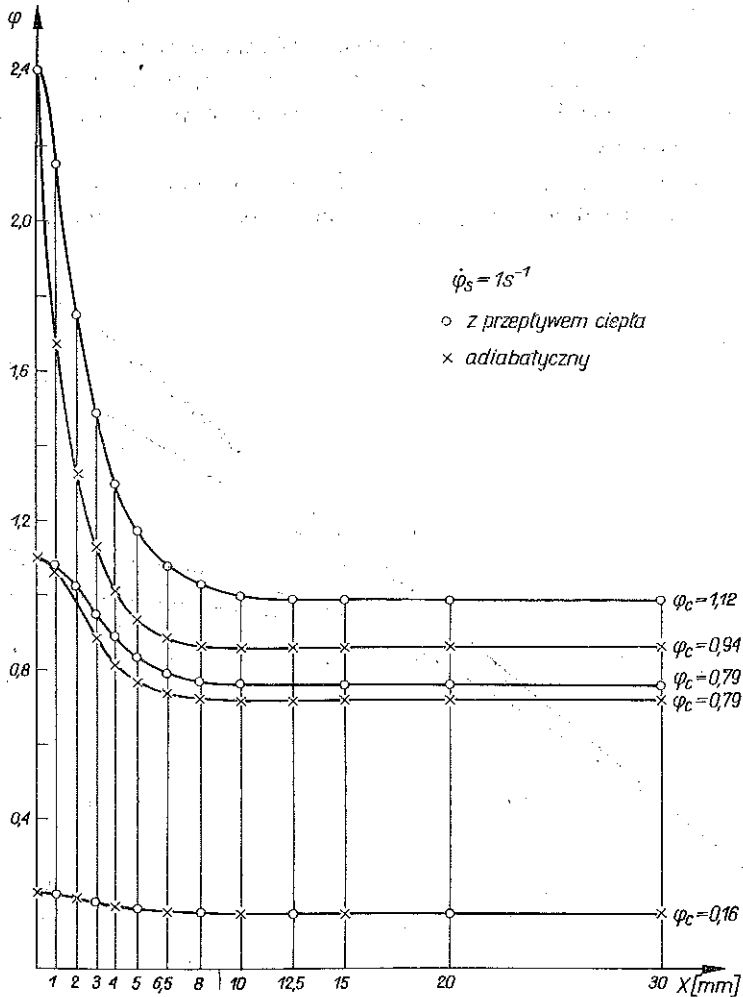


Rys. 4

cesów skręcania i różnych średnich prędkości skręcania. Jak widać, linie  $pc0,1$ ,  $pc1$  i  $a1$  «wzrastają» przy malejącym pochyleniu, co oznacza, że w trakcie skręcania odkształcenie zachodzi w coraz większym stopniu w części najslabszej. Natomiast linie  $i0,01$  oraz  $pc0,01$  rosną przy prawie stałym pochyleniu, co oznacza, że przy powolnym skręcaniu odkształcenia  $\varphi(L)$  i  $\varphi(0)$  rosną proporcjonalnie. Bliskość tych linii wskazuje na podobieństwo procesów  $pc$  i  $i$  przy  $\dot{\varphi}_s = 0,01 \text{ s}^{-1}$ .

Rysunki 5 i 6 przedstawiają rozkład odkształcenia  $\varphi(x, \varphi_c)$  i temperatury  $T(x, \varphi_c)$  wzdłuż rurki, przy różnych wartościach  $\varphi_c$ , dla procesów skręcania  $a1$  i  $pc1$ . Jak widać, rozkłady odkształceń i temperatury przy takich samych  $\varphi_c$  różnią się niewiele

(mniej niż 15%), co wraz z bliskością krzywych  $\tau(\varphi_c)$  (rys. 3) wskazuje, że przebiegi skręcania adiabatycznego i z przepływem ciepła przy prędkości  $\dot{\varphi}_s = 1 \text{ s}^{-1}$  są zbliżone do siebie. Inaczej mówiąc, przy  $\dot{\varphi}_s = 1 \text{ s}^{-1}$  ciepło wytworzone podczas skręcania nie zdąży rozprzynać się w rurce.

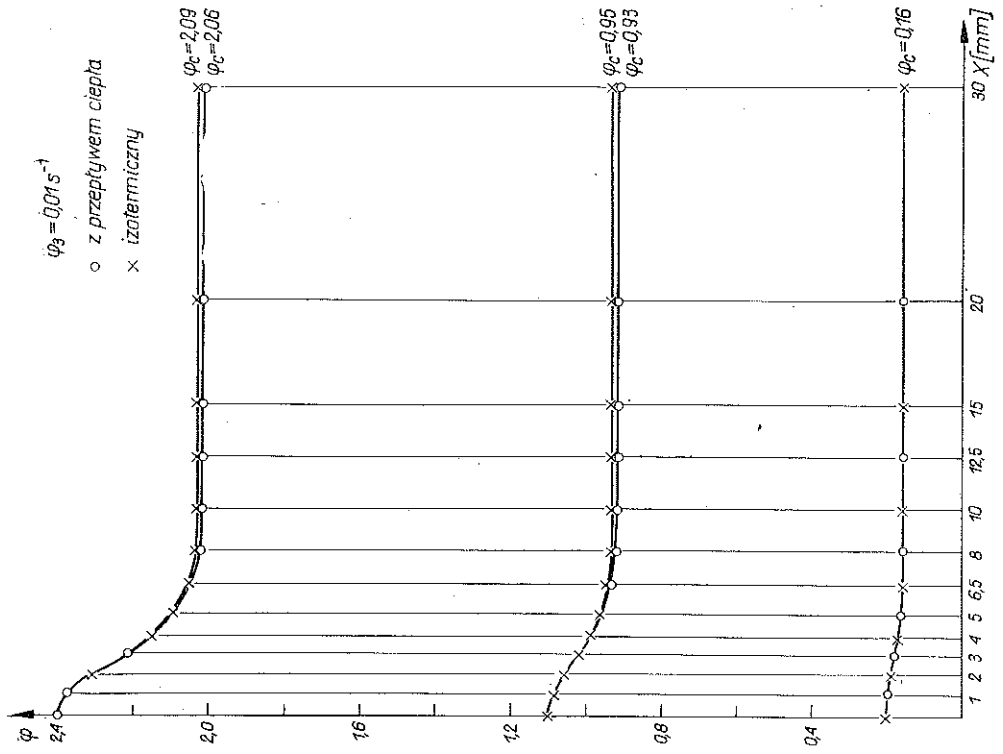


Rys. 5

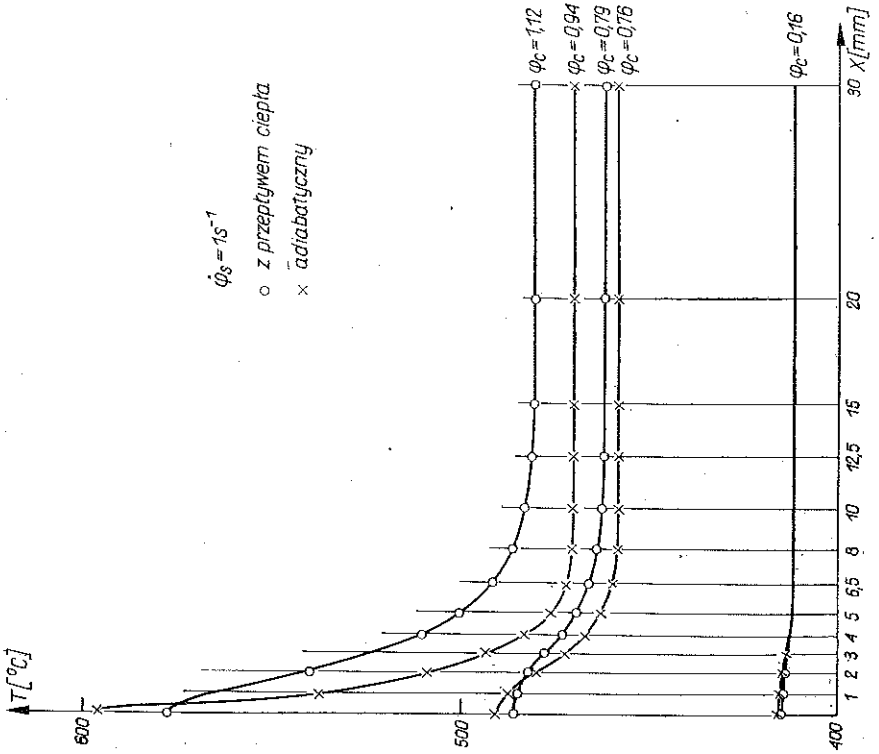
Z rysunków 5 i 6 wynika również, że stosunki odkształceń  $\varphi(0, \varphi_c)/\varphi(L, \varphi_c)$  i temperatury  $T(0, \varphi_c)/T(L, \varphi_c)$  w środku i na końcu rurki powiększają się ze wzrostem  $\varphi_c$ . Oznacza to, że w miarę skręcania odkształcenie i temperatura stają się coraz bardziej niejednorodne. Rysunek 7 przedstawia rozkład odkształcenia  $\varphi(x, \varphi_c)$  dla rurki skręcanej w warunkach  $pc0,01$  oraz  $i0,01$ .

Jak widać, nie ma praktycznie różnicy między liniami  $pc0,01$  i  $i0,01$ , co świadczy, że oba procesy odkształcenia prowadzą do podobnych stanów deformacji. Również





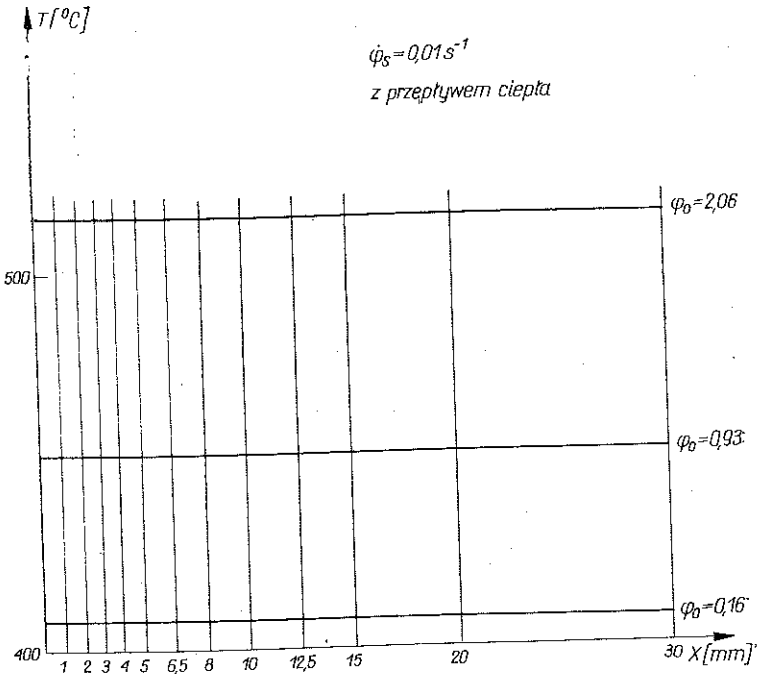
Rys. 7



Rys. 6

niejednorodność odkształceń  $\varphi(0, \varphi_0)/\varphi(L, \varphi_0)$  podczas skręcania prawie się nie zmienia. Z rys. 8 widać, że temperatura w różnych stadiach skręcania jest prawie jednakowa na całej długości rurki. Różnica temperatury nie przekracza  $1^\circ\text{C}$ .

Podobieństwo rozkładów odkształceń dla  $pc0,01$  i  $i0,01$  (rys. 4) oraz mała różnica temperatur wskazują, że przy małej prędkości przebieg skręcania rurki z przepływem ciepła wykazuje cechy procesu izotermicznego. Z podobieństwa krzywych na rys. 7 nasuwa się wniosek, że ekstremum na krzywej  $\tau(\varphi_c)$  dla  $pc0,01$  (rys. 3) jest wywołane wyłącznie wzrostem temperatury rurki (rys. 8).

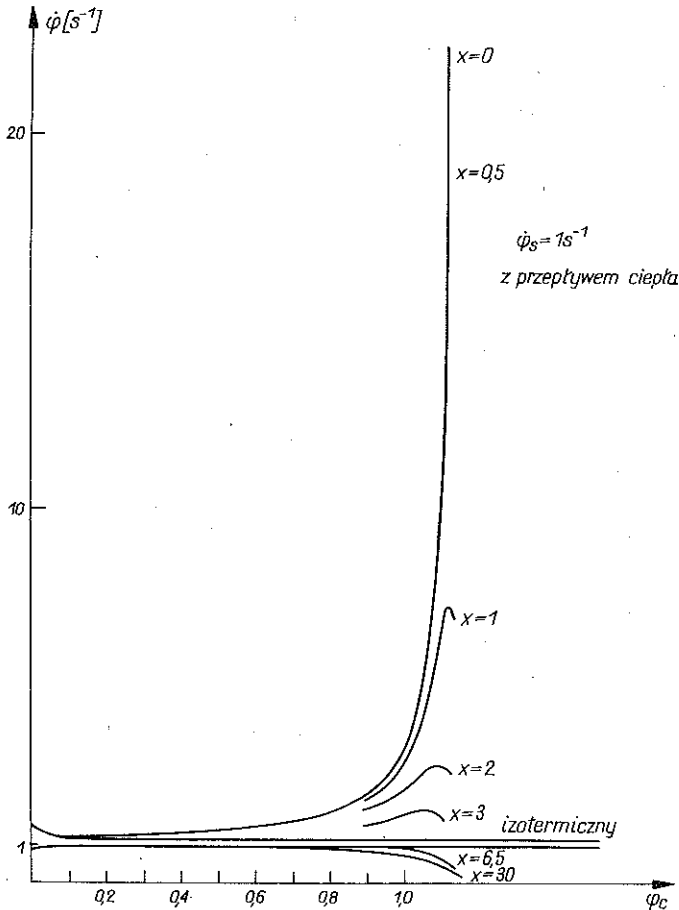


Rys. 8

Zauważmy, że uwzględnienie odpływu ciepła przez powierzchnie boczne rurki obniżyłoby jej temperaturę i jak się wydaje ujednorodniłoby jeszcze rozkłady odkształceń i temperatur (rys. 7 i 8). Obniżenie temperatury zmniejszyłoby przyczynę występowania niezbyt wyraźnego ekstremum krzywej  $\tau(\varphi_c)$  dla  $pc0,01$  (rys. 3). Prawdopodobnie krzywa ta nie posiadałaby już ekstremum. Rozsądnie jest oczekiwać, że przebieg skręcania rurki rzeczywistej przy  $\dot{\varphi}_s = 0,01 \text{ s}^{-1}$  wykaże dalej idące podobieństwo do przebiegu izotermicznego niż wynika to z rys. 3, 4, 7 i 8.

Rysunek 9 wyjaśnia, w jaki sposób odkształca się rurka w procesie  $pc1$ . Przedstawione są tu prędkości odkształcania w różnych częściach rurki jako funkcje odkształcenia całkowitego  $\varphi_c$ . Na początku procesu skręcania, to jest do punktu  $\varphi_c = 0,2$ , prędkość odkształcania w przekrojach słabych (o małych  $x$ ) maleje, a w przekrojach mocniejszych (o dużych  $x$ ) rośnie. Prędkości odkształcania w poszczególnych przekrojach dążą do  $\dot{\varphi}_s = 1 \text{ s}^{-1}$ , ale jej nie osiągają. Wynikiem takich zmian prędkości są

zmiany przyrostów odkształcenia takie, że stosunek  $\varphi(0, \varphi_c)/\varphi(L, \varphi_c)$  dąży do jedności. Jest to więc okres ujednorodniania się odkształceń w skręcającej rurce. Pamiętać należy, że jednocześnie postępuje proces nagrzewania materiału rurki, który przez swój wpływ na granicę plastyczności zwiększa jej niejednorodność.



Rys. 9

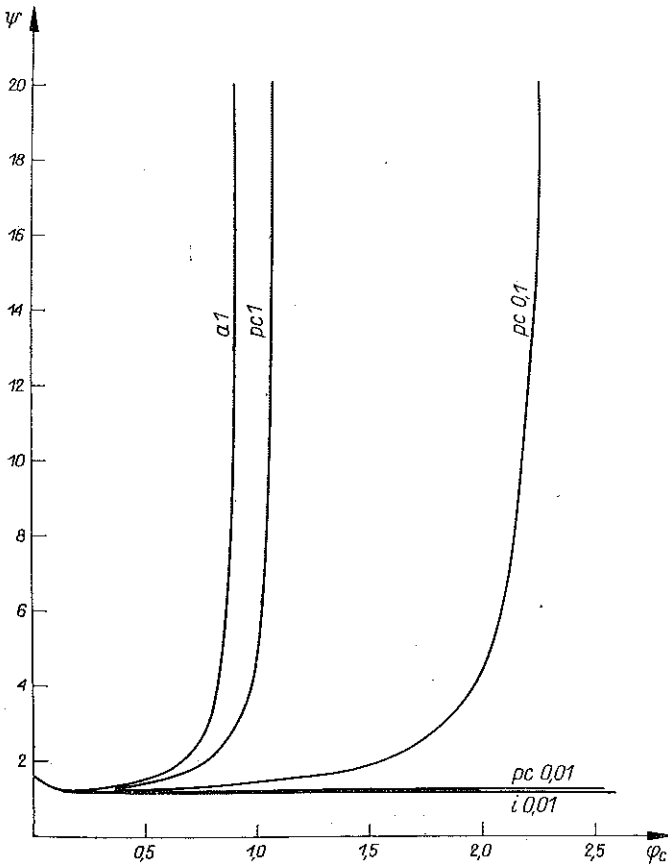
Tak więc w punkcie  $\varphi_c \approx 0,2$  pozostaje pewna niejednorodność, która jest wyjściową do następnego etapu, w którym prędkości w przekrojach słabszych rosną, a w mocniejszych maleją. Tak więc rośnie stosunek  $\varphi(0, \varphi_c)/\varphi(L, \varphi_c)$ , a zatem rośnie niejednorodność odkształceń rurki. Różnica między prędkościami odkształcania w poszczególnych przekrojach staje się coraz większa. Przekroje najsłabsze powiększają swoją prędkość odkształcania kosztem przekrojów mocniejszych. Objawia się to tym, że kolejno w zwiększających dotychczas swoją prędkość przekrojach występuje ekstremum i następuje spadek prędkości. Przy dużych wartościach  $\varphi_c$  (powyżej 1; rys. 9) już przeważająca część rurki odkształca się wolniej, umożliwiając tym wzrost prędkości odkształcania w nielicznych najsłabszych prze-

krojach. Jest to już wyraźna koncentracja odkształcenia. Tak więc obszar rurki, w którym prędkość odkształcania rośnie, zawęża się coraz bardziej dążąc do obszaru  $x=0$ .

Weźmy z kolei pod uwagę stosunek prędkości odkształcania w przekrojach skrajnych rurki

$$J = \frac{\dot{\varphi}(0, \varphi_c)}{\dot{\varphi}(L, \varphi_c)} = \Psi(\varphi_c) > 1.$$

Gdy w pierwszym etapie  $J$  maleje, dążąc do jedności, to stosunek  $\varphi(0, \varphi_c)/\varphi(L, \varphi_c)$  maleje również i odkształcenie w rurce ujednorodnia się. Gdy  $J$  rośnie, odkształcenie coraz bardziej koncentruje się w części  $x=0$ .



Rys. 10

Funkcję  $J = \Psi(\varphi_c)$  dla różnych prędkości  $\dot{\varphi}_s$  i różnych warunków cieplnych przedstawia rys. 10. Początkowy etap ujednorodniania się jest wspólny dla wszystkich krzywych. W punkcie  $\varphi_c=0,15$  znajduje się minimum dla krzywej  $a1$ , od tego miejsca zaczyna się koncentracja odkształcenia. Dla krzywej  $pc1$  ekstremum znajduje się w punkcie  $\varphi_c=0,2$ , a dla  $pc0,1$  w punkcie  $\varphi_c \approx 0,25$ . Przy skręcaniu

z najmniejszą prędkością  $pc\ 0,01$  iloraz  $J$  osiąga swą najmniejszą wartość, gdy  $\varphi_c=0,65$ . Proces  $i0,01$  nie wykazuje ekstremum.

Z równania (2.6) otrzymujemy wzór

$$(4.2) \quad J = \left[ \frac{f(L)}{f(0)} \right]^{\frac{1}{m}} \underbrace{\left[ \frac{1 - aT(L, \varphi_c)}{1 - aT(0, \varphi_c)} \right]^{\frac{1}{m}}}_B \underbrace{\left[ \frac{\varphi_b + \varphi(L, \varphi_c)}{\varphi_b + \varphi(0, \varphi_c)} \right]^{\frac{n}{m}}}_C \equiv \Psi(\varphi_c).$$

Widać tu, że w chwili początkowej iloraz  $J$  zależy wyłącznie od danego współczynnika niejednorodności rurki  $f(x)$  oraz od wykładnika czułości na prędkość odkształcania  $m$ , ponieważ  $\varphi(x, 0)=0$  oraz  $T(x, 0)=400^\circ\text{C}$ . W każdym następnym momencie wyraz  $C$  jest mniejszy od jedności i maleje, a wyraz  $B$  jest większy i rośnie. Gdy  $B$  zacznie rosnąć szybciej niż  $C$  maleć, iloraz  $J$  zacznie zwiększać swoją wartość, co będzie wskazywało na postępującą koncentrację odkształceń. Wynika z tego, że wyraz  $B$  ma wpływ dominujący. Przy  $\dot{\varphi}_s = 1\ \text{s}^{-1}$  wyraz  $B$  szybko rośnie dzięki małej wymianie ciepła i mimo wyraźnego spadku  $C$  powoduje koncentrację przy małym  $\varphi_c$ . Przy małych  $\dot{\varphi}_s$  rozproszenie ciepła wzdłuż rurki powoduje, że wyraz  $B$  jest ciągle bliski jedności, przesuując początek koncentracji w stronę dużych  $\varphi_c$ . Na rys. 10 nanie­siono także krzywą  $\Psi(\varphi_c)$  dla rurki skręcanej izotermicznie; przy  $\dot{\varphi}_s = 0,01\ \text{s}^{-1}$  linia ta stale opada. Oznacza to, że podczas całego procesu skręcania następuje ujednorodnienie się odkształceń we wszystkich przekrojach  $0 < x < L$ .

Uwzględnienie ciepła generowanego podczas odkształcania oraz jego wewnętrz­nego rozptywu zmienia charakter procesu. W przypadku  $pc0,01$  krzywa  $\tau(\varphi_c)$  i  $\Psi(\varphi_c)$  posiadają ekstrema, co je odróżnia od  $i0,01$ , lecz rozkład odkształceń po długości rurki wykazuje niejednorodność zbliżoną do tej, która występuje w ana­logicznych stanach w procesie izotermicznym. Podobieństwo rozkładów odkształceń świadczy, że pomimo różnic w sposobie odkształcania oba te procesy uznać można za zbliżone.

#### WNIOSKI

Powyższa praca wykazuje, że proces skręcania niejednorodnej rurki przy prędkości  $\dot{\varphi}_s = 0,01\ \text{s}^{-1}$  z przybliżeniem uznać można za izotermiczny, a przy prędkości  $\dot{\varphi}_s = 1\ \text{s}^{-1}$  za adiabatyczny. Wszystkie więc procesy odbywające się z prędkościami pośrednimi tworzą rodzinę, która dla dobrego jej poznania wymaga uwzględnienia wewnętrznego rozptywu ciepła generowanego.

Powyższa praca pokazuje też, że przy skręcaniu z różnymi prędkościami występują znacznie różniące się od siebie rozkłady odkształceń na długości rurki, posiadającej niejednorodność granicy plastyczności. Przy średniej prędkości odkształcania równej  $1\ \text{s}^{-1}$  przekroje słabe znacznie wcześniej (przy mniejszym odkształceniu całkowitym) niż przy prędkości  $0,01\ \text{s}^{-1}$  osiągają duże odkształcenia. Dzieje się tak, ponieważ przy dużej średniej prędkości odkształcania przewodnictwo cieplne w materiale nie nadąża wyrównywać temperatury wzdłuż długości rurki, co dzięki warunkom równowagi powoduje wzrost prędkości odkształcania w miejscach o pod­wyższonej temperaturze, czyli koncentrację odkształceń.

Właściwość materiału polegająca na obniżaniu granicy plastyczności wraz z temperaturą jest dla zjawiska koncentracji odkształceń warunkiem koniecznym, ale powoduje jedynie spadek krzywej umocnienia. Warunkiem dostatecznym jest niejednorodność pola temperatury, która powoduje niejednorodność prędkości odkształcania. Uwzględnienie wymiany ciepła z otoczeniem rurki mogłoby zmienić nieco przebieg procesu skręcania, szczególnie przy małych prędkościach. Prawdopodobnie zakres prędkości, dla których wskazane jest uwzględnienie wewnętrznego i zewnętrznego przepływu ciepła, uległby ograniczeniu od strony prędkości najmniejszych.

#### LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. B. FINNEGAN, *Metallurgical effect at high strain rates*, 531,
2. H. G. BARON, *J. of the Iron and Steel Institute*, **182**, 1, 1956.
3. J. F. W. BISHOP, *Quart. Appl. Math.*, **9**, 236, 1956.
4. W. JOHNSON, H. KUDO, *Inst. J. Mech. Sci.*, **1**, 175, 192, 1960.
5. J. KŁEPACZKO, *Int. J. Mech. Sci.*, **10**, 297, 1968.
6. J. KŁEPACZKO, *Rozpr. Inżyn.*, **13**, 561, 1965.
7. J. KŁEPACZKO, *Mech. Teoret. i Stos.*, **81**, 1970,
8. J. KUDO, *Int. J. Mech. Sci.*, **1**, 57, 1959.
9. H. KUDO, TSUBOUCHI, *Annals of the CIRP*, **XVIX**, 225.
10. J. MANJOINE, *J. Appl. Mech.*, 9-11, 1942.
11. Z. MARCINIAK, *Odkształcenia graniczne przy tłoczeniu blach*, WNT, Warszawa 1971.
12. P. POŁUCHIN, G. J. GUN, *Izv. Ak. N. ZSRR, Metale*, No. 2, 1970.
13. R. F. RECHT, *J. Appl. Mech.*, *Trans ASME*, No. 63-Wa-67.
14. F. SCHMIDT, *Draht Welt*, **7**, 403, 1970.

#### Резюме

#### СОПРЯЖЕНИЕ ПОЛЯ ДЕФОРМАЦИЙ С ПОЛЕМ ТЕМПЕРАТУР В ЗАДАЧЕ КРУЧЕНИЯ ТОНКОСТЕННОЙ ТРУБКИ

В работе исследована возможность появления концентрации деформаций при кручении неоднородной тонкостенной трубки. В теоретических рассуждениях приняты: условие равновесия (равенство моментов вдоль длины трубки), постоянство средней скорости деформации, одноосная теплопроводность генерированная в процессе деформации. Констатируется, что концентрация деформаций в узких полосах неоднородного материала наступит, когда деформируемый материал будет обладать свойством снижения предела пластичности с ростом температуры, а также когда скорости деформаций будут достаточно большими, чтобы тепло образованное в результате деформаций и отводимое через материал, хотя в части оставалось на месте возникновения, вызывая локальный рост температуры.

Полученные результаты подтверждают возможность появления отчетливой концентрации деформаций в случае больших скоростей деформаций порядка  $1 \text{ сек}^{-1}$  и больше.

## SUMMARY

COUPLING OF STRAIN AND TEMPERATURE FIELDS IN THE PROBLEM  
OF TORSION OF A THIN-WALLED TUBE

The possibility of appearance of the strain concentration at the torsion of a nonhomogeneous thin-walled tube is studied. In the theoretical considerations the equilibrium condition (the equality of the moments along the length of the tube) and the uniaxial heat conduction generated in a process of deformation were assumed. It was confirmed that the strain concentration in the narrow layers of the nonhomogeneous material may appear if the material deformed has such a property that the plastic limit decreases following an increase in temperature and if the strain rates are large to the extent where the heat generated in a process of deformation and conducted out by the material remains even partially in the place of generation and, consequently, causes local temperature increase.

The results obtained confirm the possibility of the appearance of distinguished strain concentration in a case of large strain rates of order  $1 \text{ sec}^{-1}$  or greater.

*Praca została złożona w Redakcji dnia 25 czerwca 1975 r.*

---