ROZPRAWY INŻYNIERSKIE • ENGINEERING TRANSACTIONS • 24, 1, 161—170, 1976
Polska Akademia Nauk • Instytut Podstawowych Problemów Techniki

IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW UKŁADU NAPĘDOWEGO

JERZY WICHER (WARSZAWA)

W pracy przedstawiono nowy wariant identyfikacji parametrów napędu głównego obrabiarki rozpatrywanego jako układ wielomasowy. Metoda umożliwia wyznaczenie wartości parametrów tłumienia i sztywności. Wykorzystując informacje otrzymane z charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych, zastosowano metodę analizy regresyjnej. Wyniki analizy regresyjnej układu o jednym stopniu swobody porównano z wynikami otrzymanymi innymi metodami.

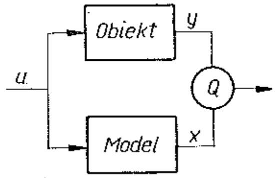
1. Wstęp

Wraz ze wzrostem wymagań dotyczących własności dynamicznych obrabiarek zachodzi konieczność przeprowadzenia wszechstronnych badań tych własności. Badania te można wykonać na drodze eksperymentalnej lub obliczeniowej. Przeprowadzenie analizy obliczeniowej wiąże się z koniecznością zbudowania modelu matematycznego, który w tym przypadku będzie miał postać układu równań różniczkowych. Analiza modelu matematycznego, wykonana przy użyciu elektronicznej techniki obliczeniowej, umożliwia przeprowadzenie pewnych prac optymalizacyjnych, dotyczących poszczególnych zespołów obrabiarki już w bardzo wczesnym stadium jej projektowania. Aby wnioski otrzymane z analizy modelu matematycznego można było przenieść na obiekt rzeczywisty (obrabiarkę, zespół) model ten musi być poprawnie zidentyfikowany.

Jak wiadomo każdy model, również model matematyczny, opisuje układ rzeczywisty z pewnym przybliżeniem. Wynika to z dużej złożoności procesów dynamicznych zachodzących w rzeczywistym układzie. Dlatego przy budowie modelu matematycznego eliminuje się te cechy i elementy, które są nieistotne z punktu widzenia realizacji celu badań.

Każdy model matematyczny można scharakteryzować określając jego strukturę i parametry. Strukturę modelu, reprezentowaną przez rząd i postać równań różniczkowych, najczęściej przyjmuje się na podstawie informacji o konstrukcyjnej budowie obiektu. Zatem problem identyfikacji sprowadza się tu do wyznaczenia nieznanych parametrów. W przypadku obrabiarki będą to masy lub momenty bezwładności oraz parametry opisujące tłumienie i sztywność (podatność) poszczególnych elementów.

Problem doboru parametrów można przedstawić również jako pewien problem optymalizacyjny: dla jakich wartości parametrów model matematyczny o przyjętej strukturze najlepiej, z punktu widzenia przyjętego kryterium optymalizacyjnego, opisuje własności dynamiczne obiektu. Model matematyczny najczęściej przyjmuje się w postaci układu równań różniczkowych zwyczajnych o stałych parametrach. W tym przypadku problem wyznaczenia optymalnych parametrów na podstawie informacji uzyskanych z pomiaru można przedstawić formalnie w następujący sposób: niech na wejście obiektu i na wejściu modelu matematycznego działa takie samo wymuszenie (rys. 1). Możemy wówczas otrzymać z pomiaru zbiór wartości $\{y\}=\{y_1(t), \ldots, y_n(t)\}$ na wyjściu obiektu i zbiór wartości $\{x\}=\{x_1(a, t), \ldots, x_n(a, t)\}$ na wyjściu modelu matematycznego obliczony z dokładnością do zbioru nieznanych parametrów $\{a\}=\{a_1, \ldots, a_r\}$. Z warunku minimalizacji odległości obu zbiorów w przestrzeni metrycznej można otrzymać układ równań algebraicznych, który pozwala wyznaczyć zbiór parametrów optymalnych $\{a^*\}=\{a_1^*, \ldots, a_r^*\}$.



Rys. 1

Wprowadzając pojęcie wskaźnika jakości Q (funkcji celu) można sprowadzić go do postaci $Q=Q(a)$, a minimalizację odległości między zbiorami formalnie sprowadzić do minimalizacji wskaźnika jakości wg następującego kryterium:

$$Q(a^*)=\min_a Q(a) \tag{1.1}$$

i wyznaczyć zbiór $\{a^*\}$ parametrów optymalnych.

2. Sformułowanie zadania

Weźmy pod uwagę napęd główny obrabiarki. Masy występujące na poszczególnych wałkach można traktować jako masy skupione zredukowane do jednego punktu i połączone nieważkimi elementami o sztywności i tłumieniu reprezentujących sztywność i tłumienie wałków. Zgodnie z rozważaniami przedstawionymi w pracy [1] model matematyczny napędu głównego ma następującą postać:

$$\begin{aligned}
&I_1\ddot{\varphi}_1+h_1(\dot{\varphi}_1-\dot{\varphi}_2)+k_1(\varphi_1-\varphi_2)=M(t),\\
&I_2\ddot{\varphi}_2+h_2(\dot{\varphi}_2-\dot{\varphi}_3)+k_2(\varphi_2-\varphi_3)-h_1(\dot{\varphi}_1-\dot{\varphi}_2)-k_1(\varphi_1-\varphi_2)=0,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&I_{n-1}\ddot{\varphi}_{n-1}+h_{n-1}(\dot{\varphi}_{n-1}-\dot{\varphi}_n)+k_{n-1}(\varphi_{n-1}-\varphi_n)-h_{n-2}(\dot{\varphi}_{n-2}-\dot{\varphi}_{n-1})-\\
&\qquad\qquad -k_{n-2}(\varphi_{n-2}-\varphi_{n-1})=0,\\
&I_n\ddot{\varphi}_n+h_n\dot{\varphi}_n+k_n\varphi_n-h_{n-1}(\dot{\varphi}_{n-1}-\dot{\varphi}_n)-k_{n-1}(\varphi_{n-1}-\varphi_n)=0,
\end{aligned} \tag{2.1}$$

gdzie symbole I_i, h_i, k_i oznaczają zredukowane momenty bezwładności oraz współczynniki tłumienia i sztywności. Indeksy $i=1, \ldots, n-1$ odnoszą się do elementów napędu głównego obrabiarki, natomiast i — do silnika napędowego. Układ jest obciążony momentem $M(t)$ silnika. Wyznaczenie wartości zredukowanych momentów bezwładności I_i jest względnie łatwe [1]. Zatem problem identyfikacji parametrów sprowadza się w tym przypadku do wyznaczenia nieznanych parametrów tłumienia h_i i sztywności k_i. Jeżeli parametry te chcemy wyznaczyć w sposób optymalny, to należy przyjąć odpowiednie kryterum optymalizacyjne. Jednym z częściej stosowanych jest kryterium najmniejszych kwadratów. Przyjmując to kryterium można do wyznaczenia nieznanych parametrów zastosować metodę analizy regresyjnej. Oczywiście warunkiem jest sprowadzenie układu równań różniczkowych (2.1) do postaci algeberaicznej. Dokonamy tego za pomocą przekształceń operatorowych. Przyjmujemy założenie, że wszystkie funkcje występujące w układzie równań (2.1) spełniają warunki konieczne do tego, aby istniały ich transformaty Laplace'a i Fouriera.

Problem identyfikacji parametrów wiąże się z uzyskaniem odpowiednich informacji z pomiaru. Pomiar sygnałów użytecznych może być przeprowadzony z wykorzystaniem wymuszenia zdeterminowanego lub losowego. Realizacja wymuszeń zdeterminowanych nie zawsze jest łatwa w przypadku obiektów mechanicznych. Dlatego przyjmujemy, że źródłem informacji mogą być obciążenia i przemieszczenia losowe, powstające w czasie normalnej eksploatacji obiektu. Największą ilość informacji o własnościach obiektu zawierają charakterystyki częstotliwości lub związane z nimi tzw. widma bieżące procesu losowego. Widmo bieżące $X(f)$ ciągłego stacjonarnego i ergodycznego procesu losowego $x(t)$ jest zdefiniowane w następujący sposób:

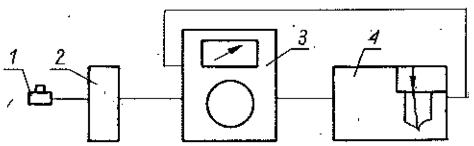
$$X(f)=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t,f)\,dt}, \tag{2.2}$$

gdzie f oznacza częstotliwość w Hz. Związek widma bieżącego z amplitudową charakterystyką częstotliwościową $A(f)$ jest następujący: jak wiadomo $A(f)=$ $=[S_y(f)/S_x(f)]^{1/2}$, gdzie $S_y(f)$ i $S_x(f)$ są to gęstości widmowe stacjonarnego procesu losowego na wyjściu i na wejściu układu liniowego. Ale $S_x(f)\approx[X(f)]^2/\Delta f$ gdzie Δf oznacza pasma przenoszenia aktualnie stosowanego filtru.

Na podstawie powyższych wzorów mamy

$$A(f)\approx\left\{\frac{[Y(f)]^2}{\Delta f}\,\frac{\Delta f}{[X(f)]^2}\right\}^{1/2}=\frac{Y(f)}{X(f)}. \tag{2.3}$$

Widmo bieżące można otrzymać stosunkowo łatwo za pomocą analizatora częstotliwościowego i rejestratora poziomów [2 i 3]. Przykład takiego zestawu przedstawiony jest na rys. 2, gdzie sygnał z czujnika *1* przez przedwzmacniacz *2* wchodzi na analizator częstotliwościowy *3* i rejestrator poziomów *4* zapisujący na taśmie przebieg widma bieżącego jako funkcji częstotliwości. Możliwość różniczkowania lub całkowania sygnału na przedwzmacniaczu *2* pozwala na zapisanie widm przemieszczeń, prędkości lub przyśpieszeń. W pomiarach najpowszechniej są używane piezoelektryczne czujniki przyśpieszeń lub indukcyjne czujniki przemieszczeń. W przypadku stosowania czujników tensometrycznych w zestawie pomiarowym przedstawionym na rys. 2 znajdzie się mostek tensometryczny. Można również w razie potrzeby odpowiednio przetworzony sygnał na przedwzmacniaczu 2 zapisać



Rys. 2

na taśmie magnetofonu pomiarowego i przeprowadzić analizę częstotliwościową odtwarzając zarejestrowane sygnały.

W dalszym ciągu przyjęto, że źródłem informacji z pomiaru, niezbędnych do wyznaczenia nieznanych parametrów napędu głównego obrabiarki, będą widma bieżące losowych procesów mierzonych w wybranych punktach napędu.

3. Wyznaczenie parametrów tłumienia i sztywności

Układ równań (2.1) można przepisać w nieco zmienionej postaci:

$$
\begin{aligned}
&I_1(\ddot\varphi_1-\ddot\varphi_2)+h_1(\dot\varphi_1-\dot\varphi_2)+k_1(\varphi_1-\varphi_2)=M(t)-I_1\ddot\varphi_2,\\
&I_2(\ddot\varphi_2-\ddot\varphi_3)+h_2(\dot\varphi_2-\dot\varphi_3)+k_2(\varphi_2-\varphi_3)-h_1(\dot\varphi_1-\dot\varphi_2)-k_1(\varphi_1-\varphi_2)=-I_2\ddot\varphi_3,\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&I_{n-1}(\ddot\varphi_{n-1}-\ddot\varphi_n)+h_{n-1}(\dot\varphi_{n-1}-\dot\varphi_n)+k_{n-1}(\varphi_{n-1}-\varphi_n)-h_{n-2}(\dot\varphi_{n-2}-\dot\varphi_{n-1})-\\
&\qquad -k_{n-2}(\varphi_{n-2}-\varphi_{n-1})=-I_{n-1}\ddot\varphi_n,\\
&I_n\ddot\varphi_n+h_n\dot\varphi_n+k_n\varphi_n-h_{n-1}(\dot\varphi_{n-1}-\dot\varphi_n)-k_{n-1}(\varphi_{n-1}-\varphi_n)=0.
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

Dzieląc stronami każde i-te równanie przez I_i oraz wprowadzając następujące oznaczenia:

$$
\begin{aligned}
&\varphi_i-\varphi_j=\varphi_{ij},\qquad M(t)/I_1=M',\\
&\mu_{ij}=I_i/I_j,\qquad h_i/I_j=h_i'\mu_{ij},\qquad k_i/I_j=k_i'\mu_{ij}
\end{aligned}
\tag{3.2}
$$

oraz

$$
h_i/J_i=h_i',\qquad k_i/I_i=k_i',
\tag{3.3}
$$

otrzymamy z układu równań (3.1)

$$
\begin{aligned}
&\ddot\varphi_{12}+h_1'\dot\varphi_{12}+k_1'\varphi_{12}=M'-\ddot\varphi_2,\\
&\ddot\varphi_{23}+h_2'\dot\varphi_{23}+k_2'\varphi_{23}-[h_1'\dot\varphi_{12}+k_1\varphi_{12}]\mu_{12}=-\ddot\varphi_3,\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\ddot\varphi_{n-1,n}+h_{n-1}'\dot\varphi_{n-1,n}+k_{n-1}'\varphi_{n-1,n}-[h_{n-2}'\dot\varphi_{n-2,n-1}+\\
&\qquad +k_{n-2}'\varphi_{n-2,n-1}]\mu_{n-2,n-1}=-\ddot\varphi_n,\\
&\ddot\varphi_n+h_n'\dot\varphi_n+k_n'\varphi_n-[h_{n-1}'\dot\varphi_{n-1,n}+k_{n-1}'\varphi_{n-1,n}]\mu_{n-1,n}=0.
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

W każdym i-tym równaniu układu równań (3.4) występuje wyraz (w nawiasach kwadratowych), który da się wyznaczyć z równania $i-1$. Oznaczając te wyrazy symbolem α_i $(i=1, ..., n-1)$ otrzymamy kolejno:

$$
\begin{aligned}
&\alpha_1=M'-\ddot\varphi_2-\ddot\varphi_{12}=M'-\ddot\varphi_1,\\
&\alpha_2=\alpha_1\mu_{12}-(\ddot\varphi_3+\ddot\varphi_{23})=\alpha_1\mu_{12}-\ddot\varphi_2,\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\alpha_{n-2}=\alpha_{n-3}\mu_{n-3,n-2}-(\ddot\varphi_{n-1}+\ddot\varphi_{n-2,n-1})=\alpha_{n-3}\mu_{n-3,n-2}-\ddot\varphi_{n-2},\\
&\alpha_{n-1}=\alpha_{n-2}\mu_{n-2,n-1}-(\ddot\varphi_n-\ddot\varphi_{n-1,n})=\alpha_{n-2}\mu_{n-2,n-1}-\ddot\varphi_{n-1}.
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

Uwzględniając (3.5), układ równań (3.4) zapiszemy w postaci

$$
\begin{aligned}
&\ddot{\varphi}_{12}+h_1'\dot{\varphi}_{12}+k_1'\varphi_{12}=M'-\ddot{\varphi}_2,\\
&\ddot{\varphi}_{12}+h_2'\dot{\varphi}_{23}+k_2'\varphi_{23}=\alpha_1\mu_{12}-\ddot{\varphi}_3,\\
(3.6)\qquad &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\ddot{\varphi}_{n-1,n}+h_{n-1}'\dot{\varphi}_{n-1,n}+k_{n-1}'\varphi_{n-1,n}=\alpha_{n-2}\mu_{n-2,n-1}-\ddot{\varphi}_n,\\
&\ddot{\varphi}_n+h_n'\dot{\varphi}_n+k_n'\varphi_n=\alpha_{n-1}\mu_{n-1,n}.
\end{aligned}
$$

Przyjmując, że znane są zredukowane momenty bezwładności I_i $(i=1, \dots, n)$, a więc i współczynniki μ_{ij} $(i, j=1, \dots, n)$ oraz możliwe jest uzyskanie z pomiaru widm bieżących poszczególnych współrzędnych φ i momentu M do wyznaczenia poszukiwanych parametrów tłumienia i sztywności, można zastosować metodę analizy regresyjnej. Oznaczmy dla uproszczenia zapisu prawe strony układu równań (3.6) symbolem $\beta_i=\beta_i(t)$. Mamy odpowiednio

$$
\begin{aligned}
&\beta_1(t)=M'-\ddot{\varphi}_2(t),\\
&\beta_2(t)=\alpha_1\mu_{12}-\ddot{\varphi}_3(t),\\
(3.7)\qquad &\dots\dots\dots\dots\\
&\beta_{n-1}(t)=\alpha_{n-2}\mu_{n-2,n-1}-\ddot{\varphi}_n(t),\\
&\beta_n(t)=\alpha_{n-1},\mu_{n-1,n}.
\end{aligned}
$$

Weźmy pod uwagę i-te równanie układu równań (3.6) i sprowadźmy je do postaci operatorowej względem drugiej pochodnej współrzędnej φ:

$$
\ddot{\varphi}_{i,i+1}(s)\frac{s^2+h_i's+k_i'}{s^2}=\beta_i(s) \tag{3.8}
$$

lub

$$
\frac{s^2+h_i's+k_i'}{s^2}=\frac{\beta_i(s)}{\ddot{\varphi}_{i,i+1}(s)}=H_i(s), \tag{3.9}
$$

gdzie $s=d/dt$. Na podstawie przyjętego wcześniej założenia o istnieniu transformaty Laplace'a i Fouriera funkcji występujących w układzie równań (3.6), można podstawić $s \Leftrightarrow jf$, gdzie f oznacza częstotliwość w Hz, $j=\sqrt{-1}$ i równanie (3.9) zapisać w postaci

$$
\frac{k_i'-f^2}{-f^2}+j\frac{h_i'f}{-f^2}=H_i(jf). \tag{3.10}
$$

Biorąc pod uwagę, że jeżeli $x+jy=H(jf)$, $x=x(f)$, $y=y(f)$, to $|x+jy|=$ $=|H(jf)|=\sqrt{x^2+y^2}=A(f)$, gdzie $A(f)$ jest charakterystyką amplitudowo-częstotliwościową układu o transmitancji $H(jf)$. Zatem równanie (3.10) można zapisać w postaci:

$$
\left\{\left(\frac{k_i'-f^2}{-f^2}\right)^2+\left(\frac{h_i'f}{-f^2}\right)^2\right\}^{1/2}=|H_i(jf)|=A_i(f) \tag{3.11}
$$

lub po prostych przekształceniach w postaci

$$(k_i')^2+[(h_i')^2-2k_i']f^2=\{[A_i(f)]^2-1\}f^4. \tag{3.12}$$

Wprowadzając oznaczenia

$$\begin{aligned} &b_0^{(i)}=(k_i')^2, \quad b_1^{(i)}=[(h_i')^2-2k_i'],\\ &a^{(i)}=\{[A_i(f)]^2-1\}f^4 \end{aligned} \tag{3.13}$$

możemy przyjąć następujące równanie regresji dla i-tego równania układu równań (3.6):

$$b_0^{(i)}+b_1^{(i)}f^2=a^{(i)}. \tag{3.14}$$

Przyjmując kolejne wartości wyznaczonych eksperymentalnie charakterystyk $A_i(f_j)$ w punktach f_j $(j=1, ..., p)$ można metodą analizy regresyjnej znaleźć wartości współczynników regresji $b_0^{(i)}$ i $b_1^{(i)}$ i na podstawie równań $(3.13)_1$ wyznaczyć poszukiwane wartości parametrów tłumienia i sztywności napędu głównego obrabiarki.

4. Pomiar charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych

Jak wynika z rozważań w p. 3 układ równań różniczkowych (3.6) możemy sprowadzić do układu równań algebraicznych

$$b_0^{(i)}+b_1^{(i)}f^2=a^{(i)}, \qquad i=1, ..., n \tag{4.1}$$

i zastosować metodę analizy regresyjnej kolejno do każdego równania układu (4.1). Wiąże się to z problemem wyznaczenia zbiorów wartości $a_j^{(i)}$ dla poszczególnych częstotliwości f_j. Kolejne wartości $a^{(i)}$ możemy wyznaczyć na podstawie wzorów (3.13) z charakterystyk amplitudowych $A_i(f)$, które z kolei można powiązać z wartościami odpowiednich widm bieżących. Na podstawie wzorów (2.3) i (3.9) możemy napisać

$$A_i(f)=\frac{\beta_i(f)}{\ddot{\varphi}_{i,i+1}(f)}, \tag{4.2}$$

gdzie symbole $\beta_i(f)$ i $\ddot{\varphi}_{i,i+1}(f)$ oznaczają widma bieżące przebiegów $\beta_i(t)$ i $\varphi_{i,i+1}(t)$ oraz $\ddot{\varphi}_{i-1,i}(t)=\ddot{\varphi}_{i-1}(t)-\varphi_i(t)$, natomiast funkcje $\beta_i(t)$ ze współrzędnymi $\ddot{\varphi}_i(t)$ określone są układem równań (3.7), (3.5), gdzie $\mu_{ij}=I_i/I_j$. Wartości funkcji $\beta_i(t)$ i $\varphi_{i-1,i}(t)$ $(i=1, ..., n)$ można wyznaczyć za pomocą układu analogowego przedstawionego na rys. 3; natomiast widma bieżące wg układu pomiarowego z rys. 2.

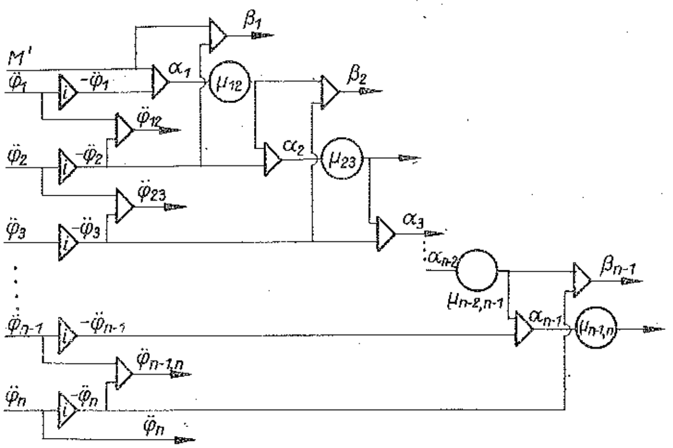
Na podstawie powyższych wywodów sposób wyznaczenia parametrów tłumienia i sztywności napędu głównego obrabiarki przedstawia się następująco:

1. Mierzymy za pomocą czujników wartości momentu $M(t)$ i wszystkich przyśpieszeń $\ddot{\varphi}_i(t)$ $(i=1, ..., n)$. Przy większej liczbie stopni swobody celowe jest użycie magnetofonu pomiarowego. Warto w tym miejscu zwrócić uwagę, że sposób postępo-

wania, będzie podobny, jeżeli używać się będzie zamiast czujników przyśpieszeń czujniki przemieszczeń lub prędkości.

2. Z układu analogowego (rys. 3) uzyskujemy wszystkie niezbędne do dalszych obliczeń wartości $\varphi_{i-1,i}(t)$ i $\beta_i(t)$ $(i=1, ..., n)$.

3. Za pomocą analizatora częstotliwościowego wyznaczamy widma bieżące $\varphi_{i-1,i}(f)$, $\beta_i(f)$ $(i=1, ..., n)$. Notujemy wartości widm dla poszczególnych częstotliwości f_j $(j=1, ..., p)$ i za pomocą wzorów (4.2) i $(3.13)_2$ wyznaczamy odpowiednie wartości $a^{(i)}(f_j)$.



Rys. 3

4. Przyjmując równania regresji (3.14) wyznaczamy metodą analizy regresyjnej wartości współczynników $b_0^{(i)}$ i $b_1^{(i)}$.

5. Wzory (3.13) i (3.2) umożliwiają wyznaczenie poszukiwanych parametrów sztywności k_i i tłumienia h_i.

5. Porównanie metody analizy regresyjnej z innymi metodami

W celu porównania wyników otrzymanych metodą analizy regresyjnej z innymi metodami przeprowadzono identyfikację parametrów prostego układu o jednym stopniu swobody z wymuszeniem kinematycznym $x_0(t)$ (zastosowano w badaniach stół wibracyjny). Parametry (tłumienie, sztywność) wyznaczono eksperymentalnie metodą analizy regresyjnej, metodą charakterystyk częstotliwościowych, metodą logarytmicznego dekrementu tłumienia i metodą charakterystyk amplitudowych. Równanie ruchu układu miało postać

$$m\ddot{x}_1 + h(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) + k(x_1 - x_0) = 0, \tag{5.1}$$

gdzie $x_1 = x_1(t)$ jest funkcją reprezentującą przemieszczenie masy skupionej m, h i k są współczynnikami tłumienia i sztywności.

1. *Metoda analizy regresyjnej.* Wprowadzając oznaczenie $x=x_1-x_0$, $h'=h/m$, $k'=k/m$, równanie (5.1) można sprowadzić do postaci

$$(5.2)\qquad (k')^2+[(h')^2-2k']f^2=\{[A(f)]^2-1\}f^4,$$

gdzie $A(f)=\ddot{x}_0(f)/\ddot{x}(f)$, i przyjąć równanie regresji $b_0+b_1f^2=a$, gdzie $b_0=(k)^2$, $b_1=[(h)^2-2k]$, $a=\{[A(f)]^2-1\}f^4$.

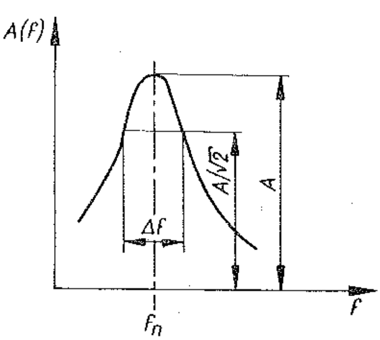
Obliczenia przeprowadzono za pomocą maszyny cyfrowej ODRA 1204. Wyniki zestawione są w tablicy 1.

2. *Metoda charakterystyk częstotliwościowych.* Wychodząc z równania (5.1) można, stosując metodę transformacji Laplace'a lub Fouriera, przedstawić amplitudową i fazową charakterystyki częstotliwościowe w postaci analitycznej:

$$(5.3)\qquad \begin{aligned} A(f)&=\frac{1}{(k'-f^2)^2+(h')^2f^2}\{[k'(k'-f^2)^2+(h')^2f^2]^2+(h')^2f^6\}^{1/2},\\ \varphi(f)&=\operatorname{arc\,tg}\left[-\frac{h'f^3}{k'(k'-f^2)+(h')^2f^2}\right].\end{aligned}$$

Mając z pomiaru dla danej częstości f_1 $(i=1,2,\ldots,p)$ wartości $A(f_i)$ i $\varphi(f_i)$, można z układu równań (5.3) wyznaczyć poszukiwane parametry k' i h'. Pomiar wartości $A(f_i)$ i $\varphi(f_i)$ wykonano za pomocą zestawu pomiarowego, zawierającego generator przebiegów sinusoidalnych, miernik fazowy i miliwoltomierz. Ze względu na dość złożoną postać równań obliczenia przeprowadzono za pomocą maszyny cyfrowej ODRA 1204. Warto zauważyć, że metoda ta pozwala wyznaczyć poszukiwane parametry jako funkcje częstotliwości f.

3. *Metoda logarytmicznego dekrementu tłumienia.* Wartość logarytmicznego dekrementu tłumienia można obliczyć ze wzoru $\delta=\ln(x_{i+1}/x_i)$, gdzie x_{i+1}, x_i oznaczają amplitudy dwóch sąsiednich zanikających drgań swobodnych. Zmierzono tu również częstość drgań swobodnych f_n. Dla małego tłumienia można przyjąć, że $f_n^2\approx k'$. Poszukiwany parametr h' wyznaczono ze wzoru:



Rys. 4

$$(5.4)\qquad h'=2f_n\frac{\delta}{(\delta^2+4\pi^2)^{1/2}}\approx f_n\frac{\delta}{\pi}.$$

4. *Metoda charakterystyk amplitudowych.* Sposób postępowania wyjaśnia rys. 4. Wykorzystano tu następujące wzory:

$$(5.5)\qquad \begin{aligned} 2\gamma&=\frac{\Delta f}{f_n},\qquad k'\approx f_n^2,\\ h'&=2\gamma f_n=\frac{\Delta f}{f_n}f_n=\Delta f.\end{aligned}$$

Pomiary charakterystyk amplitudowych wykonano przy wymuszeniu sygnałem sinusoidalnym i losowym. Zastosowano generatory umożliwiające realizację wymuszenia losowego w postaci «białego szumu» i losowego sygnału telegraficznego. Wyniki otrzymane wszystkimi metodami zestawiono w tablicy 1.

Tablica 1

	Metoda analizy regresyjnej	Metoda charakterystyk częstotliwościowych	Metoda logarytmicznego dekrementu tłumienia[1])	Metoda chrakterystyk amplitudowych
k'	$9{,}1936 \cdot 10^2$	$9{,}4277 \cdot 10^2$	$9{,}61 \cdot 10^2$	$9{,}8596 \cdot 10^2$
h'	1,0425	1,0324	1,0164	0,8[2]) 0,7[3]) 0,9[4])

$m=0{,}0367$ [N s^{2}m^{-1}]

[1]) średnia z 20 pomiarów, [2]) przy wymuszaniu sinusoidalnym, [3]) przy wymuszeniu typu «biały szum», [4]) przy wymuszeniu w postaci losowego sygnału telegraficznego.

6. Uwagi końcowe

Rozwój i upowszechnienie elektronicznej techniki obliczeniowej stwarza coraz większe możliwości przeprowadzenia analizy i syntezy obiektu danego w postaci modelu matematycznego. Aby przeprowadzone badania dały poprawne wyniki, model matematyczny musi wystarczająco dokładnie opisywać własności obiektu. Dlatego problem identyfikacji parametrów modelu matematycznego, wykonanej na podstawie informacji o zachowaniu się obiektu rzeczywistego, nabiera szczególnej wagi. Zastosowanie analizy regresyjnej umożliwia wyznaczenie parametrów modelu matematycznego w wyniku przeprowadzenia pewnego procesu optymalizacyjnego zgodnie z przyjętym kryterium (w tym przypadku kryterium najmniejszych kwadratów). Parametry są wyznaczone na podstawie całego materiału informacyjnego, obejmującego pewien przedział pracy obiektu.

Napęd główny obrabiarki jest układem złożonym, który można aproksymować modelem o wielu stopniach swobody. W tym przypadku identyfikacja parametrów, szczególnie parametrów tłumienia, jest bardzo kłopotliwa. Zastosowanie metody analizy regresyjnej i odpowiedni dobór modelu regresyjnego wg sposobu zaproponowanego w artykule pozwala na wyznaczenie wszystkich parametrów tłumienia i sztywności układu o wielu stopniach swobody. Jak wynika z przeprowadzonych badań porównawczych, metoda analizy regresyjnej daje poprawne wyniki w porównaniu z innymi metodami.

Literatura cytowana w tekście

1. K. Marchelek, *Charakterystyka dynamiczna napędu głównego obrabiarki*, Arch. Bud. Maszyn, **14**, 4, 1968.
2. J. Wicher, *Metoda gęstości widmowych do wyznaczania charakterystyk dynamicznych*, Prace IPPT, 25/1972,
3. J. Wicher, *Charakterystyki dynamiczne obrabiarek metodą gęstości widmowych*, Prace IPPT, 39/1972.

Резюме

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРИВОДНОЙ СИСТЕМЫ

В работе рассмотрен новый вариант идентификации параметров главного привода станка, рассматриваемого как многомассовая система. Метод дает возможность определения значений параметров демпфирования и жесткости. Используя информации полученные из амплитудно-частотных характеристик применен метод регрессионного анализа. Результаты регрессионного анализа системы с одной степенью свободы сравниваются с результатами полученными на основании других методов.

Summary

PARAMETERS IDENTIFICATION OF THE POWER TRANSMISSION SYSTEM

In the paper a new variant identification of the main drive parameter of machine tool, which is treated as a multimass system, has been considered. The method enables determination of the values of damping and stiffness parameters. Based on information obtained from amplitude — frequency characteristics, regression analysis has been applied. The regression analysis results from the one-degree of freedom system has been compared with results obtained by other methods.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

Praca została złożona w Redakcji dnia 29 lipca 1974 r.