

TECHNICZNA TEORIA ZNISZCZENIA OKRĄGLYCH CYLINDRYCZNYCH ZBIORNIKÓW ŚCISKANYCH POPRZECZNIE SIODŁAMI

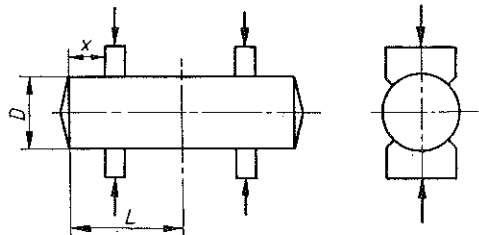
TADEUSZ K A C P E R S K I (WARSZAWA)

Przedmiotem pracy jest zbadanie zachowania się zbiorników ściskanych poprzecznie siódlami w zależności od ich odległości od den. Wpływ rozstawienia siodeł na nośność zbiorników jest bardzo istotny, lecz nie został dotychczas zbadany. W pracy ujęto problem jakościowo na drodze doświadczalnej i opracowano techniczną teorię zniszczenia, która opisuje badane zjawisko z dokładnością wystarczającą do praktycznego wykorzystania. Wyprowadzone wzory służyć mogą do obliczania wytrzymałości zbiorników walcowych poziomych ustawianych w układach piętowych.

1. WSTĘP

Podjęte badania nad wpływem rozstawienia podpór siódlowych na mechanizm zniszczenia oraz na nośność graniczną, okrągłych cylindrycznych zbiorników na ciecze, zostały spowodowane potrzebami przemysłu. Naczynia te o pojemności rzędu 100 m^3 stosowane są w dużych ilościach. Ustawia się je w układach piętowych; stąd wynika główne obciążenie pojedynczego zbiornika przedstawionego na rys. 1.

Doświadczenia omówione w pracy [2], wykazały, że wpływ rozstawienia siodeł na nośność zbiorników obciążonych w ten sposób jest bardzo istotny. Nie został on jednak dotychczas zbadany. W literaturze znane są dwa przypadki teoretycznego rozwiązania zadań zbliżonych do analizowanego. W pierwszym S. TIMOSHENKO w książce [4] wyprowadza równania określające ugięcie powłoki oraz równanie momentu zginającego i siły poprzecznej dla rury długiej, poddanej obciążeniu równomiernie rozłożonemu na obwodzie przekroju kołowego. Mając rozwiązanie zadania dla przypadku, w którym obciążenie jest skoncentrowane w kołowym przekroju poprzecznym, stosując zasadę superpozycji, rozwiązano zadanie w przypadku, gdy obciążenie jest rozłożone równomiernie wzdłuż określonego odcinka walca. W pracy [3] autorzy omawiają zachowanie się długiej okrągłej cienkościennej rury cylindrycznej, obciążonej promieniowo na dwu różnych przeciwległych częściach obwodu siłami jednostajnymi, równoważącymi się. Obciążenia te rozłożone są na określonej długości walca. Rozwiązania



Rys. 1

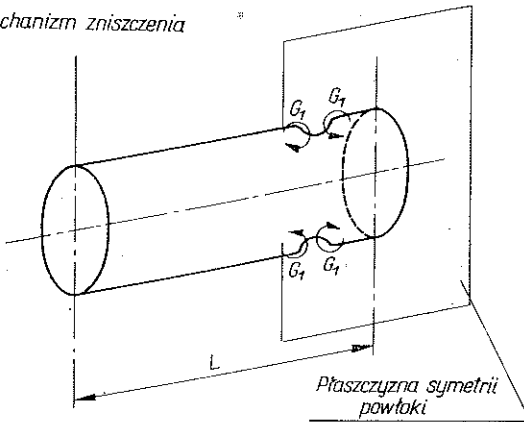
w obu cytowanych pracach odnoszą się do przypadków, gdy obciążenia znajdują się w dużych odległościach od swobodnych końców powłoki.

W niniejszej pracy rozważa się powłokę krótką, zamkniętą dnami, w pobliżu których przyłożono obciążenie. Opracowanie nie pretenduje do ścisłego rozwiązania tego skomplikowanego zagadnienia. Celem jest tu jakościowe ujęcie problemu na drodze doświadczalnej i wyprowadzenie technicznej teorii zniszczenia, która opisywałaby badane zjawisko z dokładnością wystarczającą dla praktycznego zastosowania.

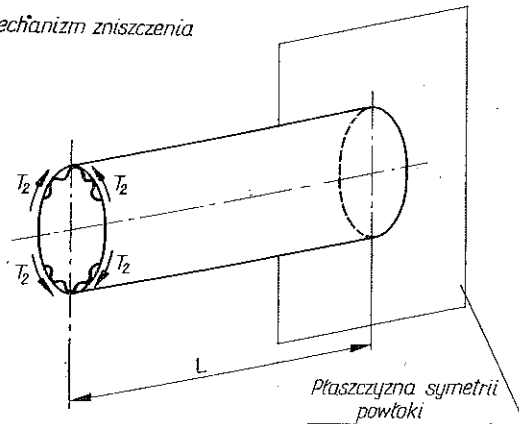
Wykonane badania związane są z zleceniem dla przemysłu i obejmują naczynia o określonych proporcjach wymiarowych. Proporcje te wyrażają się stosunkiem średnicy zbiornika do jego długości, wynoszącym około $1/3$, oraz początkowym stosunkiem średnicy do grubości powłoki, wynoszącym około 400. Kąt opasania zbiornika przez symetrycznie rozstawione siodła wynosi 90° . Kąt wierzchołkowy

stożka dna, wynoszący 160° , jest optymalny ze względu na wytrzymałość tak obciążonych zbiorników i został ustalony w innych badaniach, nie objętych zakresem omawianych tu rozważań. Badanym parametrem, wpływającym na nośność tej klasy zbiorników, będzie odległość siodeł od den.

I mechanizm zniszczenia



II mechanizm zniszczenia



Rys. 2

przez zaznaczone na rys. 2 momenty G_1 , występujące na krawędziach siodeł. Drugi spowodowany jest obwodowymi siłami T_2 . Stwierdzono, że momenty G_1 zmieniają swoją wartość wzdłuż tworzącej walca od maksymalnej przy położeniu

2. WYPROWADZENIE TEORII

Z wykresów przedstawionych w pracy [2] wynika, że niewielkie odsunięcie siodeł od den powoduje gwałtowne zmniejszenie nośności zbiornika. Spadek wartości siły niszczącej zaczyna przebiegać mniej gwałtownie, gdy $x > D/3$. W wyniku licznych doświadczeń udało się zaobserwować i wyodrębnić dwa zasadnicze mechanizmy zniszczenia. Pierwszy mechanizm, polegający na lokalnych wgnieceniach powłoki, wywołany jest głównie

sioდეł w środkowej części zbiornika do minimalnej przy położeniu sioდეł w płaszczyznach den oraz że wartość sił T_2 zmienia się w kierunku przeciwnym.

W celu wyznaczenia tych sił i momentów opracowano teorię. Pierwsza część teorii oparta jest na rozważaniach wyłożonych w pracy [1]. Na podstawie tych rozważań zostały wyprowadzone zależności właściwe dla badanego przypadku obciążenia i wyznaczone momenty przekrojowe G_1 oraz przekrojowe siły ściskające T_1 . W drugiej części teorii zostały wyznaczone siły obwodowe T_2 .

3. TEORIA I

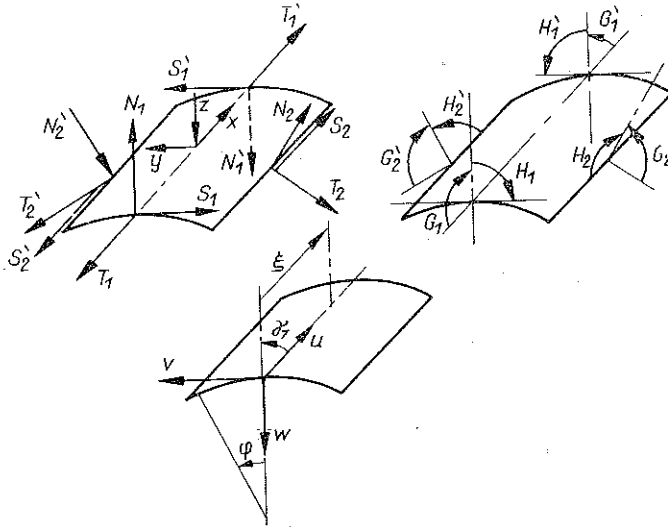
Rysunek 3 przedstawia wycinek dowolnej powłoki walcowej z zaznaczeniem sił wewnętrznych, przedstawiających stan błonowy i zgięciowy, oraz stan przemieszczeń tego wycinka. Jak wiadomo, równowaga takiego wycinka opisana jest przez sześć następujących równań równowagi:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial \xi} - \frac{\partial S_2}{\partial \varphi} + rX &= 0, & \frac{\partial H_1}{\partial \xi} - \frac{\partial G_2}{\partial \varphi} + rN_2 &= 0, \\ \frac{\partial S_1}{\partial \xi} + \frac{\partial T_2}{\partial \varphi} - N_2 + rY &= 0, & \frac{\partial G_1}{\partial \xi} + \frac{\partial H_2}{\partial \varphi} - rN_1 &= 0, \\ T_2 + \frac{\partial N_1}{\partial \xi} + \frac{\partial N_2}{\partial \varphi} + rZ &= 0, & S_1 + S_2 + \frac{H_2}{r} &= 0. \end{aligned}$$

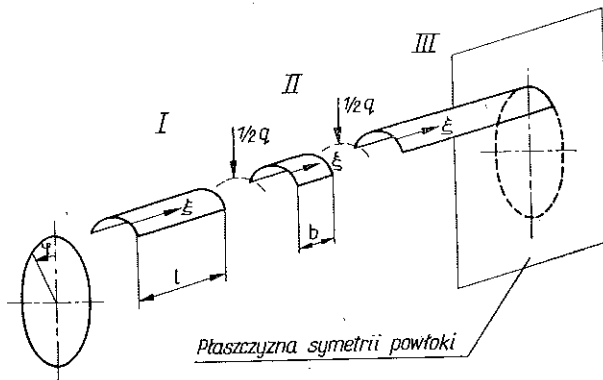
Natomiast siły przekrojowe i momenty w powłoce wyrażone w funkcji przemieszczeń jej powierzchni środkowej mają postać następującą:

$$(3.2) \quad \begin{aligned} T_1 &= \frac{2Eh}{(1-\nu^2)r} \left[\frac{\partial u}{\partial \xi} + \nu \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} - w \right) \right], & T_2 &= \frac{2Eh}{(1-\nu^2)r} \left[\frac{\partial v}{\partial \varphi} - w + \nu \frac{\partial u}{\partial \xi} \right], \\ S_1 &= \frac{2Eh}{(1+\nu)r} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) + a^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} + v \right) \right], \\ S_2 &= -\frac{Eh}{(1+\nu)r} \left[\frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right], \\ G_1 &= -\frac{2Eh}{1-\nu^2} a^2 \left[\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \nu \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} + v \right) \right], \\ G_2 &= -\frac{2Eh}{1-\nu^2} a^2 \left[\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} + v \right) + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right], \\ H_1 &= -H_2 = \frac{2Eh}{1+\nu} a^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} + v \right), \\ N_1 &= -\frac{2Eha^2}{(1-\nu^2)r} \left[\frac{\partial^3 w}{\partial \xi^3} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial \xi} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} + v \right) \right], \\ N_2 &= -\frac{2Eha^2}{(1-\nu^2)r} \left[\nu \frac{\partial^3 w}{\partial \varphi \partial \xi^2} + \left(\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + (1-\nu) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} + v \right) \right], \end{aligned}$$

gdzie $a^2 = h^2/3r^2$, ξ oznacza odległość dowolnego punktu rozpatrywanej powłoki I, II lub III od jej lewego brzegu, E — moduł Younga, h — grubość powłoki, r — promień krzywizny powierzchni środkowej powłoki oraz ν liczbę Poissona. W rozpatrywanym przypadku przyjęto, że obciążenie przyłożone jest w płaszczyznach krawędzi siodła, co powoduje podział powłoki na elementy przedstawione na rys. 4.



Rys. 3



Rys. 4

W celu wyznaczenia przebiegu sił wewnętrznych oraz składowych stanu przemieszczenia zastosowano zasadę superpozycji. Oddzielnie rozpatrzono stan błonowy powłoki oraz oddzielnie stan zgięciowy wywołany efektami brzegowymi. Następnie wyniki tych rozwiązań zsumowano.

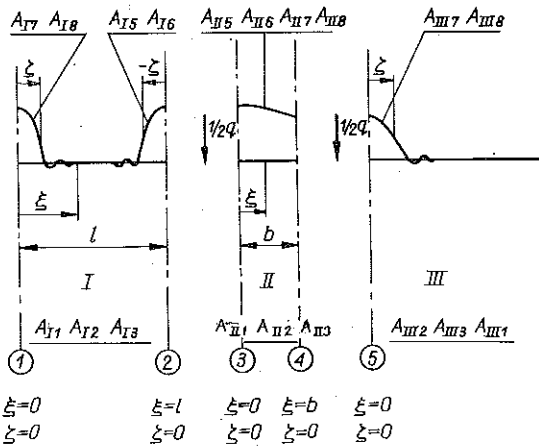
Badając stan błonowy przyjęto, że siły obwodowe $T_2 = 0$; natomiast, siły styczne S i siły wzdłużne T_1 mają następującą postać:

$$(3.3) \quad S = A_1 \sin 2\varphi, \quad T_1 = (2A_1 \xi + A_2) \cos 2\varphi.$$

Z równań równowagi (3.1) i równań fizycznych (3.2) otrzymano funkcje przemieszczeń:

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{r}{2Eh} [A_1 \xi^2 + A_2 \xi + A_3] \cos 2\varphi, \\
 v &= \frac{r}{Eh} \left\{ \left[\frac{1}{3} \xi^3 - (1-\nu) \xi \right] A_1 + \frac{1}{2} A_2 \xi^2 + A_3 \xi \right\} \sin 2\varphi, \\
 w &= \frac{r}{Eh} \left\{ \left[\frac{2}{3} \xi^3 - \xi(2+\nu) \right] A_1 + \left(\xi^2 + \frac{\nu}{2} \right) A_2 + 2A_3 \xi \right\} \cos 2\varphi, \\
 \gamma &= -\frac{1}{Eh} \left\{ 2 \left[\xi^2 - \left(1 + \frac{\nu}{2} \right) \right] A_1 + \left(2\xi + \frac{\nu}{2} \right) A_2 + 2A_3 \right\} \cos 2\varphi.
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

Zgodnie z proporcjami odcinków powłoki I, II, III pokazanymi na rys. 4 i 5 można przyjąć, że efekt brzegowy stanu napięcia określony będzie funkcjami następującymi: funkcją ψ_{BI} w powłoce I w pobliżu brzegu dotykającego do przekroju nieciągłości,



Rys. 5

ψ_{II} w powłoce II na całym jej odcinku, ψ_{III} w powłoce III w pobliżu brzegu dotykającego do miejsc nieciągłości. Funkcje te określone są za pomocą następujących wzorów:

$$\begin{aligned}
 \psi_{BI} &= \left[\sum_{j=5}^6 e^{kj\xi} A_{Ij} \right] \cos 2\varphi, & \psi_{II} &= \left[\sum_{j=5}^8 e^{kj\xi} A_{IIj} \right] \cos 2\varphi, \\
 \psi_{III} &= \left[\sum_{j=7}^8 e^{kj\xi} A_{IIIj} \right] \cos 2\varphi,
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

gdzie ξ oznacza odległość punktu, w którym istnieje stan napięcia typu efektu brzegowego od rozpatrywanego przekroju nieciągłości. Funkcje (3.5) określają obszar wpływu w danym elemencie powłoki momentów i sił występujących na krawę-

dziach tego elementu. Przemieszczenia i siły w przekroju n -tej powłoki będą miały postać

$$(3.6) \quad \begin{aligned} u_{n\zeta} &= \left[\sum_{j=5}^8 a_{1j} e^{k_j \zeta} A_{jn} \right] \cos 2\varphi, & T_{1n\zeta} &= \left[\sum_{j=5}^8 a_{5j} e^{k_j \zeta} A_{jn} \right] \cos 2\varphi, \\ v_{n\zeta} &= \left[\sum_{j=5}^8 a_{2j} e^{k_j \zeta} A_{jn} \right] \sin 2\varphi, & S_{1n\zeta} &= \left[\sum_{j=5}^8 a_{6j} e^{k_j \zeta} A_{jn} \right] \sin 2\varphi, \\ w_{n\zeta} &= \left[\sum_{j=5}^8 a_{3j} e^{k_j \zeta} A_{jn} \right] \cos 2\varphi, & N_{1n\zeta} &= \left[\sum_{j=5}^8 a_{7j} e^{k_j \zeta} A_{jn} \right] \cos 2\varphi, \\ \gamma_{1n\zeta} &= \left[\sum_{j=5}^8 a_{4j} e^{k_j \zeta} A_{jn} \right] \cos 2\varphi, & G_{1n\zeta} &= \left[\sum_{j=5}^8 a_{8j} e^{k_j \zeta} A_{jn} \right] \cos 2\varphi. \end{aligned}$$

Współczynniki a_{lj} dla $j=5, 6, 7, 8$ są następujące:

$$\begin{aligned} a_{1j} &= \nu k_j^3, & a_{5j} &= \frac{2Eh}{r} m^2 k_j^2, \\ a_{2j} &= -(2+\nu) m k_j^2, & a_{6j} &= -\frac{2Eh}{r} m k_j^3, \\ a_{3j} &= -(1-\nu^2) a^{-2}, & a_{7j} &= \frac{2Eh}{r} k_j^3, \\ a_{4j} &= \frac{1-\nu^2}{r} a^{-2} k_j, & a_{8j} &= 2Eh k_j^2. \end{aligned}$$

Wielkości k_j występujące w powyższych współczynnikach mają postać

$$\begin{aligned} k_5 &= a_2(1+i), & k_7 &= -a_2(1+i), \\ k_6 &= a_2(1-i), & k_8 &= -a_2(1-i), \end{aligned}$$

gdzie

$$a_2 = \sqrt[4]{\frac{1-\nu^2}{4a^2}};$$

m oznacza przyjętą liczbę fal na obwodzie.

Po określeniu dla rozpatrywanych przekrojów pełnego stanu napięć i przemieszczeń jako sumy odpowiednich wielkości dla stanu błonowego i efektu brzegowego, można zbudować równania ciągłości:

dla przekroju 2—3

$$(3.7) \quad \begin{aligned} \frac{r}{2Eh} (l^2 A_{11} + l A_{12} + A_{13}) - 2\nu a_2^3 [(1-i) A_{15} + (1+i) A_{16}] &= \frac{r}{2Eh} A_{113} - \\ &- 2\nu a_2^3 [(1-i)(A_{115} - A_{117}) + (1+i)(A_{116} - A_{118})], \\ \frac{r}{Eh} \left\{ \left[\frac{1}{3} l^3 - (1+\nu)l \right] A_{11} + \frac{1}{2} l^2 A_{12} + l A_{13} \right\} - 4ia_2^2 (2-\nu)(A_{15} - A_{16}) &= \\ &= -4ia_2^2 (2+\nu)(A_{115} - A_{116} + A_{117} - A_{118}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3.7) \quad & \frac{r}{Eh} \left\{ \left[\frac{2}{3} l^3 - l(2-\nu) \right] A_{II1} + \left(l^2 + \frac{\nu}{2} \right) A_{II2} + 2lA_{II3} \right\} - (1-\nu^2) a^{-2} (A_{II5} + A_{II6}) = \\
 & \quad = \frac{r\nu}{2Eh} A_{II2} - (1-\nu^2) a^{-2} (A_{II5} + A_{II6} + A_{II7} + A_{II8}), \\
 & -\frac{1}{Eh} \left\{ 2 \left[l^2 - \left(1 + \frac{\nu}{2} \right) \right] A_{II1} + \left(2l + \frac{\nu}{2} \right) A_{II2} + 2A_{II3} \right\} + \\
 & \quad + \frac{1-\nu^2}{r} a^{-2} a_2 [(1+i)A_{II5} + (1-i)A_{II6}] = -\frac{1}{Eh} \left[-2 \left(1 + \frac{\nu}{2} \right) A_{II1} + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\nu}{2} A_{II2} + 2A_{II3} \right] + \frac{1-\nu^2}{r} a^{-2} a_2 [(1+i)(A_{II5} - A_{II7}) + (1-i)(A_{II6} - A_{II8})], \\
 & 2lA_{II1} + A_{II2} + \frac{16Eh}{r} ia_2^2 (A_{II5} - A_{II6}) = A_{II2} + \frac{16Eh}{r} ia_2^2 (A_{II5} - A_{II6} + A_{II7} - A_{II8}), \\
 & A_{II1} + \frac{8Eh}{r} a_2^3 [(1-i)A_{II5} + (1+i)A_{II6}] = A_{II1} + \frac{8Eh}{r} a_2^3 [(1-i)(A_{II5} - A_{II7}) + \\
 & \quad + (1+i)(A_{II6} - A_{II8})], \\
 & \frac{4Eh}{r} a_2^3 [(1-i)A_{II5} + (1+i)A_{II6}] - \frac{1}{2} q_0 = \frac{4Eh}{r} a_2^3 [(1-i)(A_{II5} - A_{II7}) + \\
 & \quad + (1+i)(A_{II6} - A_{II8})], \\
 & A_{II5} - A_{II6} = A_{II5} - A_{II6} + A_{II7} - A_{II8};
 \end{aligned}$$

dla przekroju 4—5

$$\begin{aligned}
 & \frac{r}{2Eh} (b^2 A_{III1} + bA_{III2} + A_{III3}) - 2\nu a_2^3 [(1-i)(e^{a_2(1+i)b} A_{III5} - e^{-a_2(1+i)b} A_{III7}) + \\
 & \quad + (1+i)(e^{a_2(1-i)b} A_{III6} - e^{-a_2(1-i)b} A_{III8})] = \frac{r}{2Eh} A_{III3} + \\
 & \quad + 2\nu a_2^3 [(1-i)A_{III7} + (1+i)A_{III8}], \\
 & \frac{r}{Eh} \left\{ \left[\frac{1}{3} b^3 - (1-\nu)b \right] A_{III1} + \frac{1}{2} b^2 A_{III2} + bA_{III3} \right\} - \\
 & \quad - 4(2+\nu) ia_2^2 [e^{a_2(1+i)b} A_{III5} - e^{a_2(1-i)b} A_{III6} + e^{-a_2(1+i)b} A_{III7} - \\
 & \quad - e^{-a_2(1-i)b} A_{III8}] = -4(2+\nu) ia_2^2 (A_{III7} - A_{III8}), \\
 & \frac{r}{Eh} \left\{ \left[\frac{2}{3} b^3 - b(2+\nu) \right] A_{III1} + \left(b^2 + \frac{\nu}{2} \right) A_{III2} + 2bA_{III3} \right\} - \\
 & \quad - (1-\nu^2) a^{-2} [e^{a_2(1+i)b} A_{III5} + e^{a_2(1-i)b} A_{III6} + e^{-a_2(1+i)b} A_{III7} + \\
 & \quad + e^{-a_2(1-i)b} A_{III8}] = \frac{r\nu}{2Eh} A_{III2} - (1-\nu^2) a^{-2} (A_{III7} + A_{III8}), \\
 & -\frac{1}{Eh} \left\{ 2 \left[b^2 - \left(1 - \frac{\nu}{2} \right) \right] A_{III1} + \left(2b + \frac{\nu}{2} \right) A_{III2} + 2A_{III3} \right\} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3.7) \quad & + \frac{1-\nu^2}{r} a^{-2} a_2 [(1+i)(e^{a_2(1+i)b} A_{II5} - e^{-a_2(1+i)b} A_{II7}) + \\
 & + (1-i)(e^{a_2(1-i)b} A_{II6} - e^{-a_2(1-i)b} A_{II8})] = -\frac{1}{Eh} \left[-2 \left(1 + \frac{\nu}{2} \right) A_{III1} + \right. \\
 & \left. + \frac{\nu}{2} A_{III2} + 2A_{III3} \right] - \frac{1-\nu^2}{r} a^{-2} a_2 [1+i] A_{III7} + (1-i) A_{III8}, \\
 & 2bA_{III1} + A_{III2} + \frac{16Eh}{r} ia_2^2 [e^{a_2(1+i)b} A_{II5} - e^{a_2(1-i)b} A_{II6} + \\
 & + e^{a_2(1+i)b} A_{II7} - e^{-a_2(1-i)b} A_{II8}] = A_{III2} + \frac{16Eh}{r} ia_2^2 (A_{III7} - A_{III8}), \\
 & A_{III1} + \frac{8Eh}{r} a_2^3 [(1-i)(e^{a_2(1+i)b} A_{II5} - e^{-a_2(1+i)b} A_{II7}) + \\
 & + (1+i)(e^{a_2(1-i)b} A_{II6} - e^{-a_2(1-i)b} A_{II8})] = \\
 & = -\frac{8Eh}{r} a_2^3 [(1-i) A_{III7} + (1+i) A_{III8}], \\
 & \frac{4Eh}{r} a_2^3 [(1-i)(e^{a_2(1+i)b} A_{II5} - e^{-a_2(1+i)b} A_{II7}) + (1+i)(e^{a_2(1-i)b} A_{II6} - \\
 & - e^{-a_2(1-i)b} A_{II8})] = -\frac{4Eh}{r} a_2^3 [(1-i) A_{III7} + (1+i) A_{III8}] + \frac{1}{2} q_0, \\
 & e^{a_2(1+i)b} A_{II5} - e^{a_2(1-i)b} A_{II6} + e^{-a_2(1+i)b} A_{II7} - e^{-a_2(1-i)b} A_{II8} = A_{III7} - A_{III8}.
 \end{aligned}$$

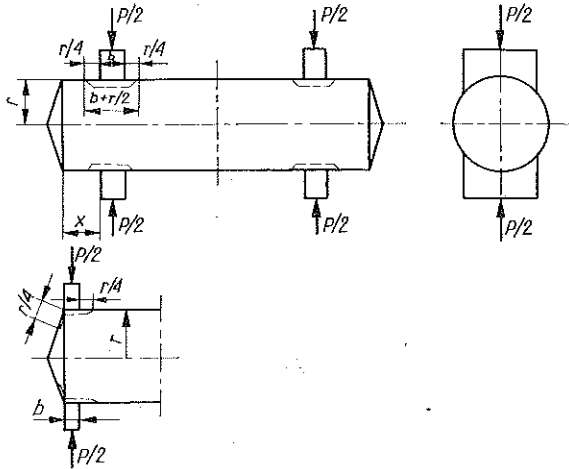
Równania te odnoszą się do przekrojów powłoki, leżących w płaszczyźnie krawędzi siodeł. Po wyznaczeniu stałych A można określić momenty G_1 oraz siły T_1 w płaszczyznach krawędzi siodeł. Wprowadzając w teorii I uproszczenie, polegające na przyjęciu $b=0$, uzyskuje się prostą postać wzorów określających moment przekrojowy G_1 oraz przekojową siłę ściskającą T_1 :

$$\begin{aligned}
 (3.8) \quad & G_1 = a_2 r q \left[\frac{1}{4a_2^2} - \frac{2 \left[\nu \frac{x}{r} + 2(\nu+1) \right]}{(1-\nu^2) a^{-2}} \right] \cos 2\varphi, \\
 & T_1 = -4q \frac{x}{r} \cos 2\varphi.
 \end{aligned}$$

Stwierdzono doświadczalnie, że dla określonych wartości tych wielkości występuje I mechanizm zniszczenia. Teoria ta byłaby poprawna dla całego obszaru powłoki przy założeniu istnienia idealnie sztywnych den w swoich płaszczyznach. W rzeczywistości dna mają określoną sztywność. W efekcie teoria powyższa prawidłowo opisuje zjawisko zniszczenia zbiornika przy położeniu siodeł w znacznej odległości od den ($x > D$). W celu opisanie zjawiska w całym obszarze płaszcza zbiornika została opracowana uzupełniająca teoria II uwzględniająca występowanie sił obwodowych T_2 .

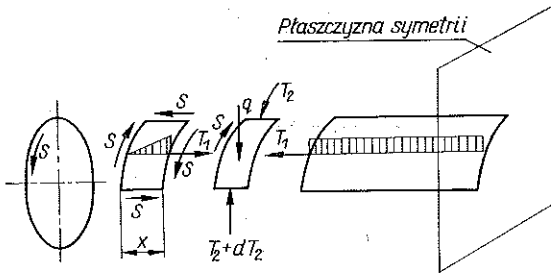
4. TEORIA II

Obwodowe pofalowanie powłoki, jako jeden z występujących mechanizmów zniszczenia zbiornika, spowodowane jest działaniem siły T_2 . Opracowując teorię II przyjęto, że siły T_2 występują w ograniczonym obszarze płaszcza zbiornika o sze-



Rys. 6

rokości $b+r/2$. Fakt istnienia tej siły uwidacznia się powstawaniem mechanizmu zniszczenia polegającym na obwodowym pofalowaniu powłoki (rys. 6). Z powłoki zbiornika wyodrębniono elementy pokazane na rys. 7. Z warunku równowagi przedstawionych elementów powłoki otrzymano podobne wzory na siły T_1 i S_1

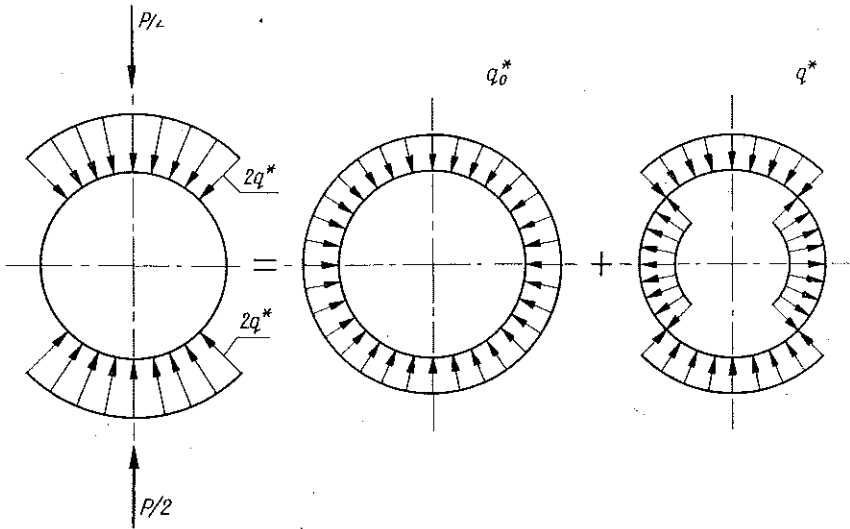


Rys. 7

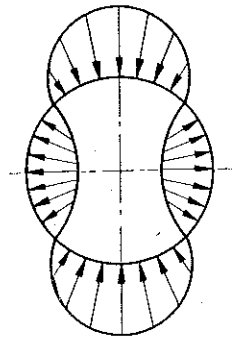
do występujących w teorii I. Natomiast siłę T_2 wyznaczono rozkładając obciążenie zbiornika na dwa rodzaje obciążeń według rys. 8. Składnik drugi tego obciążenia zastąpiono schematem przybliżonym, pokazanym na rys. 9.

Z pierwszego rodzaju obciążenia otrzymamy

$$(4.1) \quad T_2' = \frac{P}{4\sqrt{2}}$$



Rys. 8



Rys. 9

Z drugiego rodzaju obciążenia otrzymamy

$$(4.2) \quad T_2'' = \frac{3}{8\sqrt{2}} P \cos 2\varphi, \quad T_2 = T_2' + T_2''.$$

5. TEORIA ZASTĘPCZA

Znając zależności sił przekrojowych T_1 , T_2 i momentu przekrojowego G_1 od obciążenia P , można określić graniczną wartość tego obciążenia.

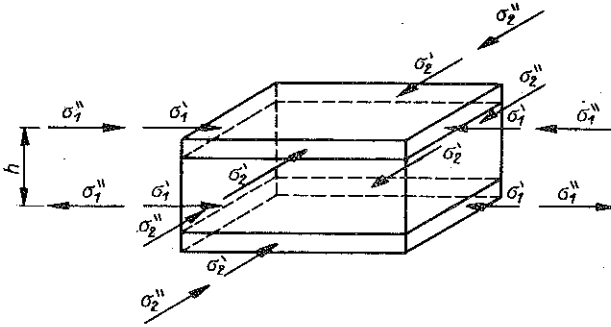
Dla $\varphi = 0, \pi$ uplastycznienie powłoki zostanie wywołane następującym układem sił i momentów:

$$(5.1) \quad T_1 = -4q \frac{x}{r}, \quad T_2 = T_2' + T_2'', \quad G_1 = a_2 r q \left[\frac{1}{4a_2^2} - \frac{2 \left[v \frac{x}{r} + 2(v+1) \right]}{(1-v^2) a^{-2}} \right].$$

Naprężenia biorące udział w zniszczeniu powłoki przyjmują postać

$$(5.2) \quad \begin{aligned} \sigma_1' &= -\frac{4Px}{\pi r^2 h}, & \sigma_1'' &= \frac{6Pa_2}{\pi h^2} \left[\frac{1}{4a_2^2} - \frac{2 \left[\nu \frac{x}{r} + 2(\nu+1) \right]}{(1-\nu^2) a^{-2}} \right], \\ \sigma_2' &= \frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{P}{F}, & \sigma_2'' &= \frac{3}{8\sqrt{2}} \frac{P}{F}. \end{aligned}$$

Składowe naprężeń (5.2) przy $\varphi=0$ działają na element powłoki w kierunkach pokazanych na rys. 10.



Rys. 10

Dla powłok z materiałów elastoplastycznych, zgodnie z hipotezą M. T. HUBERA, warunek uplastycznienia dla płaskiego stanu napięcia określonego ogólnie naprężeniami głównymi $\tilde{\sigma}_1$ i $\tilde{\sigma}_2$ ma postać:

$$(5.3) \quad Re = \sqrt{\tilde{\sigma}_1^2 + \tilde{\sigma}_2^2 - \tilde{\sigma}_1 \tilde{\sigma}_2}.$$

Zakładamy, że dla naprężeń $\sigma_1 = \sigma_1' + \sigma_1''$ mamy

$$(5.4) \quad \tilde{\sigma}_1 = \sigma_1 \frac{x}{L}$$

oraz że $\tilde{\sigma}_2'' = \sigma_2'' \frac{L-x}{L}$; zatem

$$(5.5) \quad \tilde{\sigma}_2 = \sigma_2' + \sigma_2'' \frac{L-x}{L}.$$

Poprawność przyjętych założeń wynika z porównania krzywych teoretycznych z krzywymi doświadczalnymi dla zmiany nośności granicznej w zależności od odległości siodeł od den (przedstawionymi na rys. 11, 12, 13).

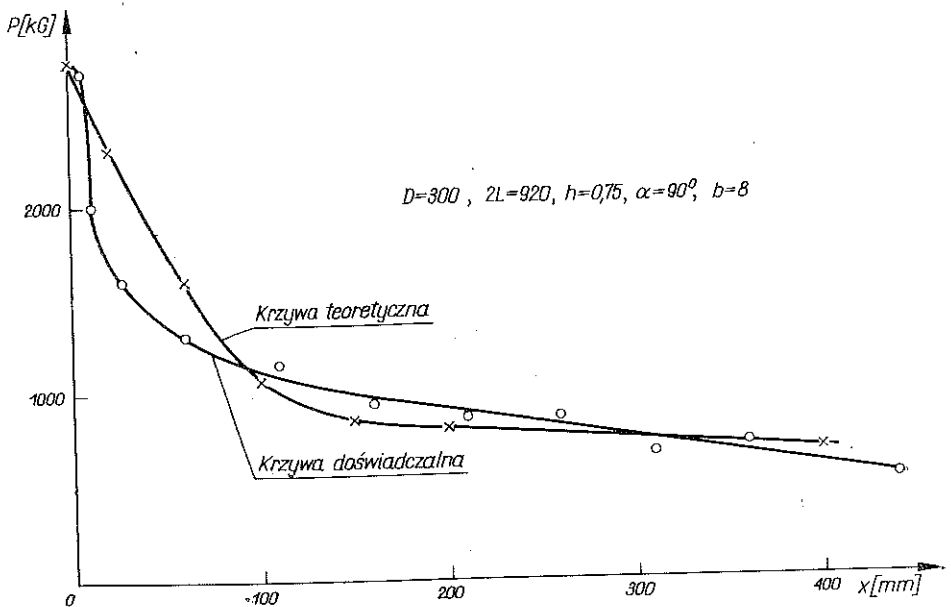
Podstawiając wielkości (5.2), (5.4) i (5.5) do wzoru (5.3) i biorąc pod uwagę uplastycznienie powłoki po jej wewnętrznej stronie, otrzymamy następujący wzór na siłę niszczącą zbiornik przy ustawieniu siodeł w odległości x od den:

$$(5.6) \quad P = R_e \left(\left(-\frac{4x}{\pi r^2 h} + \frac{6a_2}{\pi h^2} \left[\frac{1}{4a_2^2} - \frac{2 \left[v \frac{x}{r} + 2(v+1) \right]}{(1-v^2)a^{-2}} \right] \right)^2 \left(\frac{x}{L} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left[-\frac{1}{8\sqrt{2}F} \left(5 - 3 \frac{x}{L} \right) \right]^2 - \left(-\frac{4x}{\pi r^2 h} + \frac{6a_2}{\pi h^2} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left[\frac{1}{4a_2^2} - \frac{2 \left[v \frac{x}{r} + 2(v+1) \right]}{(1-v^2)a^{-2}} \right] \right) \frac{x}{L} \left[-\frac{1}{8\sqrt{2}F} \left(5 - 3 \frac{x}{L} \right) \right] \right)^{-\frac{1}{2}}$$

W przypadku ustawienia siodeł na końcach zbiornika ($x=0$) wzór na nośność graniczną przyjmie postać

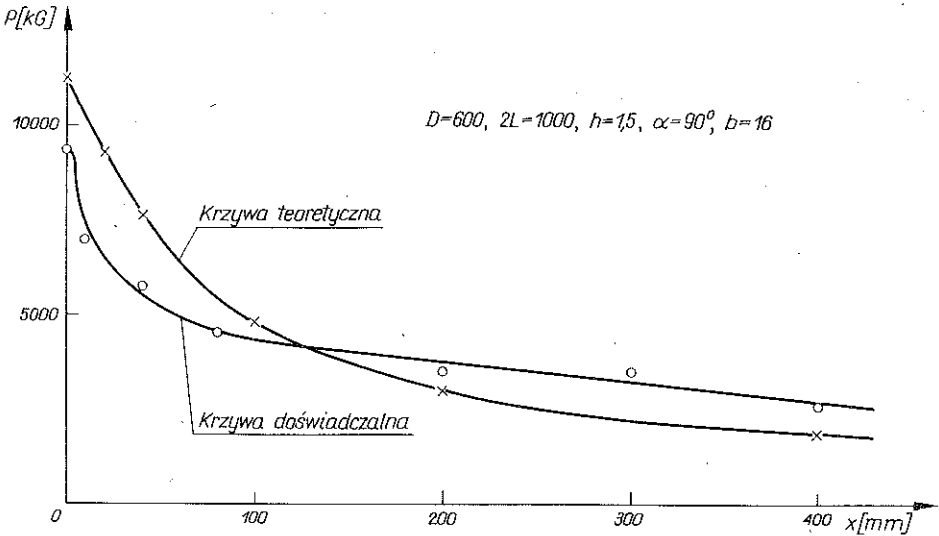
$$(5.7) \quad P = 2,26 FR_e,$$

gdzie $F = \left(\frac{r}{2} + b \right) h$.

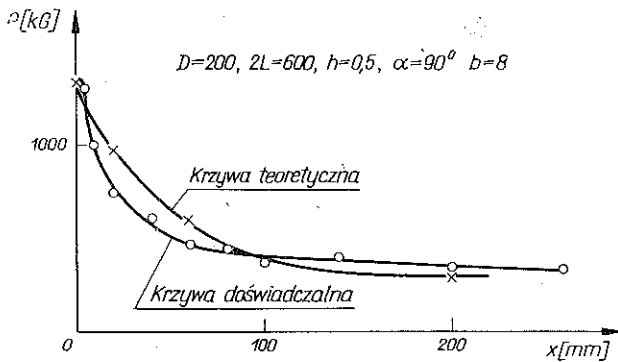


Rys. 11

Sporządzone na podstawie wyników obliczeń według wzoru (5.6) krzywe teoretyczne zostały porównane z wykresami doświadczalnymi, uzyskanymi z pomiarów wartości sił niszcących zbiorniki. Charakterystyki porównawcze obu krzywych dla kilku serii modeli są przedstawione na rys. 11, 12 i 13.



Rys. 12



Rys. 13

6. WNIOSKI

1. Badania wszystkich serii modeli zbiorników wykazały, że siła powodująca wyczerpanie ich nośności zmniejsza się gwałtownie przy niewielkim odsunięciu siodeł od den. Spadek wartości tej siły zaczyna przebiegać łagodniej przy ustawieniu podpór w odległości od den $x > D/3$. Charakter zmiany nośności granicznej zbiorników w zależności od położenia siodeł na płaszczu okazał się podobny dla wszystkich zbadanych serii modeli. Również mechanizmy zniszczenia charakteryzowały się dużym podobieństwem.

2. Nośność zbiornika wzrasta z powiększeniem jego średnicy przy stałej grubości powłoki — dla każdej odległości siodeł od den.

3. Wykresy nośności w zależności od odległości siodeł od den, zbudowane na podstawie wyprowadzonej teorii, wykazują dostateczny stopień zgodności z wykresami uzyskanymi na drodze doświadczalnej.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. А. П. Гольденвейзер, *Теория упругих тонких оболочек*, Москва 1953.
2. T. KACPERSKI, *Badanie nośności zbiorników opartych na siódlach*, Rozpr. Inżyn., 19, 4, 637-645, 1971.
3. P. D. PATEL, R. F. MELWORM, I. BERMAN, *Solutions for distributed loads on long cylinders*, Trans. ASME, 8, ser B, 1969.
4. S. TIMOSHENKO, S. WOJNOWSKY-KRIEGER, *Teoria płyt i powłok*, Warszawa 1963.

Резюме

**ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РАЗРУШЕНИЯ КРУГЛЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ
РЕЗЕРВУАРОВ СЖИМАЕМЫХ ПОПЕРЕЧНО СЕДЛАМИ**

Предметом работы является исследование поведения резервуаров сжимаемых поперечно седлами в зависимости от их расстояния от дна. Влияние расположения седел на несущую способность резервуаров очень существенно, но оно до сих пор не исследовалось. В работе проблема описана качественно экспериментальным путем и разработана техническая теория разрушения, которая описывает исследуемое явление с точностью достаточной для практического использования. Выведенные формулы могут служить для расчета прочности цилиндрических горизонтальных резервуаров расположенных в этажных системах.

SUMMARY

**TECHNICAL THEORY OF FRACTURE FOR THE CYLINDRICAL CONTAINERS
COMPRESSED TRANSVERSALLY BY THE SADDLES**

This paper deals with an examination of the behaviour of the containers compressed transversally by the saddles in dependence from their distance from the bottoms. The influence of the spacing of the saddles on the capacity of the containers is very essential and has not been up to now investigated. In this paper the problem is treated qualitatively by means of the experimental study and a technical theory of fracture is elaborated which describes the phenomenon examined with an accuracy sufficient for practical use. The formulae derived may serve for the computation of the resistance of the cylindrical horizontal containers set in the storied systems.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 3 lipca 1975 r.