

## O PEWNEJ METODZIE SUMOWANIA USZKODZEŃ ZMĘCZENIOWYCH W ELEMENTACH STALOWYCH Z KARBAMI

WILHELM M. ORSETTI (WARSZAWA)

Przeprowadzono próbę sformułowania nowej hipotezy mającej na celu sprawdzenie pewnego modelu procesu narastania zniszczenia zmęczeniowego. Hipotezę wyprowadzono przy założeniu, że prędkość przyrostu zniszczenia zmęczeniowego jako funkcja liczby cykli jest proporcjonalna do istniejącej w danej chwili wartości zniszczenia  $D_n$ . Ponadto założono, że w chwili początkowej istnieje zawsze pewne zniszczenie wstępne wynikające z licznych defektów budowy kryształicznej oraz że obciążenie występuje w powtarzających się blokach. Porównując kumulowane w ten sposób zniszczenie ze zniszczeniem wywołanym w elemencie przy obciążeniu o stałej amplitudzie otrzymujemy wzór określający żywotność.

Hipoteza znalazła potwierdzenie w wynikach badań własnych. Poprawna jest zarówno dla próbek z karbem jak i gładkich. Różnica pomiędzy średnią żywotnością rzeczywistą i obliczoną z hipotezy wynosi średnio 6,5%.

### 1. WSTĘP

Praktyka wykazuje, że co najmniej 90% wszystkich pęknięć, złamań lub innych zniszczeń elementów konstrukcyjnych jest spowodowane zmęczeniem materiału. Dlatego badania zmęczeniowe są tak ważne, a każdy udany eksperyment jest cenną wskazówką i pomocą dla konstruktorów maszyn i urządzeń.

Typowe badania przeprowadza się przy obciążeniach sinusoidalnie zmiennych w czasie. Ich amplituda od początku do końca próby ma tę samą wartość.

Części maszyn pracują jednak w warunkach znacznie odbiegających od tego założenia i poddawane są naprężeniom zmieniającym swoją amplitudę. Powstaje zatem problem określenia żywotności próbek poddanych takim obciążeniom. Zagadnienie to rozwiązuje się opierając się na hipotezie kumulacji czyli sumowania uszkodzeń zmęczeniowych.

Rozpatrując przebieg procesu zmęczenia można w przybliżeniu założyć, że każdy cykl obciążenia powoduje przyrost zniszczenia  $\Delta D_i$ . Przez ten przyrost rozumieć należy powstawanie linii i pasm poślizgów oraz mikropęknięć i ich rozwój prowadzący w konsekwencji do wyczerpania się nośności elementu. W wyniku sumowania zniszczenie  $D_n$  po  $n$  cyklach wynosi

$$D_n = \sum_{i=1}^n \Delta D_i.$$

Gdy liczba cykli  $n$  osiąga wartość  $N$ , kiedy następuje złamanie próbki, zniszczenie  $D$  osiąga maksymalną wartość  $D_N$ , którą przyjmujemy jako równą 1. Wtedy

$$D_N = \sum_{i=1}^n \Delta D_i = 1.$$

Ponieważ proces narastania uszkodzeń zmęczeniowych zachodzi nieprzerwanie, zniszczenie  $D_n$  można wyrazić jako funkcję liczby cykli  $n$ . Funkcja  $D_n$  musi spełniać następujące warunki początkowe i końcowe: dla  $n=0$ ,  $D_n=0$  i dla  $n=N$   $D_n=1$  oraz powinna uwzględniać wszystkie czynniki biorące udział w procesie zmęczenia.

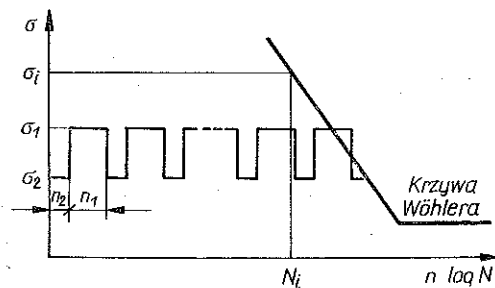
Zmęczenie jest zjawiskiem bardzo złożonym, zależnym m.in. od amplitudy i wartości średniej naprężeń, tzw. historii obciążenia (tzn. kolejności występowania naprężeń wysokich i niskich), wielkości i kształtu oraz karbów obciążonego elementu wpływu zgniotu, obróbki cieplnej, naprężeń własnych itd. Przy opisie zjawiska trzeba ponadto uwzględnić występowanie jego etapowości, niszcący wpływ obciążeń poniżej granicy zmęczenia oraz ciągłą zmianę własności materiału w procesie zmęczenia. Wszystkie te czynniki powinna uwzględniać funkcja  $D_n$ . Stąd obfitość różnych hipotez sprawdzających się w określonych warunkach i fałszywych w innych w zależności od tego, w jakim stopniu obrona funkcja  $D_n = f(n)$  opisuje rzeczywisty przebieg procesu.

Wszystkie hipotezy zostały przez ich autorów poparte badaniami i danymi doświadczalnymi. Generalnie więc bez głębszej analizy odrzucić nie można żadnej, każda bowiem, sprawdza się w pewnych określonych warunkach.

Z kolei nie ma nadal hipotezy poprawnej w każdej sytuacji, tzn. dla każdego widma obciążeń, dla dowolnego kształtu i wielkości próbki, jej materiału, dla dowolnych warunków zewnętrznych (temperatury, ośrodka agresywnego) itp.

## 2. BADANIA

W Instytucie Konstrukcji Przyrządów Precyzyjnych i Optycznych w latach 1972—1974 prowadzone były badania dotyczące przedstawionych wyżej zagadnień.



Rys. 1

w postaci powtarzających się bloków (rys. 1). Na każdy blok składało się  $n_1 = \alpha_1 n_0$  cykli o amplitudzie  $\sigma_1$  i  $n_2 = \alpha_2 n_0$  cykli o amplitudzie  $\sigma_2$ . Wielkość  $\alpha_1$  jest względnym udziałem liczby cykli o amplitudzie  $\sigma_1$  w bloku obciążenia zawierającym  $n_0$

Badania obejmujące obrotowe zginanie czystym momentem przeprowadzono na maszynie UBM (produkcji NRD) przystosowanej do realizacji obciążenia zmęczeniowego o zmiennej amplitudzie. Wykonano próby zarówno przy obciążeniu o stałej amplitudzie (wyznaczając tym samym krzywą Wöhlera) jak również próby zaprogramowane, gdzie obciążenie występowało

cykli; analogicznie określamy  $\alpha_2$ . W eksperymencie zmieniano zarówno  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  jak i relację między  $n_1$  i  $n_2$  (przedział zmienności  $\alpha_1$  od 0,25 do 0,74) przy czym i  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  były zawsze większe od granicy zmęczenia.

Do badań użyto okrągłych próbek o średnicy części roboczej 8 mm i długości 226 mm wykonanych ze stali 55 i stali 30. Były to próbki gładkie oraz próbki z karbem obrączkowym o różnych współczynnikach kształtu  $\alpha_k$  i różnych promieniach dna karbu  $r$ . Próbkę poddano dwukrotnej obróbce cieplnej: po raz pierwszy przed obróbką mechaniczną (normalizowanie) oraz po raz drugi — po ostatecznym wykonaniu (rekrytalizacja w atmosferze ochronnej).

Wyniki badań przedstawione zostaną w dalszej części artykułu.

### 3. WYPROWADZENIE PODSTAWOWYCH ZALEŻNOŚCI

Jednocześnie z badaniami podjęto próbę opracowania nowej hipotezy. Badania własne posłużyły do jej sprawdzenia. Uzasadnienie hipotezy jest następujące.

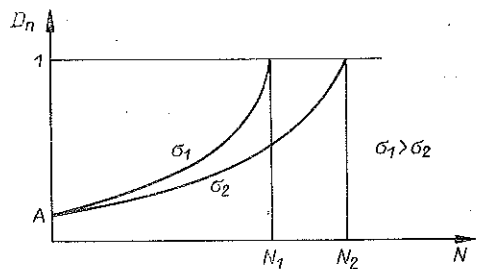
Liczne obserwacje procesu zmęczenia dowodzą, że proces ten przebiega ze zmienną prędkością. Załóżmy hipotetycznie, że prędkość przyrostu zniszczenia zmęczeniowego jako funkcja liczby cykli jest proporcjonalna do istniejącej w danej chwili wartości zniszczenia  $D_n$ . Z założenia, wynika, że

$$(3.1) \quad \frac{dD_n}{dn} = kD_n.$$

Rozdzielając zmienne i całkując równanie (3.1) otrzymujemy

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \frac{dD_n}{D_n} &= kdn, \\ \ln D_n &= kn + C, \\ D_n &= e^{kn+C} = Ae^{kn}, \end{aligned}$$

gdzie  $k$  oznacza współczynnik zależny od amplitudy naprężeń,  $C$  stałą całkowania,  $n$  liczbę cykli obciążenia oraz  $A$  stałą. Funkcję (3.2) obrazującą wzrost zniszczenia  $D_n$  przy obciążeniu o stałej amplitudzie dla dwóch różnych naprężeń  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  przedstawia rys. 2. Wielkość  $A$  interpretuje się fizycznie jako zniszczenie dla  $n=0$ . Wiadomo, że większość materiałów posiada liczne defekty budowy w postaci dyslokacji, wakansów, obcych wtrąceń itp. Wielkość  $A$  jest miarą tych defektów. Zatem przed obciążeniem istnieje wstępne zniszczenie  $D_0=A$ . W czasie obciążenia elementu naprężeniem o amplitudzie  $\sigma_1$  przez  $n_1$  cykli zachodzi przyrost zniszczenia o  $\Delta D_{n_1}$ . Prędkość przyrostu tego zniszczenia



Rys. 2

W czasie obciążenia elementu naprężeniem o amplitudzie  $\sigma_1$  przez  $n_1$  cykli zachodzi przyrost zniszczenia o  $\Delta D_{n_1}$ . Prędkość przyrostu tego zniszczenia

jest proporcjonalna do osiągniętego już zniszczenia w tym przypadku  $D_0 = A$ . Przyrost zniszczenia  $\Delta D_{n_1}$  wynosi

$$\Delta D_{n_1} = \int_0^{n_1} \frac{dD_n}{dn} dn = \int_0^{n_1} A k_1 e^{k_1 n} dn = A e^{k_1 n_1} - A,$$

a całkowite zniszczenie po  $n_1$  cyklach

$$D_{n_1} = D_0 + \Delta D_{n_1} = A e^{k_1 n_1}.$$

Zniszczenie przy obciążeniu naprężeniami  $\sigma_2$  w czasie  $n_2$  cykli zachodzi przy prędkości proporcjonalnej do osiągniętego już zniszczenia, tzn.  $D_{n_1}$ , a jego przyrost wynosi

$$\Delta D_{n_2} = \int_0^{n_2} D_{n_1} k_2 e^{k_2 n} dn = A e^{k_1 n_1} e^{k_2 n_2} - A e^{k_1 n_1}.$$

Całkowite zniszczenie po  $n_2$  cyklach

$$D_{n_2} = D_{n_1} + \Delta D_{n_2} = A e^{k_1 n_1} e^{k_2 n_2}.$$

Przy obciążeniu trzecim przez  $n_3$  cykli o amplitudzie  $\sigma_3$  przyrost zniszczenia wynosi

$$\Delta D_{n_3} = \int_0^{n_3} D_{n_2}^2 k_3 e^{k_3 n} dn = A e^{k_1 n_1} e^{k_2 n_2} e^{k_3 n_3} - A e^{k_1 n_1} e^{n_2 n_2},$$

a całkowite zniszczenie wzrośnie do wartości

$$D_{n_3} = A e^{k_1 n_1} e^{k_2 n_2} e^{k_3 n_3}.$$

Skumulowane zniszczenie elementu po  $i$  cyklach obciążenia doprowadzające do całkowitego wyczerpania nośności (złamania) elementu wynosi

$$D_{n_i} = A e^{k_1 n_1} e^{k_2 n_2} \dots e^{k_i n_i},$$

Zniszczenie to porównać można ze zniszczeniem wywołanym w elemencie przy obciążeniu o stałej amplitudzie, np. naprężeniem  $\sigma^*$ :

$$(3.3) \quad A e^{k_1 n_1 + k_2 n_2 + k_3 n_3 + \dots + k_i n_i} = A e^{k^* N^*},$$

gdzie  $k^*$  oznacza współczynnik odpowiadający naprężeniu  $\sigma^*$ , a  $N^*$  żywotność elementu przy stałoamplitudowym obciążeniu naprężeniem  $\sigma^*$ .

Po uproszczeniu równania (3.3) otrzymujemy

$$(3.4) \quad \sum_{j=1}^i k_j n_j = k^* N^*.$$

Dla dwupoziomowego widma obciążeń mamy

$$n_1 = n_3 = n_5 = \dots = \alpha_1 n_0,$$

$$n_2 = n_4 = n_6 = \dots = \alpha_2 n_0,$$

gdzie  $n_0$  oznacza liczbę cykli w bloku. Ponieważ całkowite zniszczenie następuje po  $\lambda$  blokach obciążenia, przeto żywotność elementu wynosi

$$N_g = \lambda n_0.$$

Po podstawieniu powyższych zależności do wzoru (3.4) otrzymujemy

$$\lambda n_0 (k_1 \alpha_1 + k_2 \alpha_2) = k^* N^*.$$

Żywotność przy obciążeniu zaprogramowanym

$$(3.5) \quad N_g = \frac{k^* N^*}{k_1 \alpha_1 + k_2 \alpha_2}.$$

Współczynnik  $k$  jest funkcją amplitudy naprężeń. Dla naprężeń dużych powinien on przybierać wartości duże, a dla naprężeń znacznie mniejszych od granicy zmęczenia — wielkości bardzo małe lub zero. Spróbujmy opisać tę zależność funkcją eksponentialną. Załóżmy, że dla naprężeń  $\sigma^*$  współczynnik  $k^*$  jest znany. Wobec tego dla dowolnych naprężeń

$$(3.6) \quad k_i = k^* e^{-g'(\sigma^* - \sigma_i)},$$

gdzie  $g'$  jest pewnym współczynnikiem.

Po podstawieniu równania (3.6) do wzoru (3.5) otrzymujemy

$$(3.7) \quad N_g = \frac{N^*}{\alpha_1 e^{-g'A_1} + \alpha_2 e^{-g'A_2}},$$

gdzie

$$A_1 = \sigma^* - \sigma_1, \quad A_2 = \sigma^* - \sigma_2.$$

W zastosowaniach praktycznych łatwiej posługiwać się inną postacią wzoru (3.7), w którym podstawa logarytmów naturalnych zastąpiona zostanie przez podstawę logarytmów dziesiętnych. Otrzymujemy wówczas

$$(3.8) \quad N_g = \frac{N^*}{\alpha_1 \cdot 10^{-gA_1} + \alpha_2 \cdot 10^{-gA_2}},$$

natomiast z prostych przekształceń wynika, że  $g = 0,4343 g'$ . Jeżeli licznik i mianownik wyprowadzanej zależności podzielić przez  $N^*$ , to otrzymamy

$$N_g = \frac{1}{\frac{\alpha_1}{N^* \cdot 10^{g(\sigma^* - \sigma_1)}} + \frac{\alpha_2}{N^* \cdot 10^{g(\sigma^* - \sigma_2)}}}.$$

Wprowadzając oznaczenia

$$N'_1 = N^* 10^{g(\sigma^* - \sigma_1)}, \quad N'_2 = N^* 10^{g(\sigma^* - \sigma_2)},$$

znajdziemy

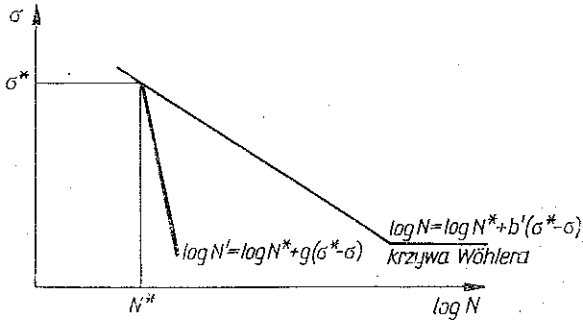
$$N_g = \frac{1}{\frac{\alpha_1}{N'_1} + \frac{\alpha_2}{N'_2}},$$

a to wskazuje, że sumowanie uszkodzeń zmęczeniowych należy odnosić do wtórnej krzywej zmęczenia o równaniu

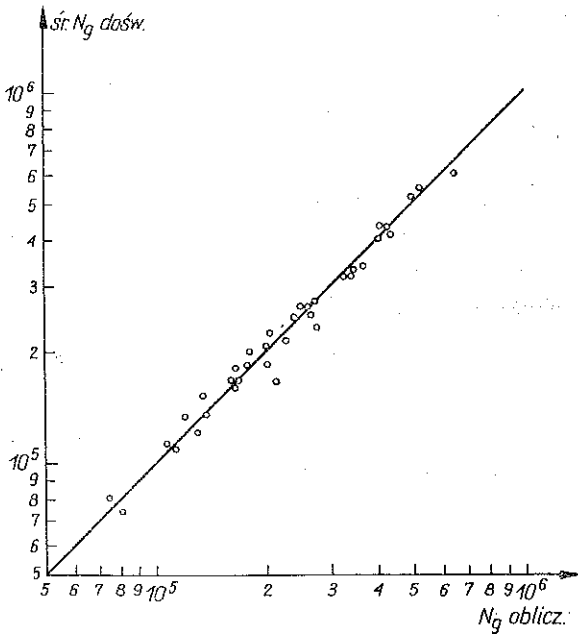
$$(3.9) \quad N' = N^* \cdot 10^{g(\sigma^* - \sigma)}$$

lub

$$\log N' = \log N^* + g(\sigma^* - \sigma).$$



Rys. 3



Rys. 4. Dokładność hipotezy na przykładzie 36 wyników dla stali 55

Z równania (3.9) wynika, że krzywa ta przecina krzywą Wöhlera w punkcie  $\sigma^* - N^*$  (rys. 3). Obierając np. wartość  $N^*$ , wartość  $\sigma^*$  wyznaczmy z równania krzywej Wöhlera. W dalszych obliczeniach przyjęto, że  $N^* = 40000$ . Uzasadnienie tego wyboru będzie podane później.

Wyniki badań i obliczeń są zebrane w tablicach 1 (dla stali 55) i 2 (dla stali 30). Wartości  $N_{g \text{ dośw}}$  zawarte w tych tablicach są średnią żywotnością próbek a  $N_{g \text{ obl}}$  — obliczeniową żywotnością wyznaczoną z hipotezy. Dla każdej próby, na podstawie

Tablica 1. Wyniki obliczeń dla stali 55

Lp.	Rodzaj karbu	Nr próby	$N_{g \text{ dośw}}$	$g$	$g_{\text{śr.}}$	$N_{g \text{ obl}}$	$\frac{N_{g \text{ dośw}}}{N_{g \text{ obl}}}$
1		1	272.400	0,1530		271.745	1,003
2	próbka	2	181.700	0,1669		165.402	1,099
3	gładka	3	110.100	0,1489		112.793	0,976
4		4	80.540	0,1710	0,1528	75.224	1,071
5	$\alpha_k = 1,02$	5	75.000	0,1318		81.224	0,923
6		6	200.000	0,1631		181.233	1,104
7		7	112.900	0,1598		109.194	1,034
8		8	166.900	0,1277		217.734	0,766
9		1	405.100	0,1300		406.682	0,996
10		2	154.100	0,1482		135.896	1,134
11	$r_1 = 0,82$	3	232.500	0,1180		276.534	0,841
12		4	123.500	0,1235		130.673	0,945
13	$\alpha_k = 1,94$	5	329.700	0,1270	0,1302	346.874	0,951
14		6	227.500	0,1400		207.365	1,097
15		7	416.000	0,1274		437.996	0,950
16		8	167.200	0,1322		163.911	1,020
17		9	216.100	0,1256		229.396	0,942
18		1	518.800	0,0922		504.943	1,027
19		2	319.700	0,0897		330.324	0,968
20	$r_2 = 0,17$	3	167.900	0,0915		167.316	1,004
21		4	164.100	0,0905	0,0912	165.788	0,990
22		5	434.200	0,0916		429.932	1,010
23	$\alpha_k = 3,65$	6	185.500	0,0854		204.910	0,905
24		7	267.300	0,0932		259.437	1,031
25		8	134.500	0,0997		123.043	1,093
26		9	136.200	0,0897		138.913	0,980
27		10	254.500	0,0887		267.519	0,951
28		1	601.500	0,0956		650.575	0,925
29		2	439.700	0,1009		415.148	1,059
30		3	249.300	0,1003		242.194	1,029
31	$r_3 = 0,08$	4	206.600	0,0993	0,0984	203.862	1,013
32		5	339.100	0,0948		362.841	0,935
33	$\alpha_k = 5,1$	6	547.300	0,0992		536.323	1,020
34		7	264.000	0,1001		256.146	1,031
35		8	319.800	0,0958		337.808	0,947
36		9	184.200	0,0996		181.156	1,017

danych doświadczalnych, wyznaczono współczynnik  $g$  ze wzoru (3.8). Następnie dla każdej serii, czyli dla każdego typu karbu, określono  $g_{\text{śr.}}$ . Na jego podstawie obliczono  $N_{g \text{ obl}}$ . Stosunek  $N_{g \text{ dośw}}/N_{g \text{ obl}}$  jest miarą dokładności hipotezy; wykres tej dokładności przedstawia rys. 4.

Tablica 2. Wyniki obliczeń dla stali 30

L.P.	Rodzaj karbu	Nr próby	$N_g$ dośw	$g$	$g_{sr}$	$N_g$ obl	$\frac{N_g \text{ dośw}}{N_g \text{ obl}}$
37	Próbka gładka $\alpha_k = 1,02$	1	163.600	0,1841	0,1841	163.599	1,000
38		1	251.500	0,1535		277.497	0,907
39	$r_1 = 1,7$	2	184.900	0,1441	0,1623	222.401	0,832
40	$\alpha_k = 1,525$	3	296.400	0,1925		233.365	1,271
41		4	352.400	0,1590		367.291	0,960
42	$r_2 = 0,3$	1	268.900	0,1203		277.106	0,970
43	$\alpha_k = 2,83$	2	132.600	0,1279	0,1223	127.209	1,042
44		3	122.200	0,1187		125.438	0,974
45		1	422.000	0,1022		434.144	0,972
46		2	221.900	0,0957		247.085	0,898
47		3	161.800	0,1009		167.310	0,967
48	$r_3 = 0,17$	4	276.700	0,1027		280.815	0,985
49		5	126.700	0,1129	0,1035	116.708	1,086
50	$\alpha_k = 3,65$	6	104.000	0,0991		108.220	0,961
51		7	482.000	0,1046		469.922	1,026
52		8	361.900	0,1065		341.523	1,060
53		9	165.100	0,1072		158.911	1,039
54		10	131.400	0,1034		131.616	0,998
55		1	167.800	0,1354		148.136	1,133
56		2	452.500	0,1121		560.542	0,807
57	$r_4 = 0,08$	3	227.000	0,1248	0,1223	219.337	1,035
58		4	449.000	0,1075		621.947	0,722
59	$\alpha_k = 5,1$	5	235.800	0,1274		221.125	1,067
60		6	186.000	0,1127		204.331	0,910
61		7	120.900	0,1360		108.566	1,114

## 4. ANALIZA WYNIKÓW I WNIOSKI

Przedstawiona koncepcja sumowania uszkodzeń zmęczeniowych pozwala dość dokładnie wyznaczyć średnią żywotność. Średni błąd w jej ocenie wynosi 6,5% dla 61 prób, w skrajnym przypadku błąd równy jest 27,8%, w dwu innych jest większy od 20%, a w 3 mieści się między 15 i 20%. W pozostałych błąd jest mniejszy od 15%. Pamiętać jednak należy, że rzeczywista wartość średniej żywotności nie jest znana, ale wiemy, że leży w przedziale ufności dla średniej. Istotne jest zatem, w ilu przypadkach wyznaczona z obliczeń żywotność nie mieści się w tym przedziale. Dla poziomu ufności 95% takich przypadków jest sześć, a żywotności odbiegają od granic przedziałów o 1,6%, 4,1%, 8,7%, 11,2%, 19,2%, 2,2%. Tak więc metoda ta daje nieznaczne błędy. Dokładność innych hipotez, określona na podstawie tych samych wyników badań, jest znacznie mniejsza.



Dla porównania podajmy, że średni błąd hipotezy Minera-Palmgrena (obliczony dla próbek gładkich i z łagodnym karbem) wynosi 31%, a średni błąd hipotezy Cortena-Dolana dla tych samych próbek wynosi 45%. Oczywiście jest, że żywotność pojedynczej próbki może się różnić znacznie od żywotności przewidywanej. Powodem tego jest rozrzut wyników badań zmęczeniowych.

Wielkości  $\sigma^*$  i  $N^*$  to współrzędne punktu przecięcia się krzywej Wöhlera z wtórną krzywą zmęczenia. Jedną z tych współrzędnych trzeba obrać, drugą można wyliczyć. Przyjmując np. wartość  $N^*$  wyznaczmy  $\sigma^*$  z równania krzywej Wöhlera. Liczne prace [2, 4] dowodzą, że zniszczenie zmęczeniowe następuje w wyniku sumowania się odkształceń plastycznych. Według Freudenthala w przypadkach, w których występuje duże odkształcenie plastyczne tak, jak to jest m.in. dla elementów z ostrymi karbami, sprawdza się hipoteza Minera. Oznaczać to musi, że krzywa Wöhlera i wtórna krzywa zmęczenia pokrywają się. W przypadku ogólnym, kiedy, to nie zachodzi, można przypuszczać, że dla zwiększających się obciążeń (a więc i dla zwiększających się odkształceń plastycznych) będą się one do siebie zbliżać oraz że mają punkt wspólny. Punktu tego trzeba szukać w zakresie małych żywotności. Dlatego w obliczeniach przyjęto, że  $N^*=40\ 000$ . Jednakże sprawa doboru  $N^*$  nie jest przesądzona i pozostaje otwarta.

Współczynnik  $g$  wyznacza się eksperymentalnie. Nie zauważono korelacji pomiędzy tym współczynnikiem a wielkościami  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $A$ ,  $\alpha_1$ , i  $\alpha_2$  oraz żywotnością próbek  $N_g$ . To ostatnie oznacza, że można go wyznaczyć na podstawie prób krótkotrwałych, tzn. liczących np. od 80 000 do 200 000 cykli. Dokładność określenia współczynnika  $g$  zależy od liczby wykonanych prób i użytych próbek.

Współczynnik  $g$  nie jest stałą materiałową, zależy on m.in. od stanu materiału, współczynnika kształtu  $\alpha_k$  i promienia dna karbu  $r$ . Zależności tych nie udało się ustalić ze względu na zbyt skąpy materiał doświadczalny. Dla danego rodzaju materiału i różnych karbów istnieje jednak zależność między pochyleniem krzywych Wöhlera (parametry  $b'$ ) oraz wtórnych krzywych zmęczenia (współczynniki  $g$ ). Związek ten najlepiej opisać funkcją eksponentialną lub potęgową.

Dla stali 55 otrzymano

$$\ln g = -0,8639 + 0,6341 \ln b', \quad r_x = 0,944$$

lub

$$\ln g = -2,815 + 4,808 b', \quad r_x = 0,948;$$

dla stali 30

$$\ln g = -0,6086 + 0,7101 \ln b', \quad r_x = 0,869$$

lub

$$\ln g = -2,711 + 4,833 b', \quad r_x = 0,863,$$

gdzie  $r_x$  oznacza współczynnik korelacji. Równania te wyznaczono na podstawie wyników badań (przedstawionych w tablicy 3) za pomocą analizy regresyjnej. Jednocześnie służyć one mogą do wyznaczenia współczynnika  $g$  dla dowolnego karbu, dla którego znane jest równanie krzywej Wöhlera.

Tablica 3. Zestawienie parametrów krzywych Wöhlera i wtórnych krzywych zmęczenia

Stal 55			Stal 30				
$r$	$b'$	$g$	$r$	$b'$	$g$		
55	0,1884	0,1530	55	0,2116	0,1841		
		0,1669					
		0,1489					
		0,1710			1,7	0,1535	
		0,1318				0,1441	
		0,1631				0,1925	
		0,1598				0,1590	
		0,1277					
0,82	0,1673	0,1300	0,3	0,1144	0,1203		
		0,1482				0,1279	
		0,1180				0,1187	
		0,1235					
		0,1270			0,17	0,1055	0,1022
		0,1400					0,0957
		0,1274					0,1009
		0,1322					0,1027
		0,1256					0,1129
							0,0991
0,17	0,09235	0,0922			0,1046		
		0,0897		0,1065			
		0,0915		0,1072			
		0,0905		0,1034			
		0,0916					
		0,0854	0,08	0,1088	0,1354		
		0,0932			0,1121		
		0,0997			0,1248		
		0,0897			0,1075		
		0,0887			0,1274		
0,08	0,09583	0,0956			0,1127		
		0,1009		0,1360			
		0,1003					
		0,0993					
		0,0948					
		0,0992					
		0,1001					
		0,0958					
		0,0996					

$r$  — promień dna karbu

W związku z tym istotną staje się znajomość parametrów krzywych Wöhlera dla próbek z różnymi karbami. Gdyby bowiem krzywe te były do siebie równoległe, to i współczynniki  $g$  dla różnych korbów byłyby stałe. Istnieje przypuszczenie, że dla korbów łagodnych ( $\alpha_k < 2$ ) taka równoległość zachodzi w układzie współrzędnych  $\log N - \sigma$  [1].

Z analizy położenia krzywych Wöhlera i wtórnych krzywych zmęczenia wynika, że żywotność elementów gładkich i z łagodnymi korbami jest zawsze mniejsza niż wynikałoby to z hipotezy Minera. Z tablicy 3 widać, że największa różnica między współczynnikami  $g$  i  $b'$  występuje dla próbek gładkich. W ich przypadku obserwujemy też największą rozbieżność wyników z tą hipotezą. Dla próbek z ostrymi korbami hipoteza Minera sprawdza się. Próbki te są mało wrażliwe na zmianę amplitudy naprężeń. Jest to prawdopodobnie związane z faktem, że w próbkach z korbą strefa odkształceń plastycznych w wyniku zwiększenia obciążenia może się tylko rozszerzać bez istotnej zmiany wartości naprężenia. Rozumowanie to dotyczy materiału idealnie plastycznego. W rzeczywistym materiale istotną rolę gra jego umocnienie. Można przypuszczać, że w materiałach posiadających liczne karby wewnętrzne, takich jak żeliwo, spieki itp., proces zniszczenia zmęczeniowego powinien przebiegać podobnie jak w próbkach z korbą zewnętrzną. Ponieważ w licznych miejscach koncentracji naprężeń powstają odkształcenia plastyczne, materiały te powinny podlegać regule Minera.

Do wyrobu próbek użyto dwóch gatunków materiału: stali 30 i stali 55. Stal 30 w zależności od rodzaju obróbki cieplnej stosuje się na części mniej odpowiedzialne lub części o podwyższonej wytrzymałości. Natomiast stali 55 używa się do wyrobu części silnie obciążonych, a w stanie ulepszonym cieplnie na części, od których wymaga się dodatkowo znacznej twardości. Jak z tego widać, w zastosowaniach materiały te różnią się znacznie. Stosowanie przedstawionej hipotezy daje dobre rezultaty dla obu materiałów. Można zatem przypuszczać, że i dla pozostałych gatunków stali węglowych konstrukcyjnych jej zastosowanie da również dobre wyniki.

W przeprowadzonym eksperymencie obie amplitudy naprężeń były większe od granicy zmęczenia. Wiadomo jednak, że również naprężenia poniżej tej granicy powodują przyrost zniszczenia zmęczeniowego. Dopiero naprężenia mniejsze od tzw. wtórnej granicy zmęczenia nie wywołują tego skutku. Dla próbek gładkich wartość tej granicy wynosi od 0,5 do 0,8 granicy zmęczenia. W obliczeniach żywotności można więc nie uwzględniać cykli z amplitudą obciążeń mniejszą od wtórnej granicy zmęczenia. Do tej też granicy należy przedłużyć wtórną krzywą zmęczenia. Wzór (3.8) znajduje tu nadal pełne zastosowanie. Dotyczy to również przypadku, w którym większość cykli posiada amplitudy mniejsze od granicy zmęczenia, a tylko niektóre ją przekraczają, tzn. dla przypadku nielicznych przeciążeń.

W świetle tych rozważań nielicznych istotną staje się uwaga, że w próbach eksploatacyjnych nie wolno przeciążać badanych elementów, powstałe bowiem w nich mikropęknięcia będą się rozwijać w trakcie zwykłej już eksploatacji (tj. przy nominalnych obciążeniach) pod wpływem nawet niewielkich obciążeń doprowadzając do bardzo szybkiego wyczerpania nośności.

Warto tu jeszcze raz przypomnieć, że proponowana przez autora hipoteza wyprowadzona została przy założeniu, że prędkość rozwoju zniszczenia zmęczeniowego nie jest stała i jest proporcjonalna do istniejącej w danej chwili wartości

zniszczenia. Założono ponadto, odmiennie niż w przypadku wszystkich innych hipotez, że istnieje zawsze pewne zniszczenie początkowe.

W pracy badano żywotność próbek poddanych obciążeniu widmem dwustopniowym. Jeżeli jednak wprowadzić uogólnienie, to żywotność elementów obciążonych widmem wielostopniowym i występującym w postaci powtarzających się bloków — proponuje się wyznaczać ze wzoru

$$N_g = \frac{N^*}{\sum \alpha_i \cdot 10^{-g \Delta_i}},$$

gdzie  $\alpha_i$  oznacza względny udział liczby cykli z amplitudą  $\sigma_i$  w bloku obciążeń,  $g$  współczynnik,  $\Delta_i = \sigma^* - \sigma_i$  oraz  $\sigma^*$  amplitudę naprężeń odpowiadającą żywotności  $N^*$  (założono, że  $N^* = 40\,000$ ). Wprowadzając to uogólnienie trzeba pamiętać, że w ogólnym przypadku współczynnik  $g$  nie jest wielkością stałą i zależy m.in. od charakterystyki widma, rodzaju obciążenia itp. Sądzić jednak można, że sam charakter zależności wyżej przedstawionej jest od tych czynników niezależny. Przy doświadczalnym jej weryfikowaniu zastosowano szereg ograniczeń i założeń upraszczających. Dlatego konieczne są dalsze badania zmierzające do ewentualnego rozszerzenia stosowalności oraz zwiększenia uniwersalności zaproponowanej hipotezy. Dodatkowe rozważania związane z przedstawionymi zagadnieniami zawiera praca [3].

#### LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W. M. GREBIENIK, *Zakonomiarnosti izmienienia parametrov krywych ustalosti pod wlijaniem razlicznych faktorow*, Izv. Wyższ. ucz. zaw. Czernaja metallurgia, 4, 1962.
2. A. A. BLATHERWICK, D. F. MOWBRAY, *Stress-strain relationships in low — and intermediate cycle fatigue*, Proc. ASTM, 64, 1964.
3. W. M. ORSETTI, *Sumowanie uszkodzeń zmęczeniowych w elementach stalowych z karbem*, Rozprawa doktorska w Politechnice Warszawskiej, Warszawa 1974.
4. A. M. FREUDENTHAL, M. SEKI, R. A. HELLER, *The effects of residual stress on random fatigue life*, Proc. ASTM, 64, 1964.

#### Резюме

#### О НОВОМ МЕТОДЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ УСТАЛОСТНОГО ПОВРЕЖДЕНИЯ В СТАЛЬНЫХ ОБРАЗЦАХ С НАДРЕЗОМ

В статье приведены результаты усталостных испытаний при программном двухступенчатом нагружении. Испытаны круглые образцы гладкие и с  $v$ -образными надрезами, изготовленные из стали 55 и 30. Кроме этого, представлен новый метод (гипотеза) определения накопленного усталостного повреждения. Эта гипотеза очень точная. Ошибка в вычислении долговечности образцов, которая возникает при ее употреблении, равна с среднем 6,5%. Сущность гипотезы проявляется для образцов гладких и с надрезом.

## SUMMARY

## ON CERTAIN METHOD OF SUMATION OF FATIGUE DAMAGES IN STEEL ELEMENTS WITH NOTCHES

In this article an attempt of formulation of new hypothesis for checking certain model of increasing damage process of fatigue fracture is made. The hypothesis was derived under assumption that the rate of fatigue damage increment expressed in terms of the number of cycles is proportional to the existing in a given moment of time of value of damage  $D_n$ . Besides, it is assumed that at the beginning always certain initial damage exists resulting from the numerous defects of crystal structure and from the fact that the loading appears in repeating lumps. Comparing cumulated in this way damage with the fracture caused in the element by the constant amplitude of fatigue load we obtain the formula determining the fatigue life. The hypothesis was confirmed by the results of the author investigations. It is valid for specimens with notches and without notches. The difference between the average real life and value evaluated from the hypothesis is approximately 6.5%.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

*Praca została złożona w Redakcji dnia 12 maja 1976 r.*

---