

ROZWIĄZANIE ZMODYFIKOWANEGO ZAGADNIENIA LAGRANGE'A DLA UKŁADU Z DWOMA TŁOKAMI

RADOSŁAW TRĘBIŃSKI I EDWARD WŁODARCZYK (WARSZAWA)

W pracy rozwiązano zmodyfikowane zagadnienie Lagrange'a dla układu dwóch tłoków o jednakowych średnicach, z uwzględnieniem procesów formowania się i propagacji fal uderzeniowych i rozrzedzenia. Przeanalizowano dość szczegółowo na drodze numerycznej wpływ poszczególnych parametrów układu na ruch tłoków. Przeprowadzona analiza pozwala wyciągnąć praktyczne wnioski odnośnie do uproszczonego dwustopniowego układu miotającego bez zastosowania podgrzanych gazów lekkich i zróżnicowania średnic rur prowadzących tłoki. Problem ten będzie tematem osobnej publikacji.

1. WSTĘP

Problem miotania ciał stałych za pomocą rozprężających się gazów był przedmiotem wielu rozważań w literaturze naukowej. Owoce tych badań tworzą aktualnie odrębną gałąź wiedzy z zakresu gazodynamiki, zwaną balistyką wewnętrzną. U jej podstaw leży klasyczne zagadnienie Lagrange'a, zwane inaczej «problemem tłoka» [1–6].

Zagadnienie to uległo znacznej ewolucji na przestrzeni ostatnich kilkunastu lat. Powodem było m.in. duże zapotrzebowanie na badania zjawisk zachodzących przy zderzaniu się ciał stałych z dużymi prędkościami rzędu kilku i więcej km/s (oddziaływanie pyłu meteorytów na statki latające, konstrukcja równań stanu dla ciał stałych w szerokim przedziale zmian ciśnień, intensywności i prędkości odkształceń oraz temperatury itp.). Należało zatem opracować odpowiednie urządzenia nadające ciałom stałym bardzo duże prędkości w warunkach laboratoryjnych i poligonowych [7 i 8].

W tym celu rozwinięto dość szerokie badania nad wielostopniowymi układami miotającymi, osiągając prędkości rzędu kilkunastu km/s [7 i 8]. Dwustopniowe urządzenia miotające ze swobodnym tłokiem wymagały rozwiązania zmodyfikowanego zagadnienia Lagrange'a dla układu z dwoma tłokami. Problem ten pod względem obliczeń numerycznych jest bardzo złożony. Dlatego dla celów teoretycznej analizy zagadnienia opracowano szereg przybliżonych metod obliczeń, zakładając uproszczony model zjawisk zachodzących w danym układzie. Uproszczenia te wyrażały się na ogół w postaci nieuwzględniania falowego charakteru procesów zachodzących w urządzeniu miotającym [1] lub w postaci przyjmowania stałej prędkości tłoka miotającego [9 i 10]. W wielu przypadkach stosowano przybliżoną metodę

określania parametrów dwustopniowych układów miotających, polegającą na zakładaniu stałego ciśnienia, działającego na dno pocisku (tłoka miotanego) [7–10].

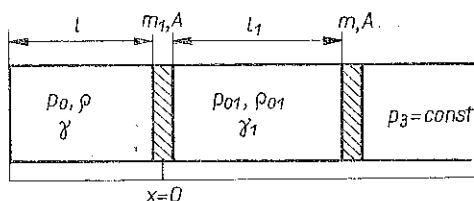
Dopiero rozwinięcie numerycznych metod obliczeń niestacjonarnych, jednowymiarowych przepływów gazu z wykorzystaniem komputerów dostarczyło dokładnych, szczegółowych informacji o procesach zachodzących w tego rodzaju układach. Można tutaj wyróżnić prace [4] oraz [11 i 12]. Przedstawiono w nich wyniki obliczeń dla konkretnych urządzeń miotających. Brak jest natomiast szerszej analizy właściwości rozwiązań zmodyfikowanego zagadnienia Lagrange'a dla układu z dwoma tłokami.

Problemem tym zajmiemy się w niniejszej pracy. Rozpatrzmy uproszczony dwustopniowy układ miotający bez stosowania ładunku prochowego lub materiału wybuchowego [8], podgrzanego gazu lekkiego [7 i 12] i zróżnicowania średnic rur prowadzących tłoki. Model taki dobrze koresponduje z klasycznym zagadnieniem Lagrange'a, a jego rozwinięcie pozwoli na pełną analizę własności układów miotających, którymi zajmiemy się w oddzielnym opracowaniu.

Dla rozwiązania zmodyfikowanego zagadnienia Lagrange'a z dwoma tłokami posłużono się opracowanym przez autorów [13] algorytmem numerycznych obliczeń jednowymiarowych, niestacjonarnych przepływów gazu idealnego z silnymi nieciągłościami — we współrzędnych Lagrange'a. W algorytmie tym zastosowano metodę charakterystyk, która pozwala znakomicie zmniejszyć objętość obliczeń w porównaniu do metody Neumana-Richtmayera. Z kolei wykorzystanie współrzędnych Lagrange'a uprościło znacznie algorytm obliczeń, zwłaszcza w obszarach o niejednorodnym rozkładzie entropii.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Rozpatrzmy ruch układu pokazanego na rys. 1. W jednostronnie otwartej rurze o stałej średnicy i sztywnych, idealnie gładkich oraz nieprzewodzących ciepła ściankach znajdują się dwa tłoki o masach m (tłok napędzany) i m_1 (tłok napędzający). Tłoki utrzymywane są w swoim początkowym położeniu za pomocą membran



Rys. 1.

o danej wytrzymałości. Membrany te pękają po osiągnięciu w komorach odpowiednich wartości ciśnienia, które w dalszym ciągu będziemy nazywać ciśnieniami forsowania. Przestrzenie między sztywnym dnem rury i tłokiem miotającym oraz między tłokami, wypełnione są gazami politropowymi o wykładnikach politrop γ i γ_1 .

Gazy te traktujemy jako termodynamicznie doskonałe oraz zakładamy, że w trakcie zachodzących w układzie procesów sprężania i rozrzedzania gazu ich wykładniki politropy nie ulegają zmianie. Ciśnienia i gęstości początkowe obydwóch gazów odpowiednio wynoszą p_0 i ρ_0 oraz p_{01} i ρ_{01} , przy czym $p_0 > p_{01}$. W dalszym ciągu rozważań będziemy zakładać, że ciśnienie w otwartym odcinku rury nie ulega zmianom w czasie ruchu tłoka napędzanego. Przepływ gazu generowany w rozpatrywanym układzie w wyniku uruchomienia tłoków modelować będziemy jednowymiarowym ruchem płaskim.

Dla matematycznego opisu sformułowanego problemu posłużymy się równaniami jednowymiarowego przepływu o symetrii płaskiej, napisanymi we współrzędnych Lagrange'a x, t . Mają one postać:

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \rho_0 u_{,tt} &= -p_{,x}, \\ \rho_0 &= \rho(1 + u_{,x}), \\ \rho &= \rho_0 S \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma, \end{aligned}$$

gdzie u, p, ρ i γ oznaczają odpowiednio przemieszczenie, ciśnienie, gęstość i wykładnik politropy gazu, natomiast $S=S(x)$ jest pewną funkcją entropii. Związki (2.1)₁ do (2.1)₃ opisują ruch gazu w obszarach ciągłych zmian parametrów stanu. Natomiast na frontach fal uderzeniowych, które formują się i propagują w sprężanym gazie muszą być spełnione związki kinematycznej i dynamicznej ciągłości o postaci:

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \rho_0 b(\rho - \rho_1) &= \rho_1 \rho(u_{,t} - u_{1,t}), \\ p - p_1 &= \rho_0 b(u_{,t} - u_{1,t}) \end{aligned}$$

oraz równanie adiabaty uderzeniowej:

$$(2.3) \quad \frac{p}{p_1} = \frac{\kappa \frac{\rho}{\rho_1} - 1}{\kappa - \frac{\rho}{\rho_1}}, \quad \kappa = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1},$$

gdzie b jest prędkością propagacji fali uderzeniowej. Indeksom 1 oznaczyliśmy parametry przepływu przed frontem fali uderzeniowej.

Dla pełnego sformułowania problemu do równań ruchu i warunków na frontach fal należy dołączyć warunki początkowe typu:

$$(2.4) \quad \xi(x, 0) = \begin{cases} \xi_0 & \text{dla } x \in [-l, 0^-], \\ \xi_{01} & \text{dla } x \in [0^+, l_1], \end{cases}$$

gdzie

$$\xi \equiv (p, \rho, S),$$

oraz warunki brzegowe, w tym warunek na dnie rury:

$$(2.5) \quad u_{,t}(-l, t) = 0,$$

warunek na pierwszym (napędzającym) tłoku:

$$(2.6) \quad u_{,t}(0^-, t) = u_{,t}(0^+, t) = v_1(t)$$

oraz warunek na drugim (napędzanym) tłoku:

$$(2.7) \quad u_{,t}(l_1, t) = v(t),$$

gdzie $v_1(t)$ i $v(t)$ są prędkościami ruchu, odpowiednio pierwszego i drugiego tłoka. Spełniają one następujące równania różniczkowe:

$$(2.8) \quad \begin{aligned} m_1 \frac{dv_1}{dt} &= A [p(0^-, t) - p(0^+, t)], \\ m \frac{dv}{dt} &= A [p(l_1, t) - p_3] \quad \text{dla} \quad t \geq t_z(p_z), \\ v(t) &= 0 \quad \text{dla} \quad t < t_z(p_z), \end{aligned}$$

gdzie A jest polem poprzecznego przekroju tłoka, natomiast $t_z(p_z)$ oznacza czas po jakim następuje zerwanie przepony podtrzymującej drugi tłok. Zależy on od wielkości ciśnienia forsowania p_z .

3. WPROWADZENIE WIELKOŚCI BEZWYMIAROWYCH

Dla uproszczenia i jednocześnie uogólnienia wyników numerycznej analizy problemu wprowadzimy następujące wielkości bezwymiarowe:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} U &= \frac{u}{l}, & T &= \frac{a_0 t}{l}, & X &= \frac{x}{l}, \\ R &= \frac{p}{p_0}, & P &= \frac{p}{p_0}, & V &= \frac{v}{a_0}, & B &= \frac{b}{a_0}, \\ \Sigma &= \frac{S}{S_0}, & \mu &= \frac{m}{\rho_0 l A}, & M &= \frac{m_1}{m}, & \lambda &= \frac{l_1}{l}, \\ \pi &= \frac{p_{01}}{p_0}, & \pi_1 &= \frac{p_3}{p_0}, & \Omega &= \frac{\rho_{01}}{\rho_0}, & \mathfrak{P} &= \frac{p_z}{p_0}, \end{aligned}$$

gdzie $a_0 = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}}$ oznacza prędkość propagacji dźwięku w «gazie adiabatycznym» wypełniającym pierwszą komorę (zbiornik ciśnienia).

Równania problemu wraz z warunkami granicznymi w wielkościach bezwymiarowych (3.1) przyjmują postać

$$(3.2) \quad \begin{aligned} U_{,TT} &= -\gamma P_{,X}, \\ R &= (1 + U_{,X})^{-1}, \\ P &= \Sigma R^\gamma, \end{aligned}$$

$$(3.2) \quad \begin{aligned} B(R-R_1) &= RR_1(U_{,T} - U_{1,T}), \\ P - P_1 &= B(U_{,T} - U_{1,T}), \\ \frac{P}{P_1} &= \frac{\kappa R/R_1 - 1}{\kappa - R/R_1}; \end{aligned}$$

dla $X \in [-1, 0^-]$

$$(3.3) \quad \begin{aligned} P(X, 0) &= 1, \\ R(X, 0) &= 1, \\ \Sigma(X, 0) &= 1; \end{aligned}$$

dla $X \in [0^+, \lambda]$

$$(3.4) \quad \begin{aligned} P(X, 0) &= \pi, \\ R(X, 0) &= \Omega, \\ \Sigma(X, 0) &= \pi/\Omega; \end{aligned}$$

$$U_{,T}(-1, T) = 0,$$

$$U_{,T}(0^-, T) = U_{,T}(0^+, T) = V_1(T),$$

$$U_{,T}(\lambda, T) = V(T),$$

$$(3.5) \quad \begin{aligned} M\mu V_{1,T} &= \gamma [P(0^-, T) - P(0^+, T)], \\ \mu V_{,T} &= \gamma [P(\lambda, T) - \pi_1] \quad \text{dla } T \geq T_z(\vartheta), \\ V(T) &= 0 \quad \text{dla } T < T_z(\vartheta). \end{aligned}$$

Analizując wypisane równania i warunki graniczne dochodzimy do konkluzji, że rozwiązanie tak sformułowanego zagadnienia Lagrange'a zależy od 9 parametrów: μ , M , π , Ω , π_1 , λ , ϑ , γ i γ_1 , które kolejno oznaczają: μ stosunek masy napędzanego tłoka od masy gazu w zbiorniku, M stosunek masy tłoka napędzającego do masy tłoka napędzanego, π stosunek początkowych ciśnień gazu w obydwu komorach, π_1 stosunek stałego przeciwcisnienia w otwartym odcinku lufy do początkowego ciśnienia gazu w zbiorniku, Ω stosunek początkowych gęstości gazów w obydwu komorach, λ stosunek długości komór, ϑ stosunek ciśnień forsowania drugiego (napędzanego) i pierwszego (napędzającego) tłoka, γ , γ_1 wykładniki politropowe gazów w wypełniających komory.

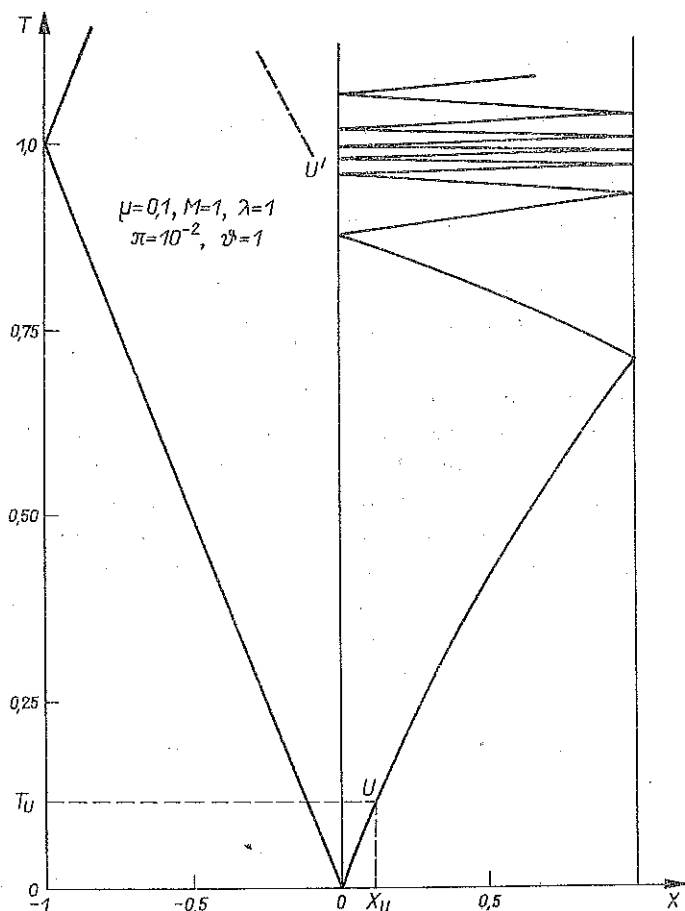
Numeryczna analiza termodynamicznych wielkości układu przy tak dużej ilości parametrów jest dość trudna. Wprowadzimy dodatkowe założenia upraszczające, które zredukują liczbę parametrów. Mianowicie przyjmiemy, że obydwie komory wypełnia ten sam gaz o jednakowej początkowej temperaturze. W celu wyeliminowania efektów związanych z zapasem energii wewnętrznej gazu wypełniającego komorę międzytłokową przyjęto, że stałe przeciwcisnienie równe jest początkowemu ciśnieniu w komorze sprężania, tj. $p_3 = p_{01}$. Na podstawie przyjętych założeń mamy:

$R=\pi$, $\pi=\pi_1$ i $\gamma=\gamma_1$. Jeśli dodatkowo ograniczymy nasze rozważania do jednej wartości wykładnika politropy, to rozwiązanie badanego problemu zależy od pięciu parametrów: μ , M , π , λ i ϑ . Dla porównania rozwiązanie klasycznego zagadnienia Lagrange'a w przyjętych warunkach zależy tylko od dwóch parametrów: μ i π .

Obliczenia numeryczne wykonano wykorzystując algorytm podany w [13], przy czym przyjęto, że $\gamma=1,4$. Wyniki tych obliczeń przedstawiamy na wykresach. Z kolei przejdziemy do omówienia uzyskanych rezultatów.

4. NUMERYCZNA ANALIZA KINEMATYCZNYCH I DYNAMICZNYCH PARAMETRÓW TŁOKÓW

Na rys. 2 pokazujemy w układzie współrzędnych X, T fronty padających i odbitych fal uderzeniowych propagujących się w komorze sprężania (komora międzytłokowa) oraz fronty fal rozrzedzenia rozchodzące się w komorze rozprężania (zbiorniku). Punkt $U(X_u, T_u)$ umieszczony na rysunku oznacza początek formowania się frontu fali uderzeniowej w komorze sprężania. W przypadku, gdy front



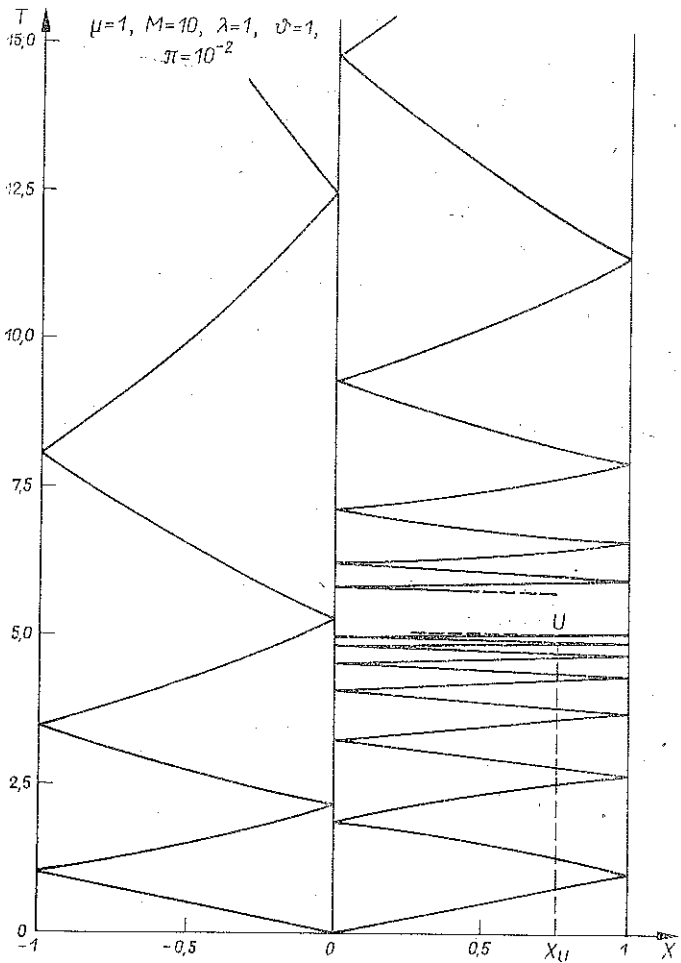
Rys. 2.

fali uderzeniowej zaczyna się formować przed dojściem fali sprężania do końca komory, współrzędne punktu U można określić w sposób analityczny, korzystając z rozwiązania dla fali prostej [14 i 15]:

$$X_u = \frac{2\gamma}{\gamma+1} \frac{\mu M}{1-\pi}, \quad T_u = X_u.$$

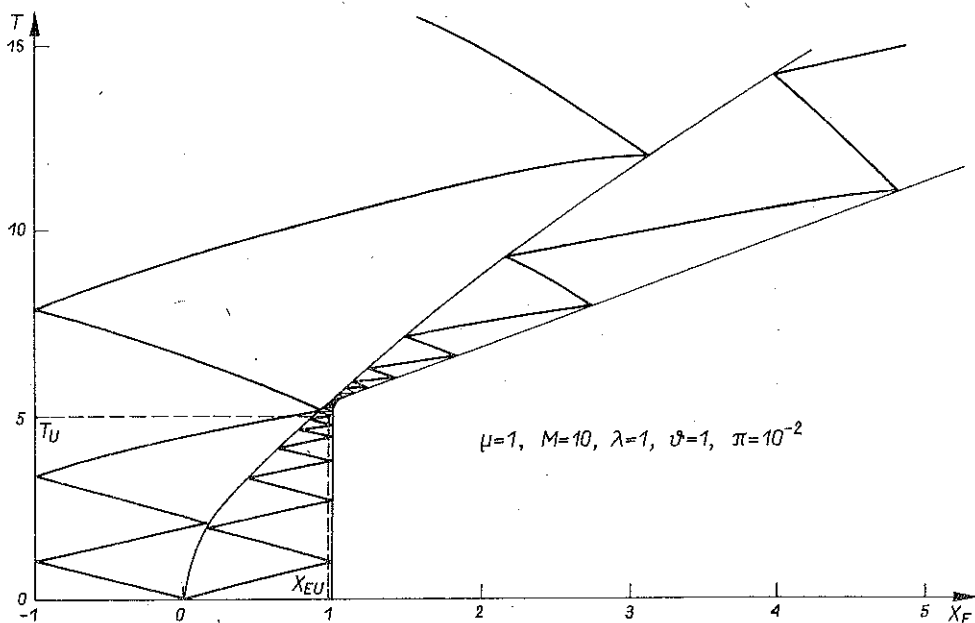
Jeżeli dla otrzymanej z powyższego wzoru X_u zachodzi nierówność $X_u > \lambda$, to dla określenia położenia punktu U nie możemy wykorzystać rozwiązania dla fali prostej. W takim przypadku określamy jego położenie w sposób przybliżony, jako punkt przecięcia się dwóch odpowiednio bliskich charakterystyk odbitej fali sprężania (rys. 3).

Proces wielokrotnych odbić fali uderzeniowej prowadzi do szybkiego wzrostu ciśnienia w przestrzeni przed tłokiem napędzającym i hamowania jego ruchu. Inten-



Rys. 3.

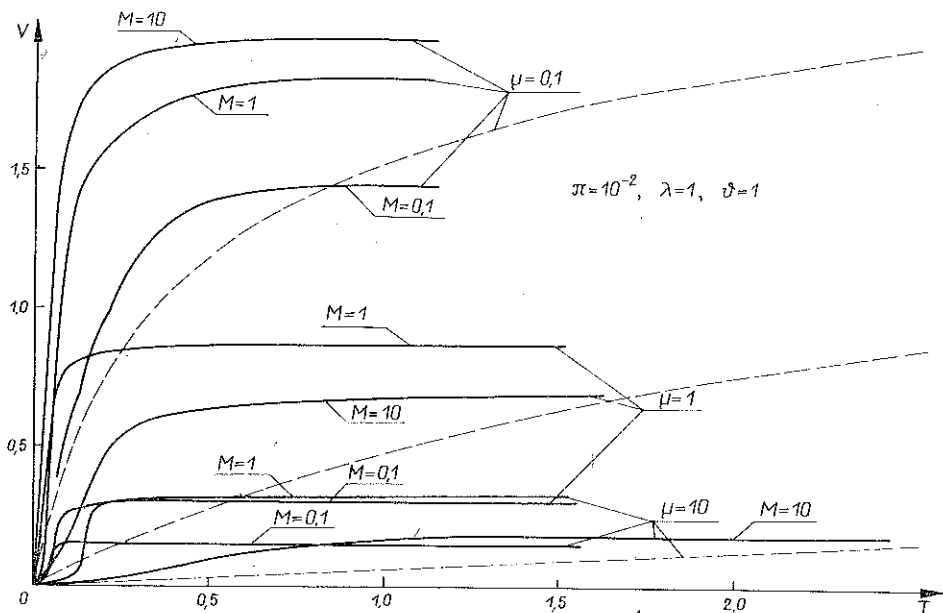
sywnemu hamowaniu tłoka towarzyszy generowanie fali uderzeniowej w przestrzeni zatłokowej (w zbiorniku). Punkt U' na rys. 2, którego położenie zostało również określone w sposób przybliżony, odpowiada początkowi formowania się frontu uderzeniowego w zbiorniku. Dla przypadku przedstawionego na rys. 3, nie stwierdzono w trakcie obliczeń generowania fali uderzeniowej w przestrzeni zatłokowej. Jest to wynikiem słabego hamowania tłoka o dużej bezwładności. Efekt słabego hamowania tłoka jest dobrze widoczny na rys. 4, na którym pokazano we współrzędnych Eulera odpowiednik obrazu falowego zilustrowanego na rys. 3.



Rys. 4.

Najbardziej interesującym parametrem, z punktu widzenia balistyki wewnętrznej, jest prędkość napędzanego tłoka. Przebiegi czasowe tej prędkości dla przypadku «lekkich» ($\mu=0,1$) i «ciężkich» tłoków ($\mu=1$ i 10) pokazane zostały na rys. 5.

Jak wynika z przedstawionych wykresów maksymalna wartość prędkości dla danej wartości μ silnie zależy od stosunku mas tłoka napędzającego i napędzanego, przy czym charakter tej zależności jest różny dla «lekkich» i «ciężkich» tłoków. Występujący dla «ciężkich» tłoków efekt dopasowania, przez który rozumiemy uzyskiwanie największej prędkości dla zbliżonych mas tłoków ($M=1$), związany jest z jednakową bezwładnością obu tłoków, co powoduje, że reakcja pierwszego tłoka «dopasowuje się» do zmian pola przepływu, wywołanych ruchem tłoka — pocisku. Sytuacja taka stwarza korzystne warunki dla przekazywania energii pomiędzy dwoma stopniami układu. W przypadku «lekkich» tłoków rozprężanie gazu w przestrzeni między tłokami przebiega na tyle szybko, że mechanizm wywołujący

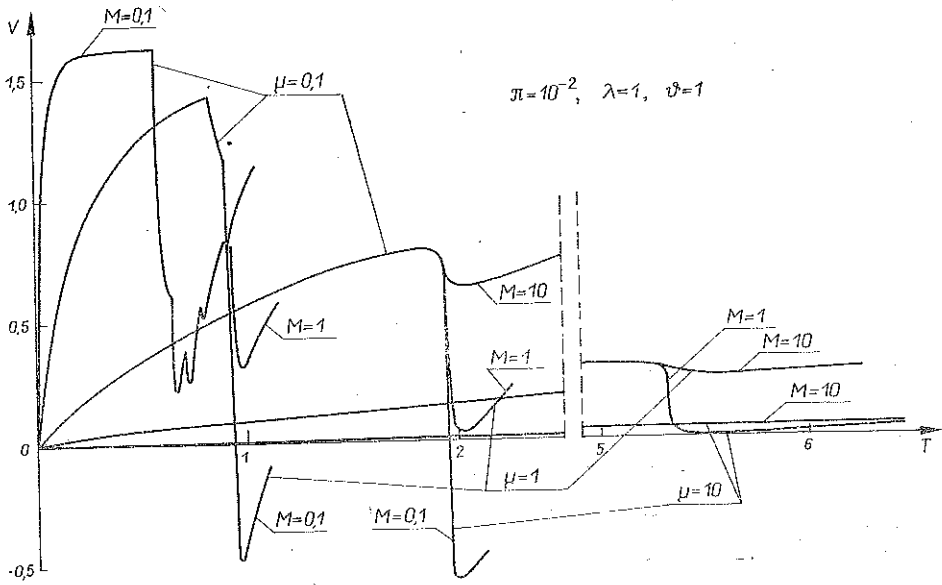


Rys. 5.

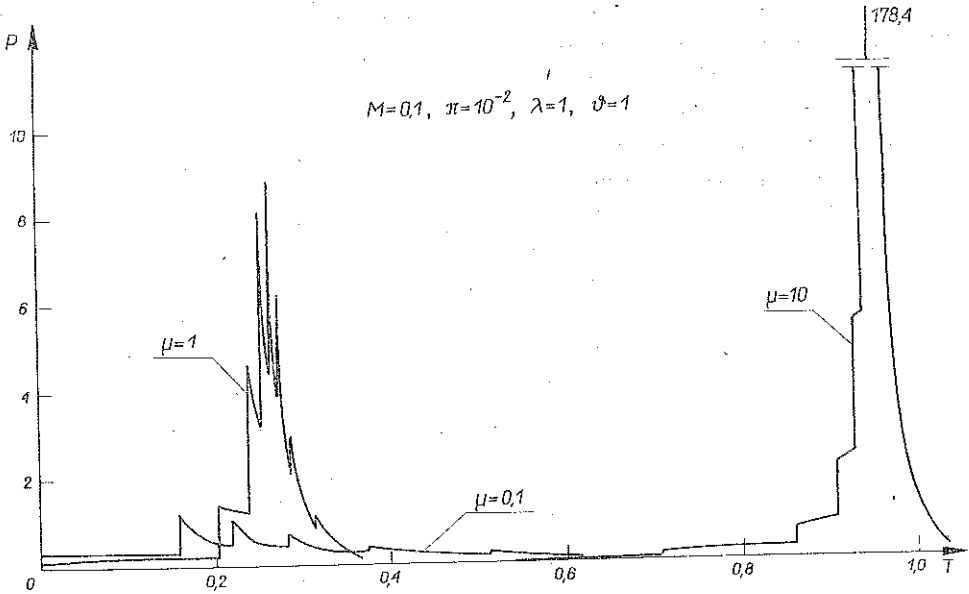
opisany powyżej efekt dopasowania nie zdąży się ujawnić. W związku z tym w przypadku lekkich pocisków preferowane są tłoki napędzające o dużej bezwładności, zapobiegające zbyt szybkiemu rozprężaniu się gazu. W celu porównania właściwości układu jedno- i dwutłokowego na rys. 5 naniesiono przerywaną linią krzywe będące rozwiązaniem klasycznego zagadnienia Lagrange'a dla $\mu=0,1; 1$ i 10 . Charakter zmian prędkości dla układu jednotłokowego jest zdecydowanie różny od otrzymanego dla przypadku dwóch tłoków. Jednakże maksymalne wartości prędkości uzyskiwane w tych układach są do siebie zbliżone z tym zastrzeżeniem, że w układzie jednotłokowym osiągnęte są w czasie o rząd większym niż w układzie dwutłokowym, co w sposób zasadniczy rzutuje na długość rury prowadzącej pocisk. Zwróćmy dodatkowo uwagę na fakt, że rozpatrywany jest tutaj jedynie przypadek szczególny, gdy obie komory układu wypełnione są tym samym gazem o jednakowej początkowej temperaturze i nie ma różnicowania średnic rury. Przy uwzględnieniu tych czynników parametry układu ulegają zasadniczej zmianie.

Na kolejnych rysunkach, obrazujących wpływ wielkości μ i M na parametry układu, przedstawiono wykresy zmian prędkości tłoka napędzającego (rys. 6) oraz ciśnienia działającego na dno drugiego tłoka (rys. 7 i 8).

Szczególnie interesujące są wykresy ciśnienia, na które składają się skokowe zmiany wywołane odbiciami fali uderzeniowej i ciągłe zmiany, które wywołują zaburzenia zgęszczeniowe, powstające w procesie rozpędzania pierwszego tłoka oraz zaburzenia rozrzedzeniowe, generowane w trakcie rozpędzania drugiego tłoka i hamowania pierwszego. Z przedstawionych wykresów wynika, że kształt i wysokość impulsu ciśnienia silnie zależy od masy napędzanego tłoka (rys. 7) oraz od stosunku mas (rys. 8). Dla wyjaśnienia charakteru zależności kształtu impulsu

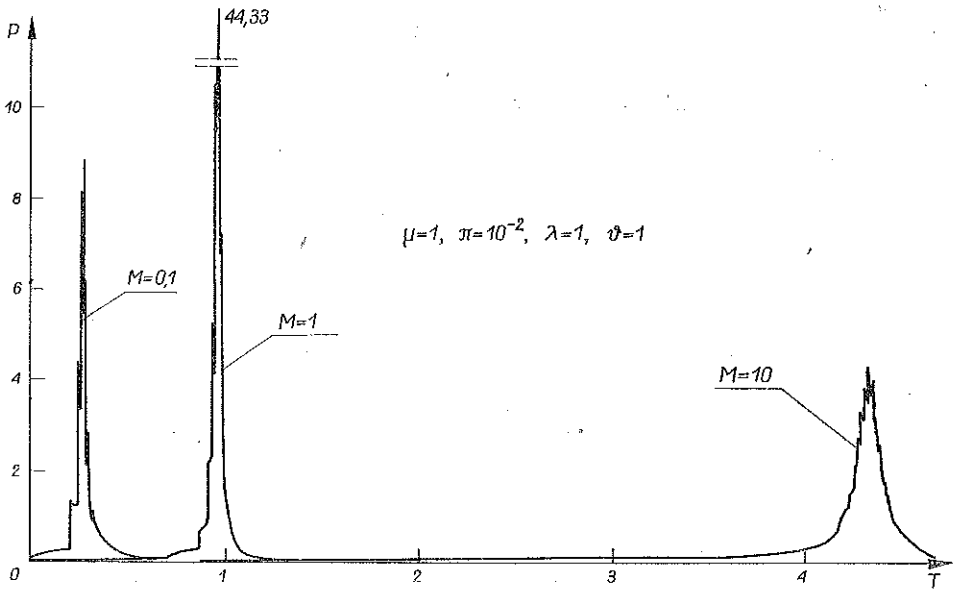


Rys. 6.



Rys. 7.

ciśnienia od parametrów μ i M należy rozpatrzyć, w jaki sposób wielkości te wpływają na intensywność procesów sprężania i rozrzedzania gazu w przestrzeni między tłokami. Przy ustalonym stosunku mas tłoków ($M = \text{const}$ — rys. 7) największy wpływ na impuls ciśnienia wywiera proces rozprężania drugiego tłoka. Im lżejszy



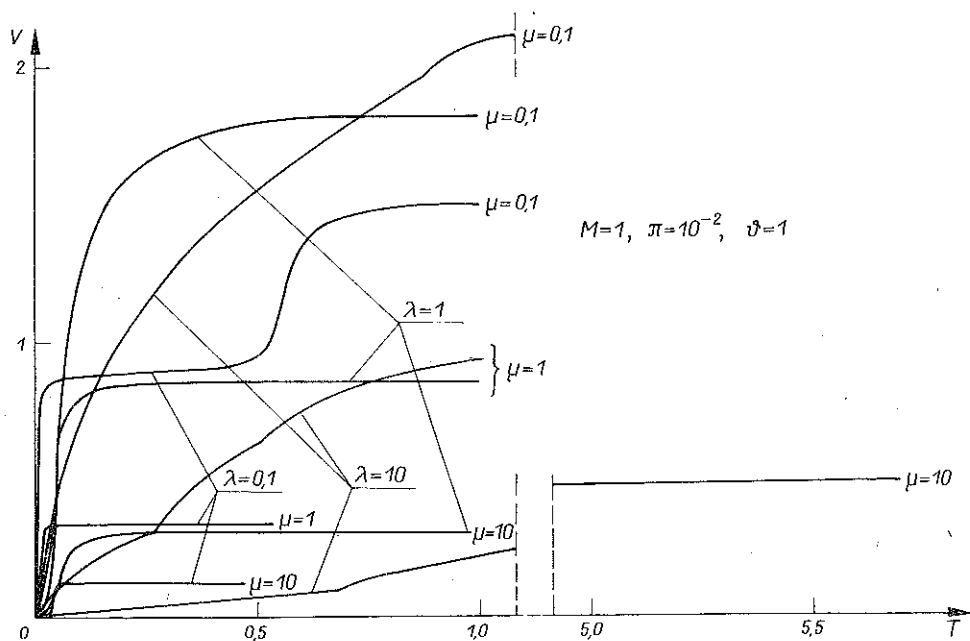
Rys. 8.

jest tłok, tym szybciej jest przyspieszony, a co za tym idzie, tym intensywniejsze są zaburzenia rozrzedzeniowe powodujące obniżenie impulsu ciśnienia.

W przypadku, gdy zmienia się stosunek mas tłoków (rys. 8) charakter zależności jest bardziej złożony. Dla małych wartości M duży wpływ na przebieg procesu ma hamowanie pierwszego tłoka. Wpływa ono w sposób istotny na obniżenie impulsu ciśnienia. Ze wzrostem M szybkość procesu hamowania tłoka pierwszego zbliża się do szybkości procesu przyspieszania tłoka drugiego, w związku z czym rośnie maksymalne ciśnienie. Przy dalszym wzroście M zaczyna przeważać proces przyspieszania tłoka napędzanego, w wyniku czego zaburzenia rozrzedzeniowe powstające w tym procesie powodują obniżenie impulsu ciśnienia.

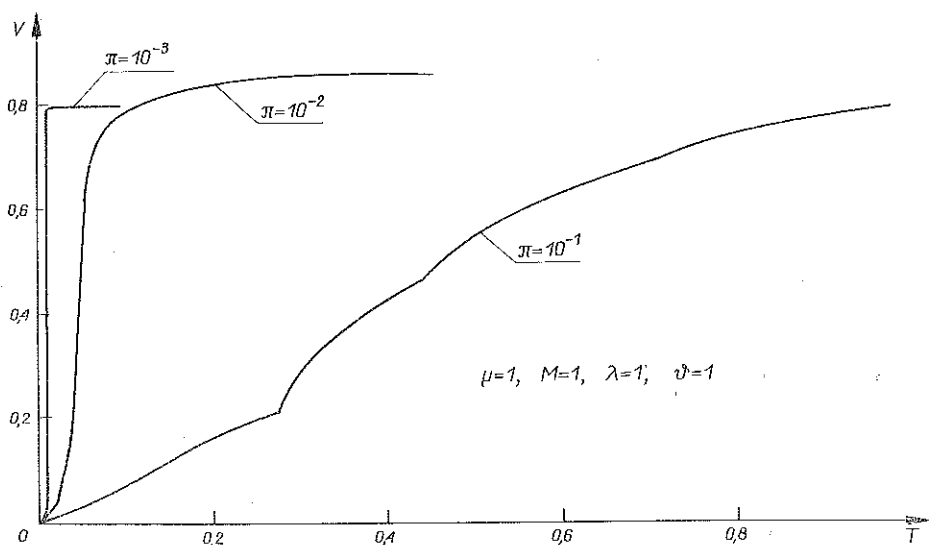
Kolejnym parametrem posiadającym istotny wpływ na własności układu jest stosunek długości komór λ . Przedstawione na rys. 9 wyniki obliczeń wskazują na to, że ze wzrostem wartości λ rośnie maksymalna wartość prędkości drugiego tłoka. Efekt ten występuje zarówno dla «lekkich», jak i «ciężkich» tłoków i może być tłumaczony tym, że dla małych wartości λ wykorzystywana jest odpowiednio mniejsza część energii zgromadzonej w zbiorniku. Po początkowym okresie silnego przyspieszania tłoka napędzanego, odległość między tłokami wzrasta na tyle, że niemożliwe jest efektywne oddziaływanie między nimi poprzez rozprężający się gaz w komorze międzytłokowej. Jedynie dla tłoków o małej bezwładności wystąpić może powtórnie okres silnego przyspieszania (wykres dla $\lambda=0,1$, $\mu=0,1$).

W ramach analizy zagadnienia Lagrange'a dla układu dwóch tłoków zbadano również wpływ parametru π , czyli stosunku początkowych ciśnień w obu komorach. Z przeprowadzonej analizy wypływa wniosek, iż maksymalna wartość prędkości uzyskiwanej przez tłok napędzany słabo zależy od parametru π , jednakże parametr

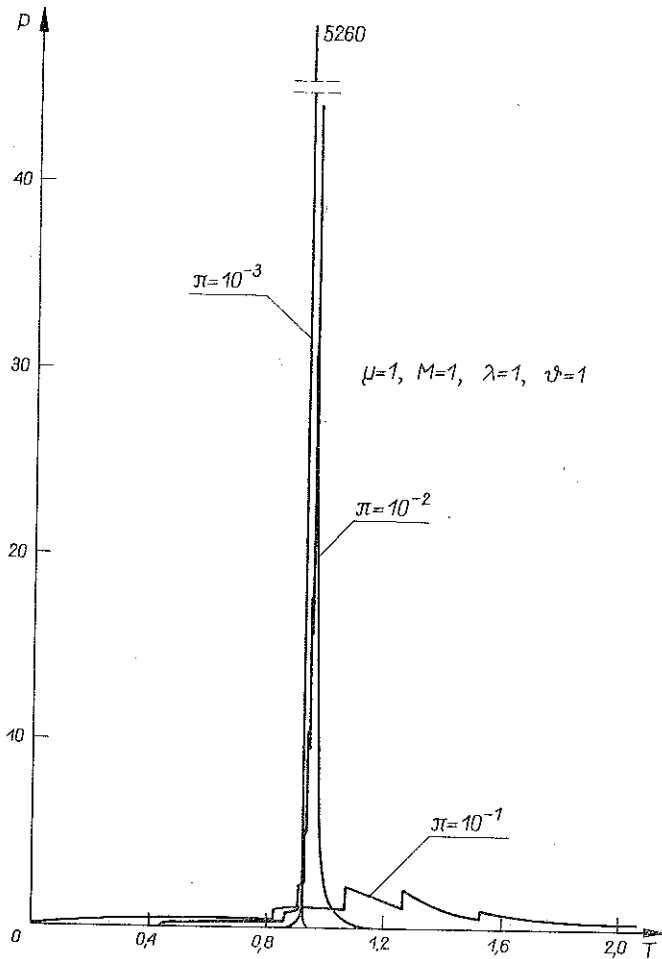


Rys. 9.

ten posiada istotny wpływ na charakter przebiegu prędkości (rys. 10). Ze zmniejszeniem się parametru π charakter oddziaływania obu stopni układu staje się zbliżony do bezpośredniego zderzenia dwóch tłoków. Jest to efekt analogiczny do występującego przy uderzeniu rozprężonego tłoka w rozrzedzoną warstwę gazu [16].



Rys. 10.

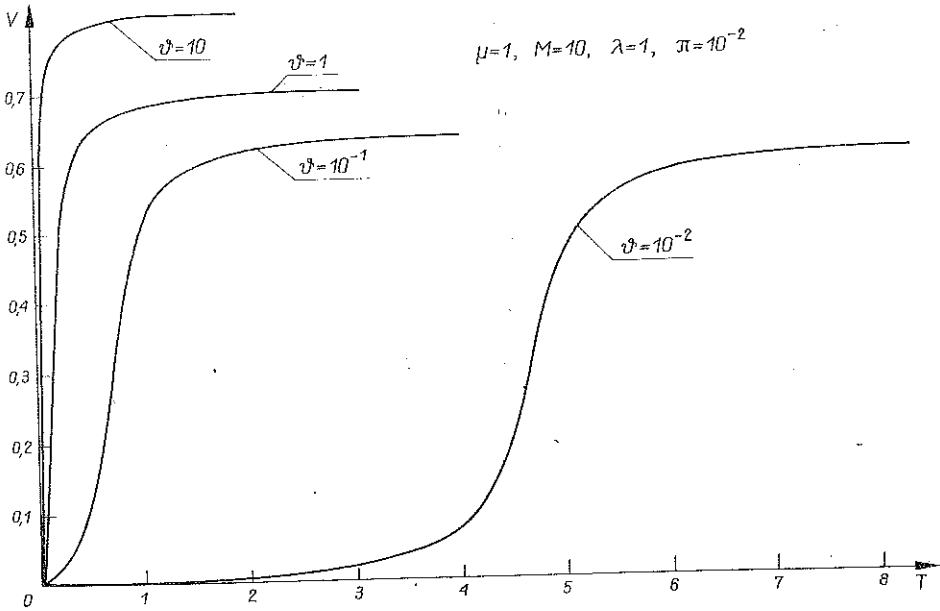


Rys. 11.

Szczególnie istotny wpływ parametr π wywiera na kształt i wysokość impulsu ciśnienia (rys. 11). W granicy $\pi \rightarrow 0$ impuls ten dąży do delty Diraca, która jak wiadomo opisuje impuls ciśnienia przy zderzeniu dwóch ciał idealnie sztywnych.

Przy badaniu wpływu poszczególnych parametrów na własności układu zakładaliśmy do tej pory, że ciśnienia forsowania obu tłoków są sobie równe, tzn. $\vartheta=1$. Pozwalało to na łatwiejsze odniesienie otrzymanych wyników do rozwiązań klasycznego zagadnienia Lagrange'a. Z kolei zbadamy wpływ parametru ϑ na prędkości tłoków uzyskiwane w układzie.

Z rezultatów przedstawionych na rys. 12 wynika, że ze zwiększeniem ciśnienia forsowania napędzanego tłoka wzrasta wartość prędkości maksymalnej. Efekt ten staje się zrozumiały, jeżeli zauważymy, że wzrost wytrzymałości przepony prowadzi do zwielokrotnienia ilości odbić fali uderzeniowej, a tym samym do silniejszego podgrzania gazu wypełniającego komorę sprężania. Ze wzrostem ciśnienia



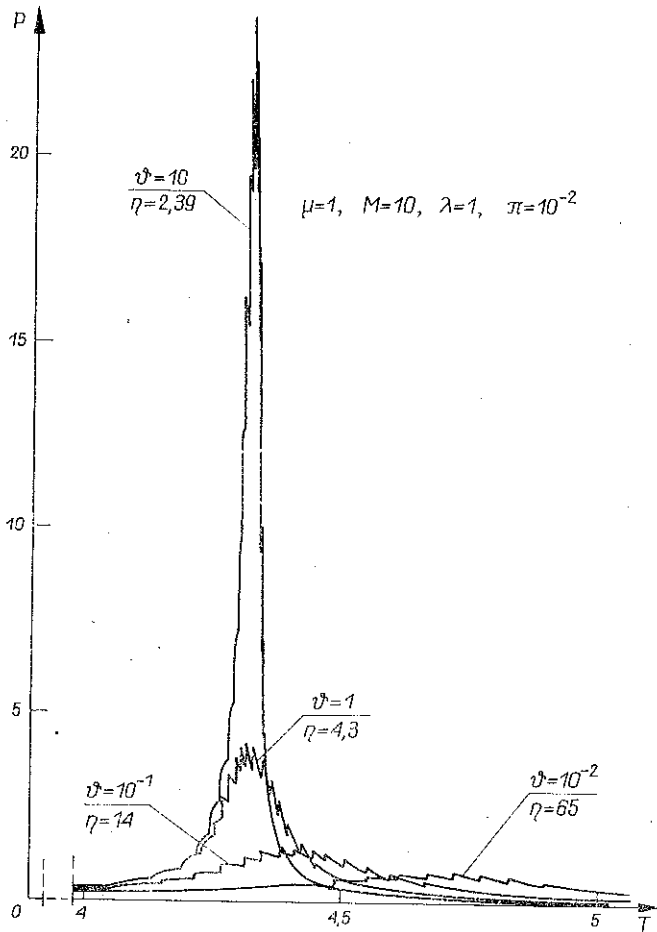
Rys. 12.

forsowania wzrasta wysokość impulsu ciśnienia, zmniejsza się jednakże stosunek maksymalnej wartości ciśnienia do ciśnienia forsowania η (rys. 13).

Przedstawiona numeryczna analiza zmodyfikowanego zagadnienia Lagrange'a dla układu z dwoma tłokami nie jest oczywiście analizą pełną. Rozpatrzono tylko wpływ niektórych parametrów na charakterystyki układu dwustopniowego. Tym niemniej, opierając się na uzyskanych wynikach, można już wyciągnąć wnioski odnośnie do uproszczonego modelu dwustopniowego układu miotającego, przeznaczanego na przykład do modelowania różnych impulsów ciśnienia obciążających badane próbki ośrodka ciągłego (grunty, skały itp.). Problem stosowania podgrzanych gazów lekkich w komorze tłokowej, zróżnicowania średnic rur prowadzących tłoki oraz wpływu różnych mechanizmów dysypacyjnych będzie przedmiotem dalszych badań autorów.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. М. Е. Серебряков, *Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет*, Оборонгиз, Москва 1962.
2. С. А. Бетехтин, *Газодинамические основы внутренней баллистики*, Оборонгиз, Москва 1967.
3. Дж. Корнер, *Внутренняя баллистика орудий*, Оборонгиз, Москва 1953.
4. Н. А. Златин, А. П. Красильщиков, Г. И. Мишин, Н. Н. Попов, *Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях*, Изд. Наука, Москва 1974.
5. К. П. Стацюкович, *Неустановившиеся движения сплошной среды*, Изд. Наука, Москва 1971.
6. Б. Л. Рождественский, Н. Н. Яненко, *Системы квазилинейных уравнений и их приложения в газовой динамике*, Изд. Наука, Москва 1968.



Rys. 13.

7. В. С. Ленский, *Взаимодействие тел с высокими скоростями*, Материалы всесоюзного симпозиума по распространению упруго-пластических волн в сплошных средах, Изд. АН азербайджанской ССР, Баку 1965.
8. H. L. BRODE, *Theoretical description of the performance of the UTIAS hypervelocity launcher*, RAND Corporation, RM-6298-PR, July 1970.
9. F. EVANS, G. EVANS, *Shock compression of a perfect gas*, J.F.M., 4, 1956.
10. Д. Эккерман, В. Моккэй, Р. Оулит, Р. Швейгер, Ж. Теофанис, *Баллистические прассы фирмы „Авко“*, Изд. Мир, Москва 1964.
11. J. R. V. MURPHY, L. K. BADHWAR and G. A. LAVOIE, *Interior ballistics calculation systems for light gas guns and conventional guns*, The fluid dynamics aspects of ballistics, AGARD Conf. Proc., 1966.
12. Н. Н. Билюгин, С. Ю. Чернявский, *Расчет газодинамических параметров двухступенчатой легкогазовой установки с деформируемым поршнем*, МЖГ, 1, 1976.
13. R. TRĘBIŃSKI, E. WŁODARCZYK, *Investigation of state parameters of gas in a closed tube with a moving piston*, Part I, *The algorithm for numerical computation*, Part. II, Numerical analysis of the state parameters of gas, J. Techn. Phys., 17, 1, 1976.

14. E. WŁODARCZYK, *On the problem of formation of shock waves in continuous media*, J. Techn. Phys., 16, 4, 1975.
15. X. A. Рахматулин, Я. А. Сагомоян, А. И. Бувинович, Н. Н. Зверев, *Газовая динамика*, Изд. Высшая Школа, Москва 1965.
16. R. TRĘBINSKI, E. WŁODARCZYK, *On a certain profiling of the pressure puls by means of a layer of rarefied gas*, J. Techn. Phys. !in press!.

Резюме

РЕШЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ЗАДАЧИ ЛАГРАНЖА ДЛЯ СИСТЕМЫ С ДМУВЯ ПОРШНЯМИ

В работе решена модифицированная задача Лагранжа для системы двух поршней с одинаковыми диаметрами с учетом процессов формирования и распространения ударных волн и волн разрежения. Анализируется довольно подробно численным путем влияние отдельных параметров системы на движение поршней. Проведенный анализ позволяет сделать практические выводы по отношению к упрощенной двухступенчатой метательной системе без применения подогретых легких газов и различимости диаметров труб направляющих поршни. Эта проблема будет темой отдельной публикации.

SUMMARY

SOLUTION OF MODIFIED LAGRANGE PROBLEM FOR TWO PISTONS SYSTEM

The problem of a modified Lagrange problem for a system of two pistons of the same diameter, including formation and propagation of shock waves, is solved. The influence of the particular parameters of the system on the motion of piston is analyzed numerically. The analysis performed allows for practical conclusions concerning two stages missile without application of light heated gases and different diameters of cylinders. That problem will be a subject of a separate publication.

Praca została złożona w Redakcji dnia 4 lutego 1976 r.