

ANALIZA DRGAŃ PARAMETRYCZNYCH POWŁOKI STOŻKOWEJ PRZY NIELINIOWYM TŁUMIENIU

FERDYNAND TWARDOSZ I JERZY ZIELNICA (WARSZAWA)

Praca zawiera analizę drgań parametrycznych cienkościennej powłoki w kształcie stożka ściętego swobodnie podpartej na obu brzegach. Parametryczne drgania powłoki są wymuszone siłami podłużnymi i wszechstronnym równomiernym ciśnieniem zewnętrznym. Na podstawie hipotezy Dawidenkova uwzględniono nieliniowe tłumienie materiałowe. Do analizy wykorzystano wyniki rozważań przeprowadzonych w pracy [2].

Praca niniejsza podaje szereg przykładów numerycznych oraz wnioski wynikające z ich analizy.

1. RÓWNANIE RÓŻNICZKOWE DRGAŃ PARAMETRYCZNYCH

Matematyczne zagadnienie sprowadza się do analizy następującego równania różniczkowego [2] opisującego drgania parametryczne powłoki stożkowej przy uwzględnieniu nieliniowego tłumienia wg hipotezy Dawidenkova:

$$(1.1) \quad \frac{d^2 f_{mn}(t)}{dt^2} + \Omega_{mn}^2 f_{mn}(t) = \varepsilon \left[2\mu_{mn} \Omega_{mn}^2 \cos \Theta t f_{mn}(t) - \bar{J}(f) \right],$$

gdzie

$$(1.2) \quad \bar{J}(f) = \frac{4(1+\nu_1)[(1+\nu_1)^2 + m_1^2]}{s_1^4 \rho h m_1^2 (e^{2(1+\nu_1)u} - 1)} \int_0^u \int_0^{\varphi_1} \bar{\Phi}_3(z, \varphi_1, t) e^{(2+\nu_1)z} \sin m_1 z \cos n_1 \varphi_1 d\varphi_1 dz$$

przedstawia funkcję tłumienia, a ε jest małym parametrem. Występujące w (1.1) pozostałe symbole mają następujące znaczenie: częstość drgań własnych powłoki obciążonej siłami podłużnymi $N < N_{kr mn}$ i równomiernym ciśnieniem zewnętrznym $p < p_{kr mn}$

$$(1.3) \quad \Omega_{mn}^2 = \omega_{mn}^2 \left(1 - \frac{p_0}{p_{kr mn}} \right);$$

współczynnik pulsacji

$$(1.4) \quad 2\mu_{mn} = \frac{p_t}{p_{kr} - p_0};$$

zewnętrzne obciążenie pulsujące

$$(1.5) \quad \begin{aligned} N(t) &= N_0 + N_t \cos \Theta t; \\ p(t) &= p_0 + p_t \cos \Theta t; \end{aligned}$$

stosunek obciążeń zewnętrznych

$$\kappa = \frac{N(t)}{p(t)} = \frac{N_0}{p_0};$$

częstość drgań własnych powłoki nieobciążonej

$$(1.6) \quad \omega_{mn}^2 = \frac{D(1 - e^{2(v_1-1)u}) [m_1^4 + 4(v_1-1)^2 m_1^2 - m_1^2 K_1 + (1-v_1) K_2 + K_3] (1+v_1) [(1+v_1)^2 + m_1^2]}{s_1^4 \rho h (1-v_1) [(1-v_1)^2 + m_1^2] (e^{2(1+v_1)u} - 1)} \\ + \frac{E \operatorname{ctg}^2 \gamma (1+v_1) [(1+v_1)^2 + m_1^2] (e^{2v_1 u} - 1) [B_1 (m_1 v_1^2 + m_1^3) + B_2 (m_1^2 + v_1 m_1^2 + v_1^3 + v_1^2)]}{s_1^2 \rho m_1 v_1 (v_1^2 + m_1^2) (e^{2(1+v_1)u} - 1)} \\ - \frac{4E \operatorname{ctg}^2 \gamma (1+v_1) [(1+v_1)^2 + m_1^2]}{s_1^2 \rho m_1 (e^{2(1+v_1)u} - 1)} \left[\frac{(n_1 \Phi_1 + \Phi_2) e^{2v_1 u}}{(v_1 + n_1 - 1)^2 + m_1^2} + \right. \\ \left. + \frac{\Phi_2 + n_1 \Phi_1}{(v_1 - n_1 - 1)^2 + m_1^2} + \frac{\Phi_1 (n_1 + 2) e^{2v_1 u}}{(v_1 + n_1 + 1)^2 + m_1^2} + \frac{\Phi_1 (n_1 - 2)}{(v_1 - n_1 + 1)^2 + m_1^2} \right];$$

krytyczna wartość ciśnienia zewnętrznego przy równoczesnym działaniu sił podłużnych i równomiernego obciążenia zewnętrznego

$$(1.7) \quad p_{kr mn} = \frac{h(1 - 4v_1^2) [(1 + 2v_1)^2 + 4m_1^2] [(1 - 2v_1)^2 + 4m_1^2]}{4s_1 \operatorname{tg} \gamma (e^{2v_1 u} - 1) (m_1^2 + 2n_1^2 - 3v_1 - 3v_1^2 - 0,5) (1 - 2v_1) \times} \\ \times [(1 - 2v_1)^2 + 4m_1^2] + 4\kappa (1 - e^{2v_1 u}) (2v_1 + 1) [(2v_1 + 1)^2 + 4m_1^2] (2m_1^2 + 2v_1^2 - 2v_1 - 1) \\ \times \left\{ \frac{D(1 - e^{2(v_1-1)u}) [m_1^4 + 4(v_1-1)^2 m_1^2 - m_1^2 K_1 - (1-v_1) K_2 + K_3]}{s_1^2 h (1-v_1) [m_1^2 + (1-v_1)^2]} + \right. \\ \left. + \frac{E \operatorname{ctg}^2 \gamma (e^{2v_1 u} - 1) [B_1 (m_1^2 v_1^2 + m_1^3) + B_2 (m_1^2 + v_1 m_1^2 + v_1^3 + v_1^2)]}{m_1 v_1 (m_1^2 + v_1^2)} - \right. \\ \left. - \frac{4E \operatorname{ctg}^2 \gamma}{m_1} \left[\frac{(\Phi_1 n_1 + \Phi_2) e^{2v_1 u}}{(v_1 + n_1 - 1)^2 + m_1^2} + \frac{\Phi_2 - n_1 \Phi_1}{(v_1 - n_1 - 1)^2 + m_1^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\Phi_1 (n_1 + 2) e^{2v_1 u}}{(v_1 + n_1 + 1)^2 + m_1^2} + \frac{\Phi_1 (n_1 - 2)}{(v_1 - n_1 + 1)^2 + m_1^2} \right] \right\},$$

przy czym

$$\Phi_1 = 0,25 \{2m_1 (1+v_1) B_1 + [(1+v_1)^2 - m_1^2 - n_1^2] B_2\},$$

$$\Phi_2 = 0,5 \{2m_1 (1-2v_1) B_1 + [(1+4v_1 - v_1^2) - n_1^2 + m_1^2] B_2\},$$

$$B_1 = \frac{(m_1^2 + v_1 - v_1^2) \alpha_{mn} - 4v_1 (1-2v_1) m_1^2 \beta_{mn}}{\alpha_{mn}^2 + 16m_1^2 v_1^2 \beta_{mn}^2},$$

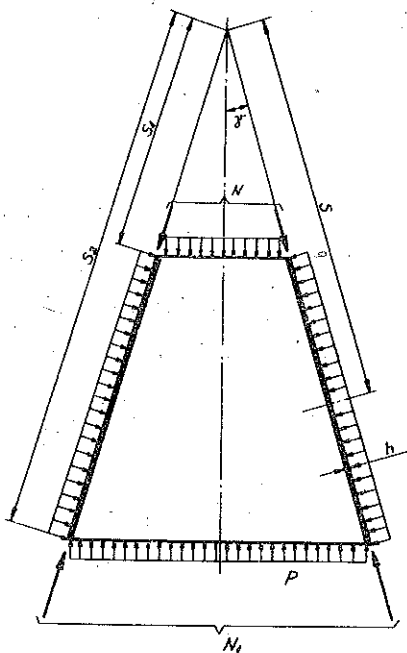
$$B_2 = \frac{m_1 [(1-2v_1) \alpha_{mn} + 4v_1 (m_1^2 + v_1 - v_1^2) \beta_{mn}]}{\alpha_{mn}^2 + 16m_1^2 v_1^2 \beta_{mn}^2},$$

$$\alpha_{mh} = (m_1^2 + n_1^2)^2 - 2(1 + \nu_1^2)n_1^2 + 2(1 - 3\nu_1^2)m_1^2 + (\nu_1^2 - 1)^2,$$

$$\beta_{mh} = m_1^2 + n_1^2 + 1 - \nu_1^2,$$

$$\nu_1 = \frac{1 - \nu}{2}, \quad n_1 = \frac{n}{\sin \gamma}, \quad m_1 = \frac{\pi m}{4}, \quad u = \ln \frac{s_2}{s_1}.$$

Poza tym n oznacza liczbę fal po obwodzie, m liczbę półfal w kierunku tworzącej, a pozostałe oznaczenia wynikają z rys. 1.



Rys. 1

2. AMPLITUDA I KĄT FAZOWY DRGAŃ NIEUSTALONYCH

Dla zbadania niestabilnych drgań powłoki przy zmianie częstości sił zewnętrznych oraz wyznaczenia wielkości amplitudy a i kąta fazowego ϑ wykorzystamy następujący układ równań [1] i [2]:

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{\varepsilon}{\pi\Theta} \int_0^{2\pi} \bar{J}(a \cos \psi) \sin \psi \, d\psi - \frac{\varepsilon a \mu \Omega^2}{\Theta} \sin 2\vartheta, \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \Omega - \frac{\Theta}{2} \frac{\varepsilon \mu \Omega^2}{\Theta} \cos 2\vartheta + \frac{\varepsilon}{\Theta a \pi} \int_0^{2\pi} \bar{J}(a \cos \psi) \cos \psi \, d\psi. \end{aligned}$$

Aby otrzymać równania (2.1) w postaci jawnej należy, korzystając z (1.2), wyznaczyć funkcję tłumienia $\bar{J}(a \cos \psi)$. W tym celu musimy przyjąć wartości współczynników i, l (równanie (3.4) w pracy [2]). Wielkości te zależą od rodzaju materiału, z którego

wykonana jest powłoka. Przyjmując dla powłoki stalowej $i=l=3$ otrzymamy po scałkowaniu (1.2) następujący wzór:

$$(2.2) \quad \bar{J}(a \cos \psi) = \frac{4(1+\nu_1)[(1+\nu_1)^2 + m_1^2]}{s_1^4 \rho h m_1^2 (e^{2(1+\nu_1)u} - 1)} \left\{ -\frac{3}{16} \left[\mp \frac{Ah^3}{s_1^4} \left(\frac{(1-\nu^2)^2}{E^2 h^2} D_1 - \frac{3h^2}{20} D_2 \right) \right] - \frac{3}{4} \left[\mp \frac{Ah^3 n_1^3}{s_1^4} \left(-2 \left(\frac{1-\nu^2}{Eh} \right)^2 D_3 + \frac{h^3}{16} D_4 \right) \right] + \frac{3}{4} \left[\mp \frac{\text{ctg } \gamma h}{s_1^3} A \times \right. \right. \\ \times \left. \left(\left(\frac{1-\nu^2}{Eh} \right)^3 D_5 + \frac{(1-\nu^2) h^2}{4E} D_6 \right) \right] - \frac{3}{4} \left[\mp \frac{n_1^4 h^3}{s_1^4} B \left(\frac{1}{2} \left(\frac{2+2\nu}{Eh} \right)^2 D_7 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{3}{5} h^3 D_8 \right) \right] \right\} a^3 = \bar{J}(\psi) a^3,$$

gdzie

$$(2.3) \quad A = \frac{E\eta [(1 \pm \cos \psi)^3 - 2^2]}{3(1-\nu^2)^3}, \quad B = \frac{Ek [(1 \pm \cos \psi)^3 - 2^2]}{3(1+\nu)^3 2^3}.$$

Współczynniki D_i ($i=1, 2, \dots, 8$) zależą od stałych materiału, wymiarów powłoki i od liczb m, n . Ponieważ mają bardzo złożoną budowę, nie podajemy ich tutaj w jawnej postaci.

Po wstawieniu (2.2) do układu równań (2.1) dostaniemy

$$(2.4) \quad \frac{da}{dt} = \frac{\varepsilon a^3}{\pi \Theta} \int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \sin \psi \, d\psi - \frac{\varepsilon a \mu \Omega^2}{\Theta} \sin 2\vartheta, \\ \frac{d\vartheta}{dt} = \Omega - \frac{\Theta}{2} - \frac{\varepsilon \mu \Omega^2}{\Theta} \cos 2\vartheta + \frac{\varepsilon a^2}{\Theta \pi} \int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \cos \psi \, d\psi.$$

W danym przypadku układ równań (2.4) nie daje się scałkować w postaci zamkniętej, toteż do wyznaczenia a i ϑ trzeba stosować metody numeryczne. Na podstawie otrzymanych wyników można sporządzić wykresy przedstawiające krzywe przejścia przez rezonans parametryczny.

3. AMPLITUDA DRGAŃ USTALONYCH

Zajmiemy się z kolei rozpatrzeniem ustalonych drgań parametrycznych. Stacjonarne wartości amplitudy a oraz kąta fazowego ϑ wyznaczmy z równań, które uzyskamy przyrównując do zera prawe strony równań (2.4):

$$(3.1) \quad \frac{\varepsilon a^3}{\pi \Theta} \int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \sin \psi \, d\psi - \frac{\varepsilon a \mu \Omega^2}{\Theta} \sin 2\vartheta = 0, \\ \Omega - \frac{\Theta}{2} - \frac{\varepsilon \mu \Omega^2}{\Theta} \cos 2\vartheta + \frac{\varepsilon a^2}{\Theta \pi} \int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \cos \psi \, d\psi = 0.$$

Równanie (3.1) przekształcimy do postaci

$$(3.2) \quad \sin 2\vartheta = \frac{a^2 \int_0^{2\pi} J(\psi) \sin \psi d\psi}{\mu\pi\Omega^2},$$

$$\left(\frac{\Theta}{2\Omega}\right)^2 = 1 - \varepsilon\mu \left(\cos 2\vartheta - \frac{\sin 2\vartheta \int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \cos \psi d\psi}{\int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \sin \psi d\psi} \right),$$

przy czym w równaniu (3.1) w granicach dokładności pierwszego przybliżenia przyjęto

$$(3.3) \quad \Theta \left(\Omega - \frac{1}{2} \Theta \right) \approx \Omega^2 - \frac{\Theta^2}{4}.$$

W ten sposób otrzymaliśmy zależności wiążące z sobą amplitudę i kąt fazowy. Po wycelowaniu ϑ z (3.1) i uporządkowaniu względem a^2 uzyskamy równanie

$$(3.4) \quad a^4 \left[\left(\int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \sin \psi d\psi \right)^2 + \left(\int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \cos \psi d\psi \right)^2 \right] +$$

$$+ 2a^2 \frac{(\Omega\Theta - \frac{1}{2}\Theta^2) \pi}{\varepsilon} \int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \cos \psi d\psi + \pi^2 \left[\left(\frac{\Omega\Theta - \frac{1}{2}\Theta^2}{\varepsilon} \right)^2 - \mu^2 \Omega^4 \right] = 0.$$

Rozwiązując je względem a^2 oraz uwzględniając (3.3) otrzymamy

$$(3.5) \quad a^2 = \frac{\pi \left(\frac{1}{4} \Theta^2 - \Omega^2 \right) \int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \cos \psi d\psi}{\left[\left(\int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \sin \psi d\psi \right)^2 + \left(\int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \cos \psi d\psi \right)^2 \right] \varepsilon} \pm$$

$$\pm \frac{\pi \sqrt{\mu^2 \varepsilon^2 \Omega^4 \left[\left(\int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \sin \psi d\psi \right)^2 + \left(\int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \cos \psi d\psi \right)^2 \right] - \left(\frac{\Theta^2}{4} - \Omega^2 \right)^2 \left(\int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \sin \psi d\psi \right)^2}}{\left[\left(\int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \sin \psi d\psi \right)^2 + \left(\int_0^{2\pi} \bar{J}(\psi) \cos \psi d\psi \right)^2 \right] \varepsilon}.$$

Wykorzystując funkcję (3.3) możemy sporządzić rezonansowy wykres funkcji $a^2 = f(\Theta^2)$ dla ustalonych wartości pozostałych parametrów.

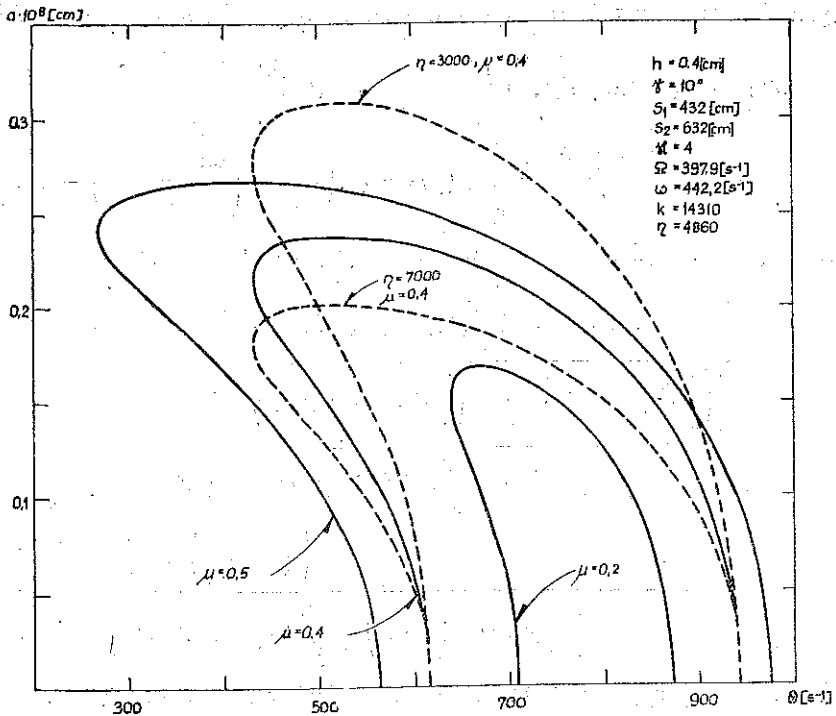
4. OBLICZENIA NUMERYCZNE I WNIOSKI

Dla zilustrowania otrzymanych wyników i wyciągnięcia wniosków przytoczymy szereg przykładów liczbowych. W pierwszej kolejności zajmiemy się wyznaczeniem charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych drgań ustalonych dla różnych parametrów, zgodnie ze wzorem (3.5). Ze względu na złożoność związków, a szcze-

gólnie funkcji tłumienia, w obliczeniach posłużono się komputerem. Obliczenia przeprowadzono dla powłoki w kształcie stożka ściętego, swobodnie podpartej na brzegach, obciążonej wszechstronnym ciśnieniem równomiernym p i siłą wzdłużną N .

Jako wielkości podstawowe przyjęto: odległość od wierzchołka do górnej podstawy $s_1=432$ cm, długość powłoki wzdłuż tworzącej $l=s_2-s_1=200$ cm, grubość powłoki $h=0,4$ cm, moduł sprężystości podłużnej $E=2,1 \cdot 10^6$ kG/cm², współczynnik Poissona $\nu=0,3$, masa właściwa $\rho=0,8 \cdot 10^{-5}$ kGs²/cm⁴, kąt wierzchołkowy $2\gamma=20^\circ$, współczynniki tłumienia $k=16310$ (przy ścinaniu), $\eta=4860$ (przy rozciąganiu), stosunek obciążenia podłużnego do poprzecznego $\kappa=4$ cm.

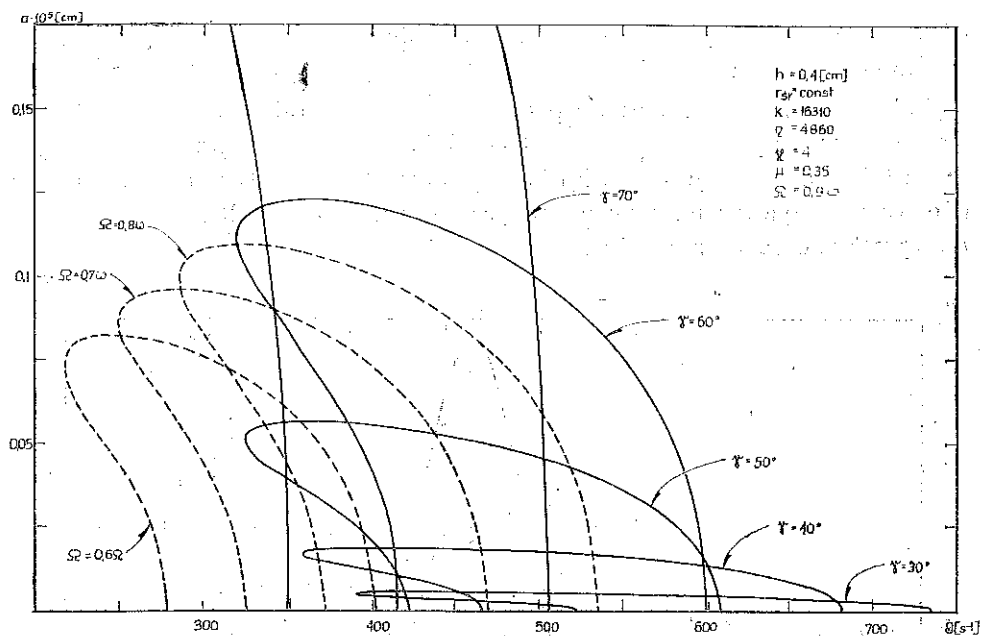
Jeżeli którykolwiek z wymienionych parametrów dla celów analizy ulega zmianie, to zostanie zaznaczony ten fakt na odpowiednim wykresie. Na wykresach podaje się również częstość drgań swobodnych powłoki obciążonej Ω_{mn} , obliczoną po przyjęciu p_0 ze wzoru (1.3).



Rys. 2

Na rys. 2 przedstawiono szereg charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych dla różnych współczynników pulsacji μ_{mn} , przy pozostałych parametrach stałych. Stwierdzić można tutaj, że zwiększeniu współczynnika μ towarzyszy rozszerzenie obszaru ograniczonego krzywą rezonansową, przy jednoczesnym przesuwaniu się wierzchołka tej krzywej w kierunku mniejszych częstości obciążenia wymuszającego Θ . Zbadano również wpływ współczynników tłumienia materiałowego

k i η na przebieg charakterystyk. Liniami przerywanymi na rys. 2 zaznaczono wyniki rozwiązań przy założeniu odpowiednio $\eta=3000$ i $\eta=7000$ dla $\mu=0,4$ i $k=16310$; dla pozostałych parametrów jak poprzednio. W wyniku stwierdzono, że zmniejszenie wartości współczynnika tłumienia η wywołuje przesunięcie ku górze wierzchołka krzywej w pobliżu rezonansu, przy czym dla $\alpha=0$, czyli na osi Θ , krzywe wychodzą z tych samych punktów. W wyniku zmiany współczynnika tłumienia przy ścinaniu k nie stwierdzono wyraźnej zmiany przebiegu charakterystyk. Wydaje się, że współczynnik ten wykazałby istotny wpływ m.in. na powłokę poddaną skręcaniu.



Rys. 3

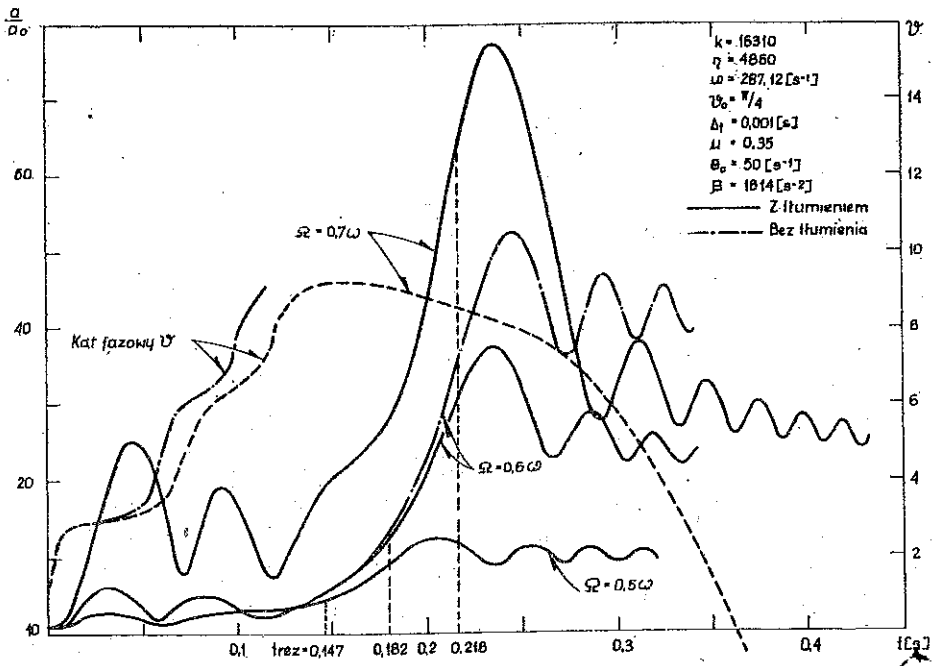
Rys. 3 przedstawia szereg charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych dla różnych kątów wierzchołkowych powłoki 2γ , przy pozostałych parametrach ustalonych. Na wykresach nie zaznaczono liczbowo obliczonej częstości drgań własnych, ω_{nn} , która oczywiście dla każdej powłoki jest inna. Z rys. 3 wynika, że wzrost wartości kąta γ bardzo wyraźnie rozszerza obszar krzywej w pobliżu rezonansu, w kierunku rosnących amplitud i to w sposób nieliniowy. Dla kątów bliskich 90° obszar ograniczony krzywą zostaje bardzo wydłużony przy zwiększeniu amplitudy, co można wykorzystać jako pewną wskazówkę dla projektowania powłok przy obciążeniach dynamicznych. Zbadano również wpływ częstości drgań swobodnych Ω_{nn} , która została przyjęta w odpowiednim stosunku do obliczonej częstości drgań własnych ω_{nn} , przy czym $\Omega_{nn} < \omega_{nn}$, co wynika ze wzoru (1.3). Z rys. 3 widać, że dla mniejszej częstości Ω uzyskuje się zmniejszenie i przesunięcie w lewo, tj. w kierunku mniejszej częstości obciążającego Θ , obszaru ograniczonego charakterystyką w pobliżu rezonansu.

Drugi etap obliczeń stanowi analiza drgań nieustalonych powłoki w pobliżu głównego rezonansu parametrycznego powłoki. W tym celu należy rozwiązać układ równań (2.4) ze względu na amplitudę i kąt fazowy jako funkcje czasu. Jak już wspomniano, rozwiązanie ściśle tego układu jest niemożliwe, w związku z tym zrealizowano całkowanie numeryczne. Zastosowano metodę Rungego-Kutty, wykorzystując komputer. Założono, że chwilowa częstość drgań zewnętrznego obciążenia wymuszającego jest liniową funkcją czasu, tj. zmienia się wg prawa

$$(4.1) \quad \theta(t) = \theta_0 + \beta t,$$

gdzie θ_0 oznacza częstość początkową, β stały współczynnik, odpowiadający szybkości narastania częstości.

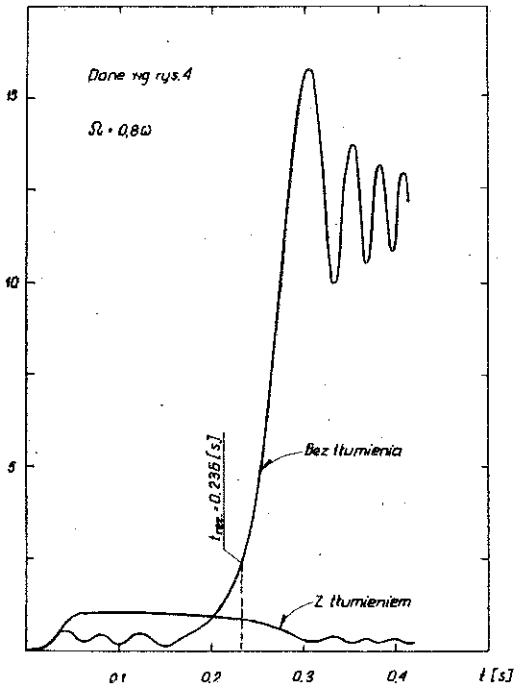
Założono następujące wartości początkowe: $t_0 = 0$, $a_0 = 0,1 \cdot 10^{-6}$ cm, $\vartheta_0 = \pi/4$. Krok całkowania przyjęto równy $\Delta t = 0,001$ s, lub $0,002$ s, co w przybliżeniu odpowiada 1/10 czasu jednego cyklu. Na krzywych (rys. 4 do rys. 9) zaznaczono punkty odpowiadające głównemu rezonansowi parametrycznemu ($\theta = 2\Omega$), obliczając czas t_{rez} z przekształcenia wzoru (4.1).



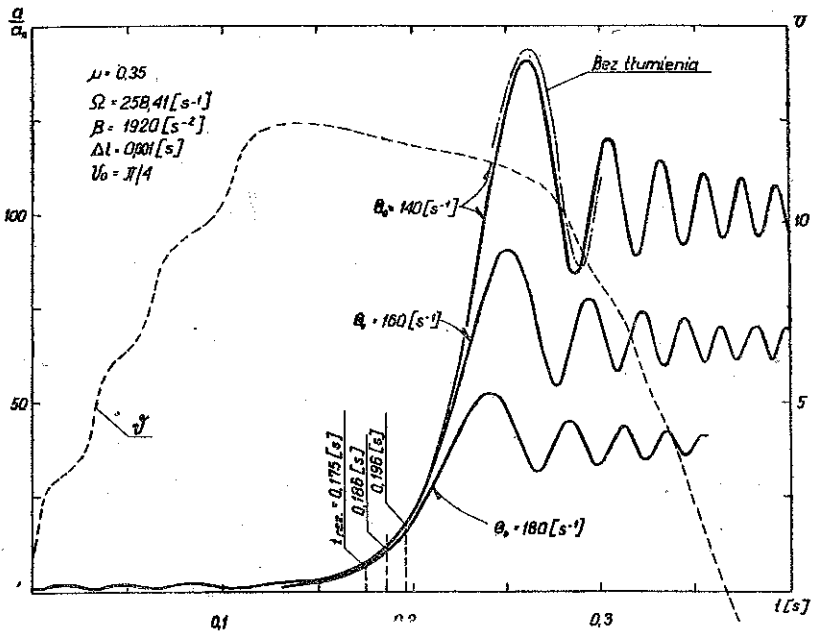
Rys. 4

Na rys. 4 przedstawiono wyniki rozwiązań dla różnych częstości drgań swobodnych układu obciążonego Ω i to zarówno dla materiału z tłumieniem jak i bez tłumienia, co pozwala na wyciągnięcie istotnych wniosków. Z wykresów pokazanych na rys. 4 wynika, że przed momentem, w którym zachodzi główny rezonans parametryczny-amplituda jest mała, natomiast po przejściu przez rezonans gwałtownie

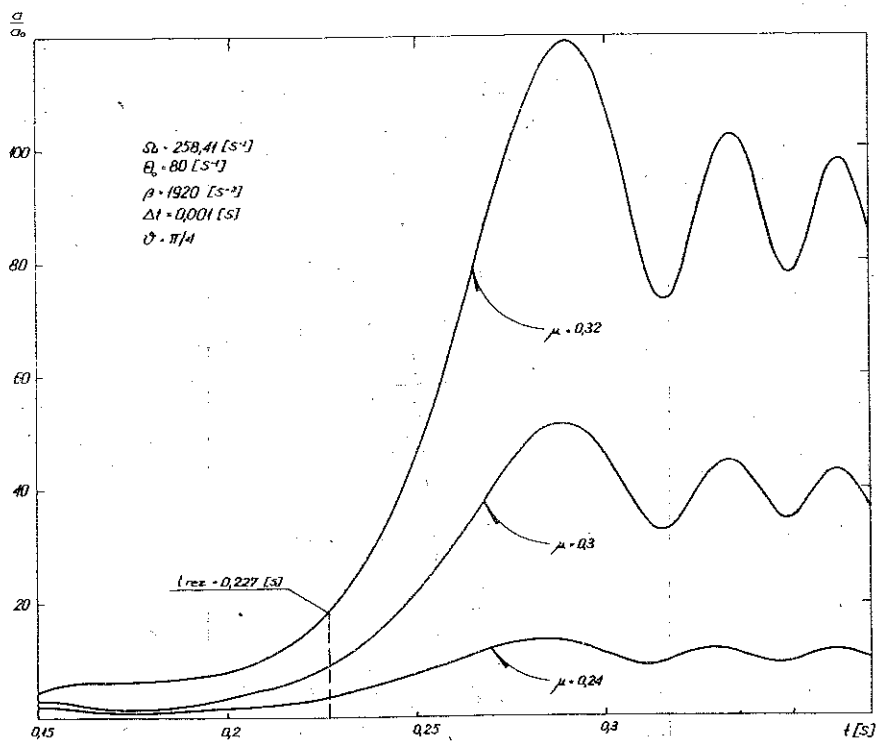
$$\frac{a}{a_0} \cdot 10^{-2}$$



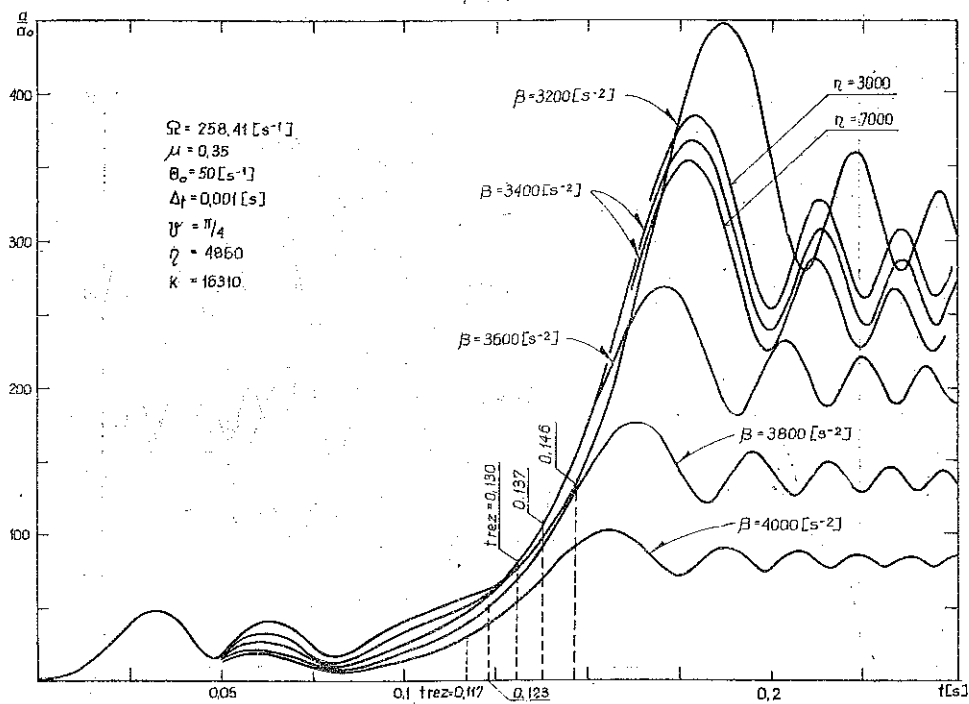
Rys. 5



Rys. 6

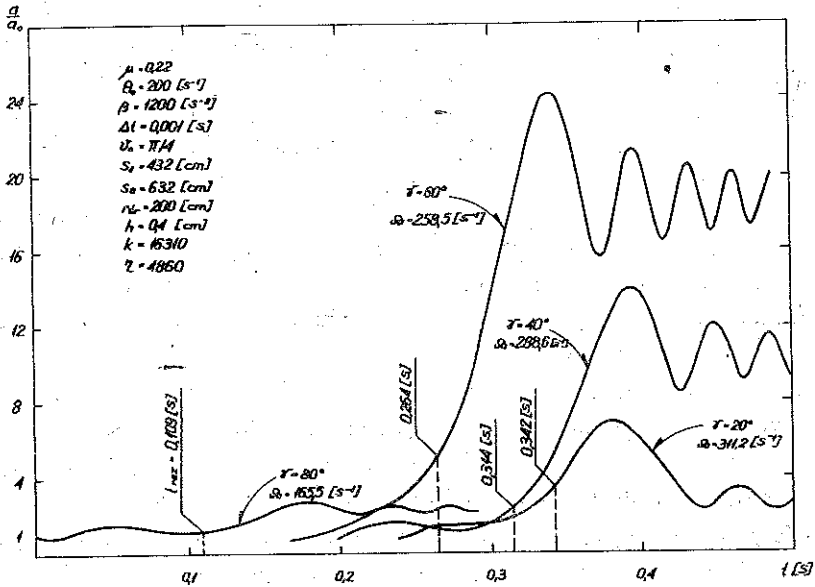


Rys. 7.



Rys. 8

[200]



Rys. 9

narasta. Przy dalszym zwiększaniu czasu amplituda osiąga pewną wartość maksymalną, następnie maleje w postaci nieliniowych oscylacji. Dla przyjętych tutaj parametrów podstawowych stwierdzono wyraźny wpływ tłumienia materiałowego na wartość amplitudy maksymalnej, szczególnie dla większej Ω . Krzywa zaznaczona na wykresie linią kropkową oznacza brak tłumienia materiałowego, co uzyskano z rozwiązania po odrzuceniu wyrazów uwzględniających tłumienie w układzie równań (2.4). Zaobserwować można tutaj wyraźną różnicę w przebiegu obydwu krzywych; np. dla $\Omega = 0,6 \omega$, szczególnie po osiągnięciu amplitudy maksymalnej. Dla $\Omega = 0,5 \omega$ wpływ tłumienia nie jest wielki, intensywność narastania amplitudy po przejściu przez rezonans jest tutaj również mała. Linią przerywaną na rys. 4 zaznaczono wykres kąta fazowego ϑ jako funkcji czasu. Jak widać kąt fazowy, czyli różnica faz pomiędzy drganiami swobodnymi i zewnętrznym wymuszeniem, osiąga wartość maksymalną w otoczeniu rezonansu głównego, po czym nieliniowo maleje, osiągając nawet wartości ujemne. Chwilowy kąt fazowy bez tłumienia posiada jednak wartości wyższe niż z tłumieniem. Na rys. 5 podano rozwiązanie dla tych samych parametrów, co w poprzednim przykładzie, lecz dla częstości $\Omega = 0,8 \omega$. Wpływ tłumienia okazał się tutaj tak duży, że efekt rezonansu nie wywołał w ogóle gwałtownego wzrostu amplitudy, w odróżnieniu od materiału bez tłumienia.

Celem wykresu pokazanego na rys. 6 jest wykazanie, że zmiana częstości początkowej Θ_0 ma istotny wpływ na wzrost amplitudy po przejściu przez rezonans. Im mniejsza wartość Θ_0 , tym amplituda maksymalna większa. Dla przyjętych tutaj parametrów wpływ tłumienia okazał się niewielki.

Rys. 7 pokazuje, że współczynnik pulsacji μ ma również istotny wpływ na wykres amplitudy jako funkcji czasu. Przez zmniejszenie współczynnika μ uzyskuje się

spadek amplitudy maksymalnej. Współczynnik ten nie ma oczywiście wpływu na wartość czasu odpowiadającego rezonansowi parametrycznemu, który dla tego przykładu wynosi $t_{rez}=0,227$ s. W kolejności zbadano wpływ współczynnika β (szybkość narastania częstości obciążenia wymuszającego) na przebieg amplitudy. Dla wybranych wartości w przedziale od 3200 do 4000 s^{-2} zaobserwowano spadek amplitudy maksymalnej ze wzrostem β , co prowadzi do wniosku, że przez rezonans należy przechodzić możliwie szybko, unikając w ten sposób efektu rezonansowego prowadzącego do zniszczenia powłoki. Na wykresie tym pokazano również, że zwiększenie współczynnika tłumienia przy rozciąganiu η prowadzi do nieznacznego obniżenia amplitudy maksymalnej, przy czym charakter przebiegu krzywych pozostaje w przybliżeniu ten sam.

Ostatnim etapem analizy jest badanie wpływu kąta wierzchołkowego 2γ na wykresy krzywych amplitudowych. W obliczeniach założono stały średni promień powłoki $r_{sr}=0,5(s_1+s_2)\sin\gamma$. Stwierdzono, że istnieje tutaj pewna optymalna wartość kąta γ , dla którego amplituda osiąga wartość maksymalną.

Całość przeprowadzonej analizy stwarza pewien obraz zachowania się powłoki obciążonej siłami pulsującymi i może być przydatna przy projektowaniu tego typu konstrukcji. Jako dalszy etap badań związanych z przedstawionym problemem jest weryfikacja eksperymentalna uzyskanych wyników.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. И. А. Митрополски, *Проблемы асимптотической теории нестационарных колебаний*, изд. Наука, Москва 1964.
2. F. TWARDOSZ, *Zagadnienia stateczności dynamicznej powłoki stożkowej. Wyprowadzenie podstawowych równań*. Rozpr. Inż. 27, 2, 1979.
3. F. TWARDOSZ, J. ZIELNICA, *Analiza stateczności dynamicznej powłoki stożkowej obciążonej siłami podłużnymi i wszechstronnym ciśnieniem*, Arch. Bud. Masz. 25, 2, 1978.
4. Писаренко, *Рассеяние энергии при колебаниях механических систем*, АН Укр. ССР, Инст. Пробл. Прочн., Киев 1968.

Резюме

АНАЛИЗ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ КОНИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ЗАТУХАНИИ

Работа содержит анализ параметрических колебаний тонкостенной оболочки, в форме урезанного конуса, свободно подпертой на обеих границах. Параметрические колебания оболочки вынуждены продольными силами и всесторонним равномерным внешним давлением. На основе гипотезы Давиденкова учтено нелинейное материальное затухание. Для анализа использованы результаты рассуждений проведенных в работе [2].

Настоящая работа приводит ряд численных примеров и выводы следующие из их анализа.

SUMMARY

ANALYSIS OF PARAMETRIC VIBRATIONS OF A CONICAL SHELL UNDER
NONLINEAR DAMPING

The paper contains an analysis of parametric vibrations of a thin-walled shell in the form of a truncated cone, simply supported on the both edges. The parametric vibrations are produced by longitudinal forces and uniform external pressure applied to the shell. Nonlinear material damping is taken into account due to the Davidenkov hypothesis. The result of considerations presented in [2] are used. Several numerical examples and their discussion are presented.

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 15 czerwca 1978 r.
