

## NOŚNOŚĆ GRANICZNA PERFOROWANYCH PŁYT ZGINANYCH (\*)

JAN SZLAGOWSKI (WARSZAWA)

W pracy przedstawiono metodę określania nośności granicznej płyt perforowanych będących w stanie czystego zginania. Wykorzystano metodę statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól momentów [4] oraz kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia. Wyniki rozważań teoretycznych zweryfikowano doświadczalnie, zginając na specjalnym przyrządzie serie próbek wykonanych ściśle wg rozważań teoretycznych. Uzyskano dobrą zgodność wyników badań i ocen teoretycznych.

### 1. UWAGI OGÓLNE

Wyznaczenie nośności granicznej płyt o złożonych kształtach, np płyt z otworami lub płyt o nieciągłych warunkach brzegowych, związane jest z wielkimi trudnościami. Szczególnie trudne jest otrzymanie rozwiązań kompletnych, spełniających wszystkie warunki statyczne i kinematyczne. W rozwiązaniach inżynierskich dużą praktyczną przydatność wykazują metody szacowania nośności granicznej oparte na ekstremalnych zasadach teorii plastyczności.

Wykorzystując metodę statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń uzyskano dotychczas cały szereg praktycznych rozwiązań dla płyt o złożonych kształtach [1]. Omawiana metoda pozwala określić dolną ocenę nośności granicznej płyty o danym kształcie lub oszacować jej kształt dla założonej z góry nośności granicznej. Budując następnie kinematycznie dopuszczalne mechanizmy odkształcenia, otrzymamy ich górną ocenę nośności granicznej. Dla płyt analizowanych w pracy [1] przeprowadzono szeroką weryfikację doświadczalną obejmującą obciążenia statyczne i cykliczne zmienne [2, 3]. Uzyskano dobrą zgodność wyników rozważań teoretycznych z badaniami.

Omawiane dotychczas rozwiązania dotyczyły stanu tarczowego obciążenia płyty. Pewnym ich uogólnieniem na stan czystego zginania płyt jest praca [4]. Przedstawiono w niej założenia metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól momentów, będącej rozwinięciem metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń. Pola momentów wewnętrznych w płycie składały się z obszarów jednorodnego stanu zginania, przedzielonych liniami nieciągłości momentów. Na ich podstawie określono dolną ocenę nośności granicznej płyt o stałej grubości znajdujących się w stanie czystego zginania (w płycie nie występują siły poprzeczne i podłużne).

(\*) Praca wykonana w ramach problemu węzłowego 05.12, pt. „Wytrzymałość i optymalizacja konstrukcji maszynowych i budowlanych”, koordynowanego przez IPPT PAN.

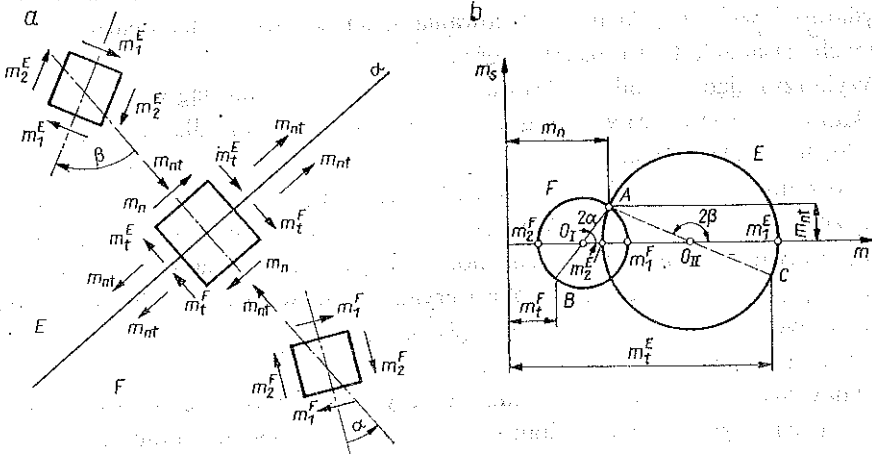
Rozwiązania uzyskano dla płyt o przekroju poprzecznym pełnym jak i sandwiczowym.

W ramach niniejszej pracy zajmiemy się przedstawianiem możliwości praktycznego wykorzystania skatalogowanych rozwiązań pól naprężeń [5] (po ich przekształceniu na pola momentów) do określania nośności granicznej różnych typów płyt znajdujących się w stanie czystego zginania. Zajmiemy się szczegółowo oszacowaniem optymalnej wartości rozstawu rzędu dwóch otworów  $S$  w płycie przedstawionej na rys. 2. Zachowamy jako stałe średnice otworów  $d$  oraz odległość pomiędzy otworami w rzędzie  $t$ . Wartość parametru  $S$  oszacujemy na podstawie metody statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól momentów (ocena ogólna) oraz metody kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów odkształcenia (ocena dolna). Następnie sprawdzimy doświadczalnie praktyczną przydatność zaproponowanych metod, badając modele płyt na specjalnym przyrządzie, w którym można wywołać stan czystego zginania.

## 2. OCENA DOLNA NOŚNOŚCI GRANICZNEJ PŁYT PERFOROWANYCH

### 2.1. Uwagi ogólne

Dla zapewnienia lepszej przejrzystości niniejszej pracy przytoczymy za pracą [4] podstawowe zależności występujące na linii nieciągłości momentów (rys. 1). Z warunków równowagi małego elementu, przez który przechodzi linia nieciągłości  $\alpha$ ,



Rys. 1. Linia nieciągłości momentów

wynika równość po obu jej stronach momentów zginających  $m_n$  i skręcających  $m_{nt}$  <sup>(1)</sup>. Jedynie momenty zginające  $m_t$  mogą być nieciągłe i zmieniać się skokowo.

Stan momentów na płaszczyźnie kół Mohra przedstawiono na rys. 1b. Momenty  $m_n$  i  $m_{nt}$  w przekroju równoległym do linii nieciągłości odwzorowuje punkt A przecięcia się obu kół Mohra.

(1) Na wszystkich rysunkach w pracy momenty oznaczono wektorowo.

Zwiększając liczbę jednorodnych pól momentów i dzielących je linii nieciągłości, możemy kształtować płyty o złożonych kształtach. Dla określonego układu pól momentów najlepszą, a więc najwyższą, ocenę dolną nośności granicznej otrzymamy w przypadku, gdy w maksymalnej liczbie obszarów tego układu występuje graniczny stan wyężenia.

Dla warunku Treski w danym obszarze muszą być więc spełnione nierówności

$$(2.1) \quad \begin{aligned} & |m_1 - m_2| \leq m_{p1} \quad \text{dla} \quad m_1 m_2 \leq 0 \\ \text{lub} \quad & |m_1| \leq m_{p1}, \quad \text{lub} \quad |m_2| \leq m_{p1} \quad \text{dla} \quad m_1 m_2 > 0. \end{aligned}$$

Dla warunku Hubera-Misesa powinno być spełnione równanie!

$$(2.2) \quad m_1^2 - m_1 m_2 + m_2^2 \leq m_{p1}^2.$$

Jednostkowy moment graniczny  $m_{p1}$  wyznaczamy ze wzoru (dla jednostkowej szerokości płyty)

$$(2.3) \quad m_{p1} = \frac{\sigma_{p1} h^2}{4},$$

gdzie  $\sigma_{p1}$  oznacza granicę plastyczności materiału płyty, a  $h$  jej grubość (równie łatwo można napisać zależność (2.3) dla płyt sandwiczowych [4]).

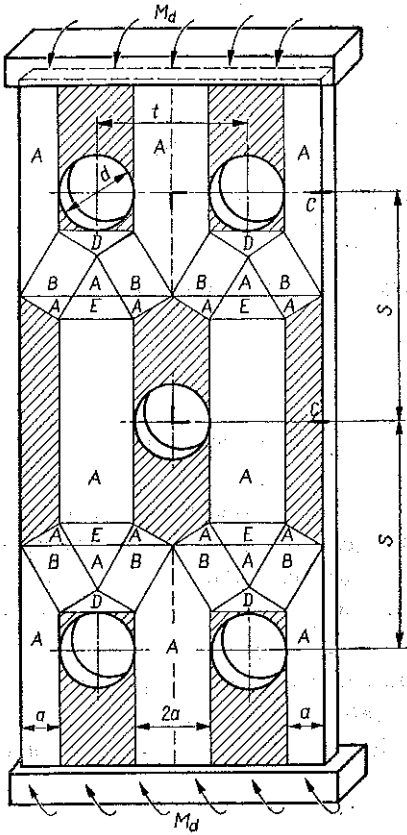
Prosta analiza pokazuje, że istnieje pełna analogia rozwiązań podstawowych układów pól naprężeń i układów pól momentów, jeżeli chodzi o parametry geometryczne ([4]). Wykorzystując rozwiązania elementarnych układów pól naprężeń możemy więc uzyskać identyczne układy pól momentów, przeliczając jedynie naprężenia na momenty wg zależności (2.3). Dogodnie jest korzystać z rozwiązań elementarnych układów przedstawionych w pracy [5]. Dla danego układu przyjmujemy z tablic wszystkie parametry geometryczne, a naprężenia przeliczamy na momenty wg wzoru (2.3). Sposób postępowania przedstawimy na przykładach dwóch płyt perforowanych.

## 2.2. Statycznie dopuszczalne pola momentów

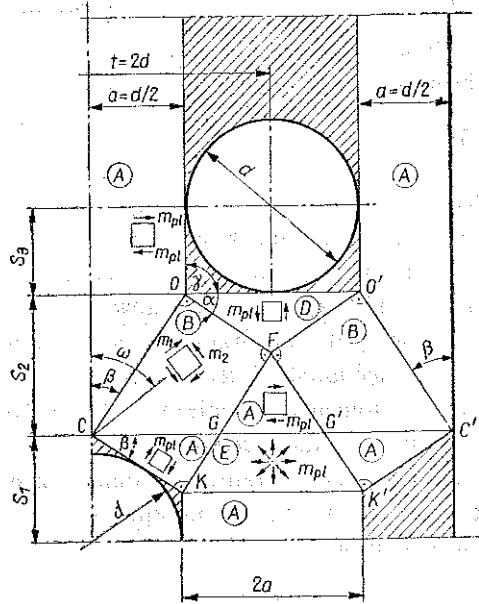
Rozpatrzmy płytę z pięcioma otworami (rys. 2) zginaną granicznymi momentami  $M_d$ . Naszym zdaniem będzie wyznaczenie wzajemnych proporcji rozstawienia otworów  $S$  jako funkcji średnicy otworów  $d$  oraz podziałki  $t=2d$ . Należy wyznaczyć taką minimalną wartość  $S$ , aby nośność graniczna całej płyty nie była mniejsza od nośności przekroju osłabionego dwoma otworami. Wartość granicznego momentu  $M_d$  (wg oceny dolnej) wyznaczmy, stosując statycznie dopuszczalne pole momentów przedstawione schematycznie na rys. 2. Składa się ono z kombinacji jednorodnych obszarów zginania oznaczonych przez  $A$ ,  $B$ ,  $D$  i  $E$ . Wobec widocznej na rys. 2 symetrii pola wystarczy szczegółowo rozpatrzeć jego wycinek  $c-c$ .

Pole wpisane w wycinek  $c-c$  płyty (rys. 3) powstało z połączenia dwóch elementarnych układów linii nieciągłości momentów [4], które mają taką samą konfigurację jak pole naprężeń typu  $E$  omówione w pracy [5]. W naszym przypadku (dla warunku Treski) w punktach  $0$  i  $0'$  mamy  $\gamma=90^\circ$ . Pozostałe parametry pola są następujące  $\alpha=\beta=30^\circ$ ,  $\omega=60^\circ$ . W obszarach  $A$  występuje stan jednoosiowego zginania momentami  $m_{p1}$ . W obszarze  $D$  panuje również jednokierunkowe zginanie

momentami  $m_{p1}$ , lecz o przeciwnym znaku niż w obszarze  $A$ . W obszarach  $B$  mamy stan czystego skręcania ( $m_1 = -m_2 = m_{p1}/2$ ). Łącząc wzdłuż osi symetrii dwa pola elementarne otrzymamy dodatkowo obszar  $K' G' G K'$ , w którym panuje stan



Rys. 2. Statycznie dopuszczalne pole momentów dla perforowanej płyty zginanej



Rys. 3. Statycznie dopuszczalne pole momentów dla  $S=S^0$

izotropowego zginania momentami  $m_{p1}$  (obszar  $E$ ). W analizowanym polu momentów we wszystkich obszarach, poza zakreślowanymi zerowymi, wyężenie materiału jest graniczne. Przedstawione pole jest statycznie dopuszczalne dla dowolnego stosunku wymiarów  $K=2a/(2a+d)$ . Dla pewnych wartości stosunku  $K$  różni się jedynie nieco swoją budową (rys. 4a). Linia nieciągłości momentów  $CGG' C$  przechodzi wtedy powyżej punktu  $F$  i powstaje dodatkowo obszar zerowy  $FGG'$  (rys. 4a).

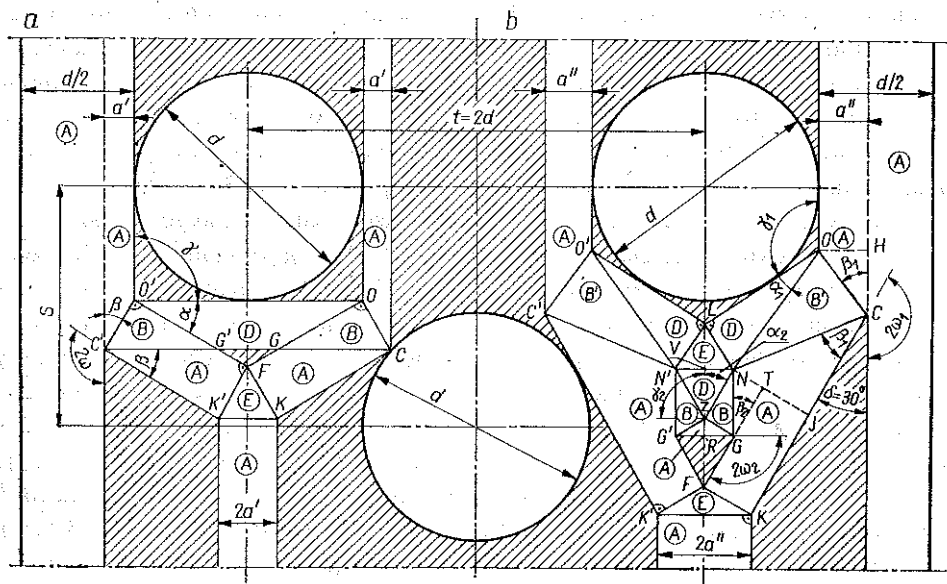
Analogicznie można zbudować identyczne pole momentów (rys. 3), stosując warunek plastyczności Hubera–Misesa. Różnice występują jedynie w wartości kątów:  $\alpha = \beta = 35^\circ 16'$ ,  $\omega = 62^\circ 38'$  dla  $\gamma = 90^\circ$  oraz momentów w polach oznaczonych przez  $B$ . Mamy tam  $m_1 = -m_2 = m_{p1}/\sqrt{3}$ . Także we wszystkich obszarach tego pola wyężenie materiału jest graniczne.

Minimalny wymiar  $S$  otrzymamy w przypadku, gdy kontur pola omawianego na rys. 3 jest styczny do otworów, a cały przekrój rzędu zawierającego dwa otwory

obciążony jest momentem granicznym  $m_{pl}$ . Taka sytuacja występuje na rys. 3. Z prostych zależności geometrycznych otrzymamy

$$(2.4) \quad S^0 = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{d}{2\cos\beta} + \frac{d}{2\operatorname{tg}\beta} + \frac{d}{2},$$

gdzie dla warunku Treski  $\beta=30^\circ$ , a dla warunku Hubera–Misesa  $\beta=35^\circ 16'$ .



Rys. 4. Statycznie dopuszczalne pola momentów dla  $S < S^0$

Warunek plastyczności Hubera–Misesa daje nam w przybliżeniu o ok. 6,4% niższą ocenę wymiaru  $S$ .

Moment graniczny (wg oceny dolnej) dla płyty z rys. 2 wyznaczmy więc ze wzoru

$$(2.5) \quad M_d = 4a m_{pl}.$$

Dla przypadku z rys. 3 moment ten jest równy nośności przekroju osłabionego dwoma otworami ( $a=d/2$ ):

$$(2.6) \quad M_0 = 2dm_{pl}.$$

Współczynnik nośności granicznej (wg oceny dolnej) płyty, zdefiniowany jako stosunek momentu granicznego do nośności przekroju osłabionego dwoma otworami, wynosi w tym przypadku

$$f_g = \frac{M_d}{M_0} = 1,0.$$

Gdy rozstaw otworów  $S$  jest większy od wyznaczonego ze wzoru (2.4), współczynnik nośności płyty nie ulega zmianie ( $f_g=1,0$ ). Zmienia się jedynie usytuowanie

pola omawianego na rys. 3. Jego zewnętrzna krawędź  $CK$  nie będzie styczna do konturu środkowego otworu. Powstają wtedy dodatkowe obszary zerowe (zakreskowane). Taki przypadek przedstawiono na rys. 2.

Dla rozstawienia otworów  $S$  mniejszego od wyznaczonego ze wzoru (2.4) możemy jedynie zbudować pola momentów, które nie wykorzystują w pełni nośności przekroju osłabionego dwoma otworami. Na rys. 4 pokazano dwa warianty takich pól wraz z występującymi tutaj obszarami wolnymi od obciążeń (zakreskowane). Pole pokazane na rys. 4a składa się z elementarnego pola momentów omówionego poprzednio (rys. 3), w którym  $a' \leq d/2$  oraz przylegającego do zewnętrznej krawędzi płyty pasa [szerokość  $(d/2 - a')$ ], w którym panuje stan jednoosiowego zginania momentami  $m_{pl}$  (obszar  $A$ ). Takie pole możemy zbudować dla dowolnego rozstawienia otworów  $d/2 < S \leq S^g$ . Dla  $S = d/2$  otwór centralny przechodzi przez punkt 0 pola momentów (rys. 4a) i nie można otrzymać pola wg rys. 3. W tym przypadku pole momentów w płycie składa się z dwóch pasów jednoosiowego zginania (obszary  $A$ ) o szerokości  $d/2$ . Dla rozstawienia  $S^1 \leq d/2 (1 + \text{ctg } \beta)$  mamy sytuację przedstawioną na rys. 4a. Otwór centralny płyty dla danego  $S$  odcina na prostej prowadzonej ze stałego punktu 0 pod kątem  $90^\circ - \beta$  do poziomu odcinek  $OC$ . Umożliwia to zbudowanie całego pola momentów obejmującego otwór boczny pasami jednoosiowego zginania (rys. 4a) o szerokości  $a' < d/2$ . Dla  $S^1 \leq S \leq S^g$  mamy sytuację analogiczną do przedstawionej na rys. 3. Otwór centralny jest teraz styczny do linii  $CK$  zewnętrznego konturu pola. Proste zależności geometryczne pozwalają określić szerokość  $a'$  pasa jednoosiowego zginania. Taką analizę przeprowadzono dla warunku plastyczności Treski ( $\beta = 30^\circ$ ) oraz warunku Hubera-Misesa ( $\beta = 35^\circ 16'$ ).

Współczynnik nośności granicznej płyty wynosi (rys. 4)

$$(2.7) \quad f_d = \frac{M_d}{M_0} = \frac{2a' + d}{2d} = \frac{a'}{d} + 0,5$$

Dla niektórych wartości parametru  $S$  wyższą ocenę dolną współczynnika nośności (2.7) otrzymamy stosując pole momentów pokazane na rys. 4b ( $a' > a$ ). Ten typ pola był analizowany dla naprężeń w pracy [1]. Wykorzystując stabilizowane rozwiązania pracy [5] oraz wzór (2.3) możemy łatwo uzyskać analogiczne pole momentów. Jego podstawową część stanowią cztery pola momentów typu  $E$  (por. [5]), przy czym punktem wyjścia dla ustalenia wielkości kąta  $\delta$  (rys. 4b) jest dana wartość  $\gamma_2 = 90^\circ$  dla obu pól typu  $E$  przylegających do osi symetrii pola (odcinek  $RV$ ). W punkcie  $Z$  pola typu  $E$  ograniczonego liniami  $VNTGRZ$  mamy identyczną sytuację jak w punkcie 0 pola z rys. 4a (takie same kąty i momenty w analogicznych obszarach). Przyjmując warunek Treski dla  $\gamma_2 = 90^\circ$  otrzymamy  $2\omega_2 = 120^\circ$ ,  $\beta_2 = \alpha_2 = 30^\circ$ . Z zależności  $\delta = \beta_2$  otrzymamy  $\delta = 30^\circ$ . Dla drugiego rodzaju pól typu  $E$  (np. pole  $OLNJCH$ ) z tablic w pracy [5] otrzymamy dla  $2\omega_1 = 150^\circ$ ; pozostałe parametry pola  $\alpha_1 = 21^\circ 05'$ ,  $\beta_1 = 37^\circ 30'$ ,  $\gamma_1 = 122^\circ 50'$ . Jedynie w obszarach  $OCN$  i  $O' C' N'$  (oznaczenie  $B'$ ) momenty główne  $m_1 = 0,741 m_{pl}$ ,  $m_2 = -0,259 m_{pl}$  będą inne niż dla pola z rys. 3.

Te cztery pola typu  $E$  połączono ze sobą obszarem  $LN'N$  izotropowego zginania momentami  $m_{pl}$  (obszar  $E$ ). Dobudowano do nich dwa obszary ( $TJKF$

i  $T' J' K' F'$  jednokierunkowego zginania momentami  $m_{p1}$  (obszary  $A$ ) połączone ze sobą obszarem ( $K' FK$ ) izotropowego zginania (obszar  $E$ ). Takie pole momentów ( $\delta=30^\circ$ ) można zbudować dla pewnego przedziału jego wymiarów:

$$(2.8) \quad 0,705 \leq \frac{d}{d+2a''} < 1,0.$$

Dla warunku Hubera–Misesa ulegną jedynie zmianie w omawianym polu (rys. 4b) kąty i momenty w poszczególnych obszarach. Dla  $\gamma_2=90^\circ$  otrzymamy  $2\omega_2=125^\circ 16'$ ,  $\beta_2=\alpha_2=\delta=35^\circ 16'$  oraz  $2\omega_1=144^\circ 44'$ ,  $\beta_1=42^\circ 01'$ ,  $\alpha_1=27^\circ 53'$ ,  $\gamma_1=111^\circ 19'$ .

W obszarach  $B'$  momenty główne będą równe  $m_1=0,741 m_{p1}$ ,  $m_2=-0,397 m_{p1}$ . To pole momentów ( $\delta=35^\circ 16'$ ) możemy zbudować dla

$$(2.9) \quad 0,646 \leq \frac{d}{d+2a''} < 1,0.$$

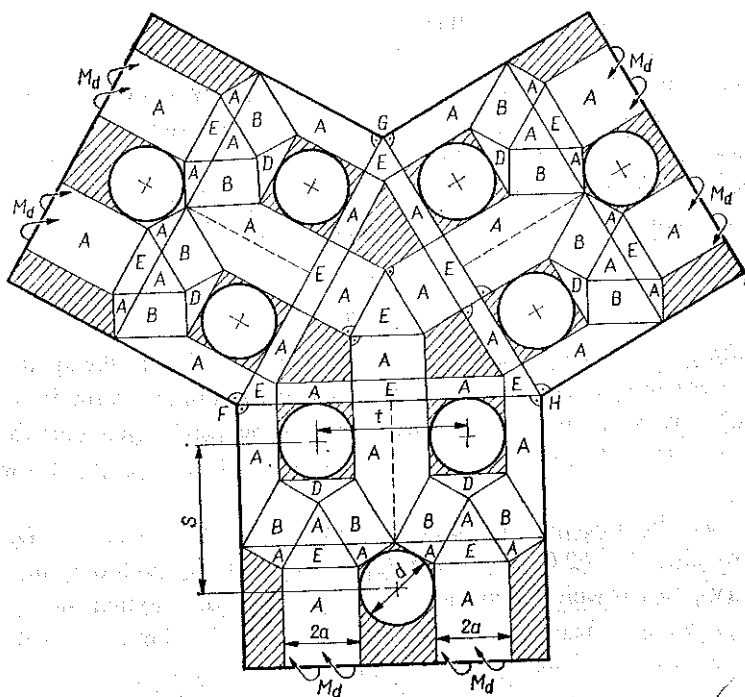
Gdy  $d/(d+2a'') < 0,705$  dla warunku Treski i  $d/(d+2a'') < 0,646$  dla warunku Hubera–Misesa można otrzymać pole z rys. 4b, lecz dla innego kąta  $\delta$ : mniejszej od wyżej omówionych przypadków granicznych. Nie będziemy tych pól szczegółowo omawiać (por. [1 i 5]) możemy jedynie stwierdzić, że sposób postępowania jest analogiczny.

Pole z rys. 4b możemy otrzymać począwszy od  $S > d/2 \cos \gamma/2$ . Dla rozstawienia otworów  $S^I \leq d/2 (\cos \gamma/2 + \operatorname{ctg} \beta)$  mamy sytuację podobną do przedstawionej na rys. 4a i równie łatwo możemy narysować pole momentów wyznaczając szerokość pasów  $a''$ . Współczynnik nośności granicznej obliczamy wg wzoru (2.7) podstawiając jedynie  $a''$  na miejsce  $a$ . Gdy  $S > S^I$ , mamy sytuację pokazaną na rys. 4b. Otwór centralny jest styczny do zewnętrznego konturu pola  $C' K'$ , przez co mamy jednoznacznie określoną szerokość pasów jednoosiowego zginania  $a''$ . Rozstawienie otworów  $S$  możemy zwiększać do momentu, kiedy zależności (2.8) lub (2.9) są spełnione. Dla większej wartości parametru ( $S > S^{II}$ ) szukamy pola momentów (wg rys. 4b) o innej wartości kąta  $\delta$  — mniejszej od rozpatrywanych granicznych przypadków. Dla pewnego rozstawienia otworów  $S^{III}$  oba rozwiązania z rys. 4 dają identyczną ocenę nośności granicznej.

Dla parametru  $S^{III} \leq S \leq S^g$  wyższą ocenę nośności otrzymamy dla pola z rys. 4a. Dla obu typów pól momentów (warunek Treski i Hubera–Misesa) dla zmieniającego się rozstawu otworów  $S$  rozwiązano wykreślić szereg zadań wyznaczając szerokości pasów  $a'$  lub  $a''$ , a następnie obliczono wartości współczynnika nośności wg oceny dolnej (2.7). Wyniki tej analizy przedstawiono na rys. 10.

Możliwości wykorzystania metody statycznie dopuszczalnych nieciąglych pól momentów dla kształtowania płyt o bardziej skomplikowanych kształtach pokazano na rys. 5. Mamy tutaj przypadek połączenia trzech identycznych płyt zginanych, z których każda została oszacowana wg pola momentów z rys. 3. Elementem łączącym płyty jest trójkąt równoboczny  $FGH$ , w którym panują stany jednoosiowego zginania momentami  $m_{p1}$  (obszary  $A$ ) oraz istnieją obszary izotropowego zginania momentami  $m_{p1}$  (oznaczenie  $E$ ). Występują tam także obszary zerowe (zakreskowane). Moment graniczny dla tak ukształtowanej płyty wyznaczymy ze wzoru (2.6). Przy-

kładów kształtowania różnorodnych typów płyt perforowanych można otrzymać więcej, lecz nie będziemy ich zamieszczać, mając na uwadze utrzymanie przejrzystości całej pracy.



Rys. 5. Płyta zginana o złożonym kształcie

### 3. OCENA GÓRNA NOŚNOŚCI GRANICZNEJ PŁYTY PERFOROWANEJ

Ocenę górną nośności dla płyty przedstawionej na rys. 2 otrzymamy, zakładając dowolny kinematycznie dopuszczalny mechanizm odkształcenia, np. przedstawiony na rys. 6a. Płyta ulega zniszczeniu przez powstanie przegubów plastycznych w obu rzędach zawierających po dwa otwory. Możliwy jest również mechanizm polegający na powstaniu tylko jednego przegubu plastycznego w rzędzie zawierającym jeden otwór (linia przerywana na rys. 6a). Już prosta analiza pokazuje, że ten drugi mechanizm daje ocenę zawyżoną w całym przedziale wartości  $S$ .

Zajmiemy się więc mechanizmem zniszczenia przedstawionym na rys. 6a. Porównując pracę momentów zewnętrznych z pracą dysypowaną w przegubach plastycznych otrzymamy równanie

$$2M_g \delta\varphi = 2\delta\varphi m_{p1} x,$$

z którego wyznaczymy graniczny moment zginający płytę (wg oceny górnej)

(3.1)

$$M_g = x m_{p1},$$

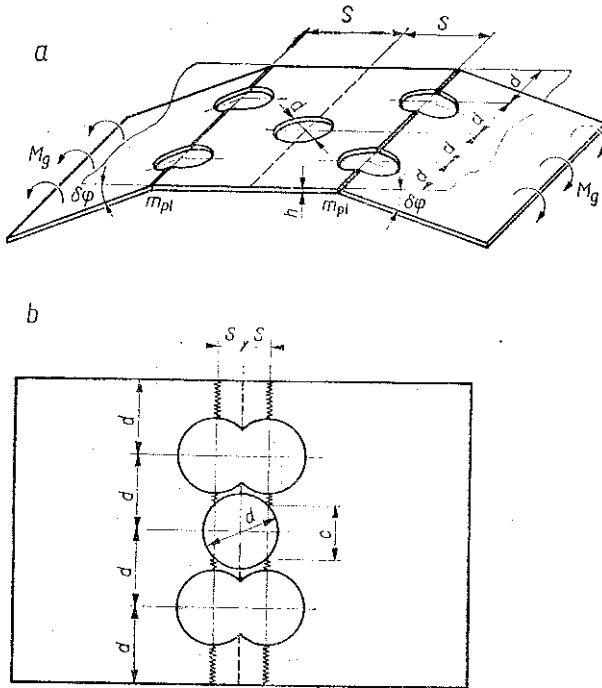
gdzie  $x$  oznacza długość jednego przegubu plastycznego.



Współczynnik nośności granicznej płyty (wg oceny górnej) określimy więc ze wzoru

$$(3.2) \quad f_g = \frac{M_g}{M_0} = \frac{x}{2d}$$

Dla rozstawienia rzędu dwóch otworów  $S \geq d/2$  mamy  $x=2d$  i w tym przypadku  $f_g=1,0$ .



Rys. 6. Kinematycznie dopuszczalny mechanizm odkształcenia dla płyty perforowanej

W przedziale  $0 \leq S < d/2$  długość przegubu plastycznego ulega zmniejszeniu (rys. 6b).

Jak łatwo określić w tym przypadku

$$(3.3) \quad x = 2d - c = 2d - \sqrt{d^2 - 4S^2}$$

Współczynnik nośności możemy określić teraz ze wzoru (por. (3.2))

$$(3.4) \quad f_g = \frac{2d - \sqrt{d^2 - 4S^2}}{2d}$$

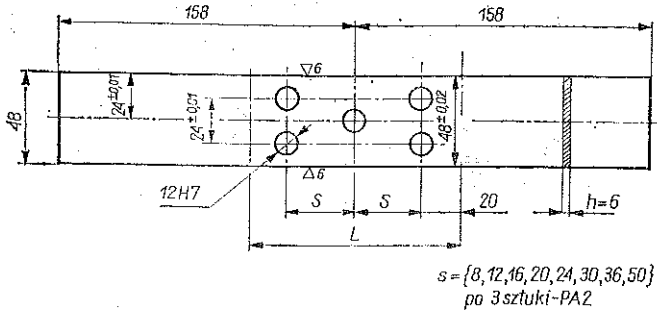
W granicznym przypadku dla  $S=0$  występuje mechanizm polegający na powstaniu jednego przegubu plastycznego w rzędzie zawierającym trzy otwory (linia przerywana na rys. 6b), dla którego współczynnik nośności  $f_g=0,5$ .

Obliczone wg wzoru (3.4) wartości oceny górnej współczynnika nośności dla zmieniającego się rozstawienia otworów  $S$  podano na rys. 10.

## 4. WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA

## 4.1. Przygotowanie próbek

Chcąc sprawdzić praktyczną przydatność podanej w punktach 2 i 3 metody szacowania nośności granicznej płyty perforowanej, przeprowadzono badania próbek dotyczące wpływu parametru  $S$  (odległość między rzędami otworów) na



Rys. 7. Model płyty zginanej

nośność całego elementu. Wymiary próbek dobrano na podstawie przeprowadzonej analizy teoretycznej, przyjmując stałą średnicę otworu  $d=12$  mm oraz stałą podziałkę między otworami  $t=24$  mm. Kształt i wymiary próbek pokazano na rys. 7. Próbkę wycinano z jednego arkusza blachy o grubości 6 mm (stop aluminium PA2) zgodnie z kierunkiem walcowania. Wykonano po 3 sztuki próbek dla każdej z ośmiu serii różniących się wymiarem  $S=\{8, 12, 16, 20, 24, 30, 36, 50\}$  mm. Wykonano także próbki materiałowe o wymiarach zgodnych z rys. 7, lecz bez wywierconych otworów  $\varnothing 12$  mm.

## 4.2. Przebieg badań

Czyste zginanie badanych próbek uzyskano przez zastosowanie specjalnego przyrządu opracowanego w Zakładzie Obróbki Plastycznej Instytutu Technologii Bezwiórowych Politechniki Warszawskiej.

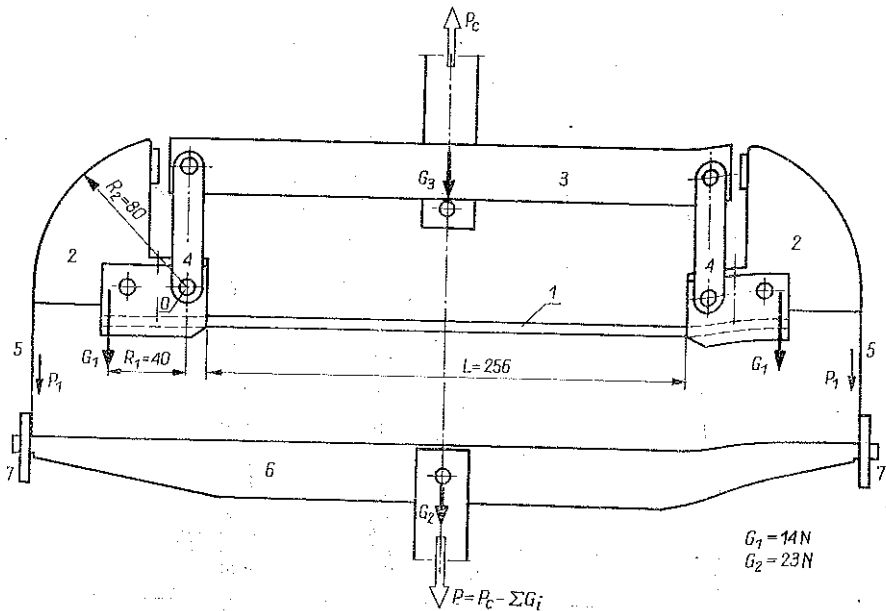
Przyrząd ten (rys. 8) adaptowano do naszych badań wykonując nowe belki: górną i dolną (oznaczone przez 3 i 6).

Metoda tego typu badań została podana w pracy [6]. Przyrząd mocowano w uchwytach maszyny wytrzymałościowej Instron 1115. Badana próbka 1 była umieszczona pomiędzy parą szczęk obrotowych 2 (rys. 8). Środkowa część próbki o stałej długości  $L=256$  mm była swobodna. Wymuszone przez układ maszyny przesuwanie belki 6 ku dołowi ze stałą prędkością  $v=5$  mm/min powodowało za pośrednictwem strzemion 7 i cięgien elastycznych 5 obrót szczęk 2 względem punktu 0. Następowo wtedy gięcie próbki, w którym z dużym przybliżeniem można było przyjąć stałą wartość momentu zginającego na długości  $L$  próbki.

Przebieg siły  $P$  jako funkcji przesunięcia belki 6 rejestrowano w sposób ciągły, aż do momentu zniszczenia próbki. Strzemiona 5 odwijają się z powierzchni walcowej szczęk 2 o stałym promieniu  $R_2$ . Moment zginający możemy więc wyznaczyć z równowagi względem punktu 0 (rys. 8). Po przekształceniach otrzymamy

$$(4.1) \quad M = G_1 R_1 + 0,5 R_2 (P + G_2),$$

gdzie  $P$  [N] oznacza siłę rejestrowaną przez układ  $x-y$  maszyny wytrzymałościowej.



Rys. 8. Przyrząd do czystego zginania płyty

Po umocowaniu przyrządu w uchwytych maszyny wytrzymałościowej zerwano układ rejestrujący. W tym przypadku próbka była już obciążona wstępnym momentem zginającym wynikającym z sił ciężkości pochodzących od szczęk obrotowych 2 i belki dolnej 6. Fakt ten uwzględniono we wzorze (4.1).

Po podstawieniu konkretnych wartości sił i promieni wg rys. 8 otrzymaliśmy funkcję

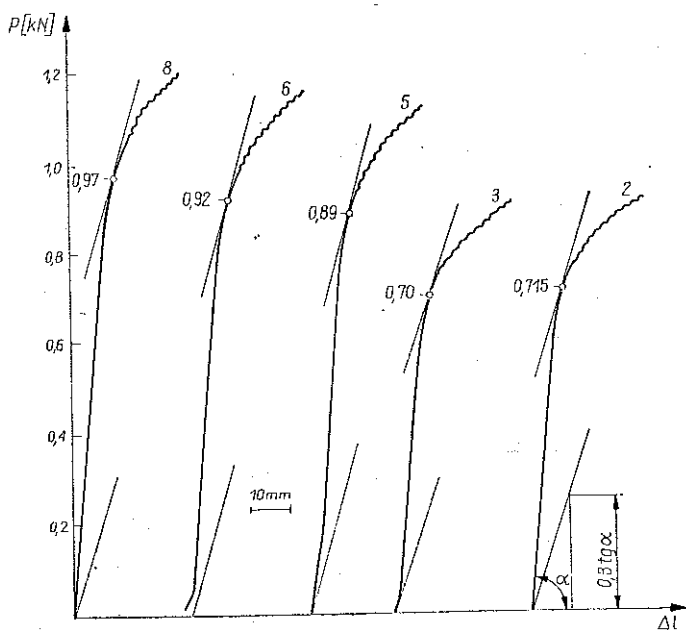
$$(4.2) \quad M = 1480 + 40 P \quad [\text{Nmm}],$$

z której można wyznaczyć moment zginający  $M$  dla odpowiadającej jej siły obciążającej  $P$ .

#### 4.3. Omówienie wyników badań

Ogółem przebadano 24 płyty perforowane o różnej wartości rozstawu  $S$  oraz 9 próbek materiałowych. Dla każdej uzyskano wykres siły obciążającej przyrząd jako funkcji przemieszczenie belki 6. Zniszczenie próbek następowało w sposób zgodny z mechanizmem kinematycznym przedstawionym na rys. 6a.

Kilka z uzyskanych wykresów przedstawiono na rys. 9. Nie widać na nich wyraźnie zaznaczonej siły granicznej (dotyczy to wszystkich próbek). Chcąc otrzymać porównywalne wyniki umownie określono siłę graniczną w momencie, gdy moduł styczny był równy 30% modułu sprężystego próbki (rys. 9). Jest to jedna z metod określania sił granicznych stosowana powszechnie w pracach poświęconych teorii nośności granicznej (por. np. [1]).



Rys. 9. Wykresy zginania różnych modeli płyt

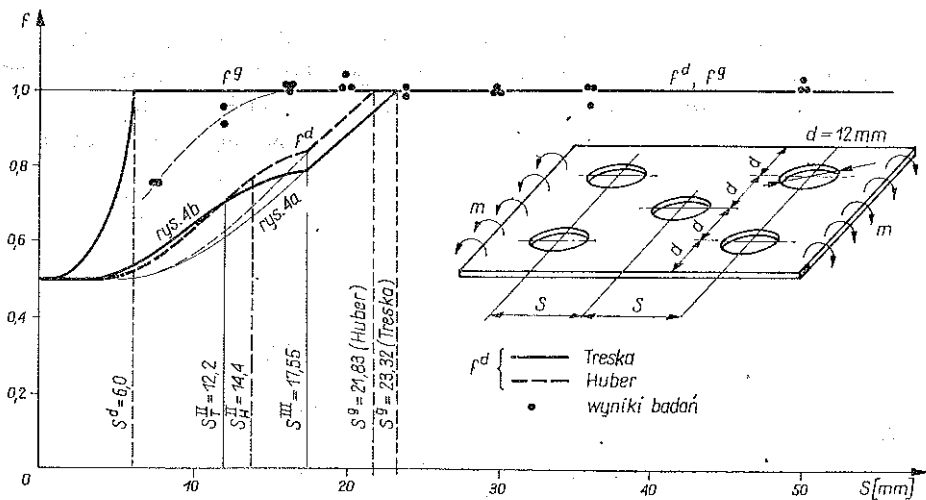
Tak otrzymane siły graniczne zamieszczono w tabelicy 1. Podano tam jedynie te wartości sił dla próbek materiałowych, które obrazują ich maksymalny rozrzut. W tabelicy 1 zamieszczono także wyniki obliczeń (4.2) granicznego momentu zginającego  $m$  oraz minimalnego przekroju poprzecznego próbek wyznaczonego na podstawie przeprowadzonej przed badaniami analizy wymiarowej. Następnie określono momenty zginające przypadające na jednostkę przekroju minimalnego próbki. Można tak było uczynić, gdyż różnice grubości próbek ( $h$ , rys. 7) mieściły się w przedziale 0,14 mm.

Na podstawie wyników wszystkich próbek materiałowych wyznaczono średni jednostkowy moment plastyczny ( $m_{pl\dot{s}r}^x$ ) dla całej serii próbek, a także w ten sam sposób określono jednostkowy graniczny moment zginający ( $m^x$ , tabela 1) płyty perforowanej. Porównując otrzymany moment graniczny  $m^x$  ze średnim jednostkowym momentem plastycznym  $m_{pl\dot{s}r}^x$ , wyznaczono współczynnik nośności badanych próbek (tabela 1):

$$(4.3) \quad f = \frac{m^x}{m_{pl\dot{s}r}^x}$$

Tablica 1

Nr próbki	$P$	$m$	$F$	$m^*$	$m_{pl}^x$	$S$	$f$
	N	Nmm	mm <sup>2</sup>	$\frac{N \text{ mm}}{\text{mm}^2}$	$\frac{N \text{ mm}}{\text{mm}^2}$	mm	
$b$	1975	80480	282,374		284,01		
$i$	2000	81480	278,69		293,37		
1	—	uszkodz.	140,802	—	$m_{pl}^x = 287,11$	8	—
2	715	30080	138,238	217,59		8	0,758
3	700	29480	135,956	216,84		8	0,755
4	920	38280	140,347	272,75		12	0,950
5	890	37080	141,346	262,33		12	0,914
6	920	38280	140,049	273,33		12	0,952
7	960	39880	136,304	292,58		16	1,019
8	970	40280	140,054	287,60		16	1,002
9	960	39880	136,945	291,20		16	1,014
10	930	38680	135,130	286,24		20	0,997
11	970	40280	135,490	297,29		20	1,035
12	960	39880	139,273	286,34		20	0,997
13	970	40280	140,146	287,41		24	1,001
14	960	39880	139,113	286,67		24	1,001
15	980	40680	140,927	288,66		24	1,005
16	970	40280	139,761	288,21		30	1,004
17	960	39880	139,279	286,33		30	0,997
18	985	40880	142,766	286,34		30	0,997
19	950	39480	141,484	279,04		36	0,972
20	980	40680	142,414	285,65		36	0,995
21	960	39880	137,818	289,37		36	1,008
22	970	40280	139,796	288,13		50	1,003
23	960	39880	138,691	287,55		50	1,001
24	990	41080	140,005	293,40		50	1,020



Rys. 10. Zbiorny wykres współczynników nośności badanych płyt

Na koniec porównano wyniki badań oraz rozważań teoretycznych dla serii próbek wykonanych wg rys. 7. Określone ze wzoru (2.4) oceny górne wymiaru  $S_T^g = 23,32$  mm dla warunku Treski i  $S_H^g = 21,83$  mm dla warunku Hubera-Misesa zaznaczono na rys. 10. Ocena dolna wymiaru  $S^d = 6$  mm. Podano tam także górne i dolne oceny współczynnika nośności dla dowolnego rozstawienia otworów  $S$ . Wykorzystano tutaj wyniki rozważań teoretycznych podanych w punktach 2 i 3. Współczynnik nośności wg oceny górnej dla  $0 \leq S \leq S^g$  zmienia się zgodnie ze wzorem (3.4), a po przekroczeniu  $S^d = 6$  mm jest równy jedności. Oceny dolne współczynnika nośności obliczone wg (2.7) pokazano na rys. 10 dla obu warunków plastyczności (linia przerywana — warunek Hubera-Misesa). Linia grubą zaznaczono rozwiązanie dające najwyższą ocenę dolną współczynnika. Dla warunku Treski, gdy  $S \leq S_T^{II} = 12,2$  mm, wyższą ocenę daje pole momentów z rys. 4b dla kąta  $\delta = 30^\circ$ . Po przekroczeniu tej wielkości wykorzystujemy pola z rys. 4b o zmniejszającej się wartości kąta  $\delta$ , aż do  $\delta = 18^\circ$  dla  $S^{III} = 17,55$  mm. Dla większego rozstawienia otworów, aż do  $S^g = 23,32$  mm, wyższą ocenę dolną daje pole momentów z rys. 4a. (Zakres, w którym pole to daje ocenę niższą, zaznaczono na rys. 10 linią cienką). Analogicznie wygląda sytuacja w przypadku zastosowania warunku Hubera-Misesa. Dla  $S \geq S_T^g$  lub  $S \geq S_H^g$  współczynnik nośności jest równy jedności. Widzimy więc (rys. 10), że dla  $S \geq S_H^g = 21,83$  mm otrzymaliśmy rzeczywistą nośność graniczną płyty perforowanej równą nośności jej przekroju osłabionego dwoma otworami.

Na rys. 10 naniesiono także otrzymane z badań wartości współczynnika nośności próbek  $f$  (tablica 1). Otrzymaliśmy w szerokim zakresie bardzo dobrą zgodność wyników badań i rozważań teoretycznych. Wyraźne zmniejszenie współczynnika nośności próbek nastąpiło dla  $S \leq 16$  mm. Rozstaw ten należy uważać za optymalny. Jest on położony blisko otrzymanej teoretycznie górnej oceny wymiaru  $S$ .

## 5. WNIOSKI

Fakt uzyskania dobrej zgodności wyników badań oraz obliczonych ocen teoretycznych ma duże znaczenie praktyczne. Istotne jest również to, że uzyskana z badań optymalna wartość rozstawu rzędu dwóch otworów  $S$  jest bliska bezpiecznej ocenie tego wymiaru uzyskanej na podstawie statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól momentów. Pozwala to zastosować stosunkowo prostą metodę kształtowania płyt o skomplikowanych kształtach znajdujących się w stanie czystego zginania (por. punkt 2).

## LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W. SZCZEPIŃSKI, *Projektowanie elementów maszyn metodą nośności granicznej*, PWN, Warszawa 1968.
2. L. DIETRICH, *Badania zmęczeniowe pasm z otworami*, Prace IPPT, 54, 1976.
3. L. DIETRICH, *Projektowanie plastyczne a wytrzymałość zmęczeniowa pasma z otworami*, Rozpr. Inżyn., 25, 4, 656-670, 1977.

4. W. GUTKOWSKI, W. SZCZEPIŃSKI, *Statycznie dopuszczalne pola momentów plastycznych dla płyt*, Rozpr. Inżyn., 19, 1, 3-13, 1971.
5. W. SZCZEPIŃSKI, J. SZLAGOWSKI, *Graniczne statycznie dopuszczalne nieciągłe pola naprężeń dla szacowania nośności granicznej*, Prace IPPT, nr 3,36, 9, 20, 21, 1976.
6. Z. MARCINIAK, *O uwzględnianiu własności materiału przy gięciu blach*, Obróbka Plastyczna, 1, 2, 93-102, 1959.

## Резюме

## ПРЕДЕЛЬНАЯ НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ПЕРФОРИРОВАННЫХ ИЗГИБАЕМЫХ ПЛИТ

В работе представлена методика определения предельной несущей способности перфорированных плит, будучих в состоянии чистого изгиба. Используются метод статически допустимых разрывных полей моментов [4], а также кинематически допустимые механизмы разрушения. Результаты теоретических рассуждений проверены экспериментально, изгибая на специальном устройстве серии образцов, изготовленных точно согласно теоретическим рассуждениям. Получено хорошее совпадение результатов исследований и теоретических оценок.

## SUMMARY

## LOAD CARRYING CAPACITY OF PERFORATED PLATES IN BENDING

The method of determining the load carrying capacity of perforated plates subject to pure bending is presented. To this end, the method of statically admissible discontinuous moment fields [4] and kinematically admissible failure mechanism are used. Theoretical results are verified experimentally by means of a special apparatus in which a series of specimens were subject to bending. Good agreement between the theoretical and experimental results is achieved.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA  
INSTYTUT MASZYN ROBOCZYCH CIĘŻKICH

*Praca została złożona w Redakcji dnia 9 lutego 1983 r.*