

ANALIZA FAL SILNEJ NIECIĄGŁOŚCI W OŚRODKU KONSOLIDUJĄCYM

ROMAN KUC (POZNAŃ) i WOJCIECH K. NOWACKI (WARSZAWA)

Przeprowadzono analizę fal silnej nieciągłości rozprzestrzeniających się w ośrodku porowatym wypełnionym cieczą. Rozważania oparto na równaniach ruchu tego ośrodka zaproponowanych przez W. Derskiego. Określono możliwe prędkości propagacji fal.

WSTĘP

Zagadnienia propagacji fal w ośrodku konsolidującym było przedmiotem wielu prac. W podstawowej pracy M. A. BIOTA [1] przedstawiono rozwiązania dla propagacji fal harmonicznych. Podobnych zagadnień dotyczy praca H. DERESIEWICZA [6]. R. DZIĘCIELAK [3] zajmował się problemami propagacji fal przyspieszenia w ośrodku konsolidującym, określając ich prędkości rozprzestrzeniania się jak i ich amplitudy. W pracy [4] poruszono również pewne aspekty propagacji fal silnych nieciągłości dla ośrodka opisanego równaniami M. A. BIOTA [1]. W pracy tej przeprowadzono również szczegółową analizę istniejącej literatury z zakresu propagacji fal w ośrodkach konsolidujących.

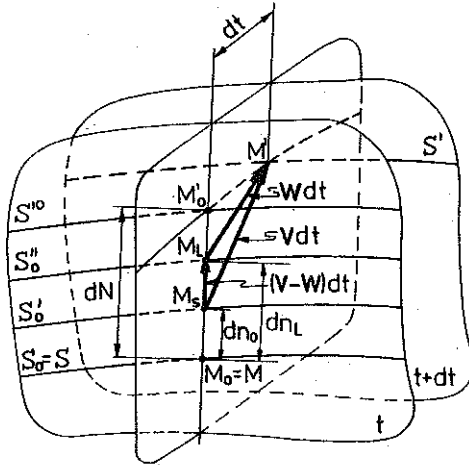
Celem niniejszego komunikatu jest analiza fal silnych nieciągłości rozprzestrzeniających się w ośrodku porowatym wypełnionym cieczą. Oparto się na równaniach ruchu tego ośrodka zaproponowanych przez W. DERSKIEGO [2]. Wyprowadzono związki ciągłości dynamicznej na frontach fal silnych nieciągłości. Określono prędkości propagacji fal. Na zakończenie podano przykład propagacji fal w sprężystej konsolidującej półprzestrzeni (w przypadku jednowymiarowego stanu odkształcenia).

1. WARUNKI CIĄGŁOŚCI NA FRONTACH FAL SILNYCH NIECIĄGŁOŚCI

Rozważmy zagadnienie propagacji fal silnych nieciągłości w sprężystym ośrodku porowatym wypełnionym cieczą. Ruch ośrodka opiszemy równaniami zaproponowanymi przez W. DERSKIEGO [2]. Ze względu na geometrycznie złożoną strukturę szkieletu porowatego część cieczy, zwana cieczą związaną, nie porusza się z prędkością cieczy swobodnej w lecz z prędkością szkie-

letu v . Gęstość szkieletu wraz z cieczą związaną oznaczmy przez $\rho = \bar{\rho} - \bar{\rho}$, gdzie $\bar{\rho}$ jest gęstością cieczy swobodnej, $\bar{\rho}$ gęstością całego ośrodka.

Niech S oznacza miejsce fali w przestrzeni, w czasie t , S' jej miejsce w chwili $t+dt$. Jeżeli konfigurację odniesienia zwiążemy ze szkieletem ośrodka w chwili $t_0 = t$, to punkty materialne znajdujące się na S tworzą w tej konfiguracji powierzchnię S_0 , która pokrywa się z powierzchnią S . Natomiast punkty znajdujące się na S' w chwili $t+dt$ tworzą w konfiguracji odniesienia dwie powierzchnie: S'_0 utworzoną przez cząsteczki szkieletu oraz S''_0 utworzoną przez cząsteczki cieczy swobodnej. Dla przypadku fali płaskiej przedstawia to rys. 1.



Rys. 1.

Dowolny punkt materialny M' znajdujący się na powierzchni S' w chwili $t+dt$ znajdował się w konfiguracji odniesienia w chwili t w punkcie M_S (odpowiadającym punktowi szkieletu) oraz w punkcie M_L (odpowiadającym punktowi cieczy swobodnej).

Niech dn_0 oznacza długość odcinka normalnej w wybranym punkcie M_0 między S_0 i S'_0 , natomiast dN oznacza długość odcinka normalnej w punkcie M między S i S'^0 . Wówczas $c = dn_0/dt$ jest prędkością propagacji fali w stosunku do szkieletu w konfiguracji odniesienia (prędkość propagacji fali w szkielecie) i zależy od wyboru konfiguracji odniesienia. Natomiast $W = dN/dt$ jest prędkością przemieszczania się fali. Prędkość propagacji fali w stosunku do szkieletu w konfiguracji odniesienia c jest związana z prędkością W .

Dla cząstek szkieletu otrzymamy

$$dN = M_0 M'_0 = dn_0 + M_S M'_0,$$

gdzie $\overline{M_S M'_0} = v dt$, czyli $M_S M'_0 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dt$, zatem

$$w = c + \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}.$$

Dla cząstek cieczy swobodnej otrzymamy natomiast

$$dN = M_0 M'_0 = dn_L + M_L M'_0,$$

gdzie $\overline{M_L M'_0} = w dt$, czyli $M_L M'_0 = w \cdot n dt$, zatem

$$w = \bar{c} + w \cdot n,$$

przy czym przez $\bar{c} = dn_L/dt$ oznaczono prędkość propagacji fali w stosunku do cząstek cieczy swobodnej w konfiguracji odniesienia. Ponieważ $dn_L = = dn_0 + (v - w) \cdot n dt$, przeto otrzymamy:

$$\bar{c} = c + (v - w) \cdot n.$$

Wyprowadzimy równania ciągłości dynamicznej na frontach fal silnych nieciągłości. Równania zachowania w postaci globalnej są postaci (J. MANDEL [5])

dla szkieletu

$$(1.1) \quad \frac{dI^S}{dt} = \int_{V^S} F^S dV^S + \int_{\partial V^S} \Sigma^S d\omega^S,$$

gdzie $I^S = \int_{V^S} \rho v dV^S$ jest pędem szkieletu o objętości V^S , F^S , Σ^S oznaczają odpowiednio siły masowe w szkielecie oraz siły na powierzchni szkieletu ∂V^S ;

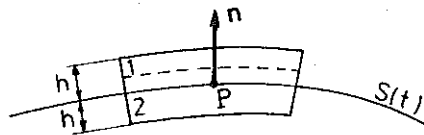
dla cieczy swobodnej

$$(1.2) \quad \frac{dI^L}{dt} = \int_{V^L} F^L dV^L + \int_{\partial V^L} \Sigma^L d\omega^L,$$

gdzie $I^L = \int_{V^L} \bar{\rho} w dV^L$ jest pędem cieczy swobodnej o objętości V^L , F^L i Σ^L oznaczają odpowiednio siły masowe w cieczy swobodnej oraz siły na jej powierzchni ∂V^L .

Ze względu na fakt, że ruch szkieletu i cieczy swobodnej odbywa się z różnymi prędkościami (szkieletu z prędkością v , a ruch cieczy swobodnej z prędkością $v - w$), powierzchnia utworzona w chwili czasu t przez cząstki szkieletu i cieczy swobodnej, w chwili czasu $t + dt$ rozdzieli się na dwie powierzchnie utworzone odpowiednio przez cząstki szkieletu oraz przez cząstki cieczy swobodnej. Zatem warunki ciągłości dynamicznej na frontach fal silnych nieciągłości należy wyprowadzić oddzielnie dla szkieletu, wychodząc z równania zachowania (1.1), a dla cieczy swobodnej — wychodząc z równania (1.2).

Wyprowadzimy najpierw warunki ciągłości dynamicznej dla szkieletu. Rozważmy ciekłą warstwę materialną o grubości $2h$ (rys. 2) z otoczenia powierzchni nieciągłości w chwili t . Prędkość szkieletu v jest nieciągła przy przejściu przez $S(t)$. Powierzchnia $S(t)$ dzieli objętość V na dwie części V_1 i V_2 . Powierzchnia ta porusza się w warstwie, zatem objętości V_1 i V_2 zmieniają się. Oznaczając przez I_1^S i I_2^S części I odpowiadające objętościom V_1 i V_2 otrzymamy



Rys. 2

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \frac{dI_1^S}{dt} &= \int_{V_1} \frac{\partial}{\partial t} (\rho v) dV^S - \iint_S \rho_1 v_1 c_1 d\omega^S, \\ \frac{dI_2^S}{dt} &= \int_{V_2} \frac{\partial}{\partial t} (\rho v) dV^S + \iint_S \rho_2 v_2 c_2 d\omega^S, \end{aligned}$$

gdyż w czasie dt przemieszczanie się elementu $d\omega^S$ powierzchni S powoduje zniknięcie objętości $c_1 dt d\omega^S$ w V_1 i pojawienie się objętości $c_2 dt d\omega^S$ w V_2 . Zakładamy, że $\partial/\partial t (\rho v)$ jest ograniczone w objętości V_1 oraz w V_2 . Jeżeli grubość warstwy h będzie dążyć do zera, to otrzymamy

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{dI^S}{dt} &= \iint_S \llbracket \rho c v \rrbracket d\omega^S, \quad \lim_{h \rightarrow 0} \int_S F^S dV^S = 0, \\ \lim_{h \rightarrow 0} \int_{\partial V^S} \Sigma^S d\omega^S &= - \iint_S \llbracket \Sigma^S \rrbracket d\omega^S, \end{aligned}$$

gdzie oznaczono $\llbracket A \rrbracket = A_2 - A_1$.

Dla dowolnego obszaru S , przy przyjęciu $\Sigma^S = \sigma \cdot n$ otrzymamy warunek ciągłości dynamicznej w postaci

$$(1.5) \quad \rho c \llbracket v_i \rrbracket = - \llbracket \sigma_{ij} \rrbracket n_j,$$

gdzie ρ oznacza gęstość szkieletu i cieczy związanej, c prędkość propagacji fali w szkielecie, v prędkość cząstek szkieletu oraz σ_{ij} tensor naprężeń w szkielecie, przy czym wykorzystano warunek zachowania masy, który ma postać $\llbracket \rho c \rrbracket = 0$.

W taki sam sposób wyprowadzimy warunek ciągłości dynamicznej dla cieczy swobodnej, wychodząc z równania zachowania (1.2). Warunek ten będzie miał postać

$$(1.6) \quad \bar{\rho} (c + (v_m - w_m) n_m) \llbracket w_i \rrbracket = - \llbracket \sigma \rrbracket n_i,$$

gdzie $\bar{\rho}$ oznacza gęstość cieczy, w prędkość cząstek cieczy oraz $\sigma = -pf$, przy czym p oznacza ciśnienie cieczy, f jest współczynnikiem porowatości.

Przyjmijmy, że dowolna funkcja $\phi(x_i, t)$ w zmiennych Lagrange'a x_i jest ciągła na powierzchni nieciągłości, a jej pierwsze pochodne są nieciągłe. Rozważmy punkt P (rys. 2), który pozostaje na powierzchni S oraz dwa punkty nieskończenie bliskie punktu P , jeden w obszarze 1 przed frontem, drugi w obszarze 2. Dla tych dwóch punktów zmiana ϕ jest taka sama, gdy punkt P przemieszcza się, pozostając na powierzchni S . Zmiana ta jest

równa $d\varphi = \varphi_i dx_i + \varphi_{,t} dt$, gdzie $\varphi_{,i} = \partial\varphi/\partial x_i$. Otrzymamy stąd warunek ciągłości kinematycznej w postaci

$$(1.7) \quad c [[\varphi_{,i}]] n_i = -[[\dot{\varphi}]].$$

2. PRĘDKOŚĆ PROPAGACJI FAL SILNYCH NIECIĄGŁOŚCI

Równania konstytutywne dla ośrodka porowatego wypełnionego cieczą przyjmiemy za M. A. BIOTEM [1] w następującej postaci:

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \sigma_{ij} &= M_{ijkl} \varepsilon_{kl} + L_1 \Theta \delta_{ij}, \\ \sigma &= L_2 \varepsilon + M\Theta, \end{aligned}$$

gdzie M_{ijkl} oznacza macierz symetryczną względem par indeksów ij, kl współczynników sprężystości; L_1 i L_2 oznaczają współczynniki sprzężenia między zmianą objętości szkieletu i cieczy (na ogół przyjmuje się $L_1 = L_2$) oraz M moduł deformacji objętościowej cieczy. Występujące w (2.1) moduły powinny być nieujemne.

Odształcenia w szkielecie oraz w cieczy są wyrażone następująco:

$$(2.2) \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \Theta = \frac{\partial U_i}{\partial x_i},$$

gdzie u oznacza wektor przemieszczenia cząstek szkieletu, U — cząstek cieczy.

Rozważmy przypadek fal silnych nieciągłości. Równania (2.1) i (2.2) na frontach tych fal przedstawimy w postaci następującej:

$$(2.3) \quad \begin{aligned} [[\sigma_{ij}]] &= M_{ijkl} [[\varepsilon_{kl}]] + L_1 [[\Theta]] \delta_{ij}, \\ [[\sigma]] &= L_2 [[\varepsilon]] + M [[\Theta]] \end{aligned}$$

oraz

$$(2.4) \quad [[\varepsilon_{ij}]] = \frac{1}{2} \left(\left[\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \right] + \left[\left[\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \right] \right), \quad [[\Theta]] = \left[\left[\frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right] \right].$$

Wykorzystując warunek ciągłości kinematycznej (1.7) dla funkcji u_i i U_i ciągłych na froncie fali silnej nieciągłości, można sprowadzić wzory (2.4) do postaci

$$(2.5) \quad [[\varepsilon_{ij}]] = -\frac{1}{2} ([[v_i]] \tau_j + [[v_j]] \tau_i), \quad [[\Theta]] = -[[w_i]] \tau_i,$$

gdzie $\tau_i = n_i/c$, $v_i = \partial u_i/\partial t$.

Układ równań (2.3), (2.5) wraz z warunkami ciągłości dynamicznej (1.5), (1.6) pozwala na przeprowadzenie analizy frontów fal silnej nieciągłości w ośrodku konsolidującym.

Z układu równań (2.3)₁, (2.5) i (1.5) otrzymamy równanie

$$(2.6) \quad B_{ik} \llbracket v_k \rrbracket = \frac{L_1}{c^2} \llbracket w_i \rrbracket,$$

gdzie

$$(2.7) \quad B_{ik} = M_{ijkl} \tau_j \tau_l - \varrho \delta_{ik}.$$

Natomiast równania (2.3)₂, (2.5) i (1.6) prowadzą do równania:

$$(2.8) \quad \{\bar{\varrho}c(c+(v_m-w_m)n_m)-M\} \llbracket w_i \rrbracket = L_2 \llbracket v_i \rrbracket.$$

Z równań (2.6) i (2.8) po przekształceniach otrzymamy

$$(2.9) \quad \left\{ B_{ik} \llbracket (1+(v_m-w_m)\tau_m)\bar{\varrho}c^2-M \rrbracket + \frac{L_1 L_2}{c^2} \delta_{ik} \right\} \llbracket v_k \rrbracket = 0.$$

W przypadku ośrodka izotropowego tensor B_{ik} przybierze postać

$$(2.10) \quad B_{ik} = \frac{1}{c^2} \{(\lambda+\mu)n_i n_k + \mu \delta_{ik} - \varrho c^2 \delta_{ik}\},$$

gdzie λ , μ są stałymi materiałowymi. Stałe materiałowe występujące w (2.1) dla ośrodka izotropowego powinny spełniać nierówność [6]:

$$(\lambda+2\mu)M - L_1 L_2 > 0.$$

Weźmy pod uwagę normalną do fali w dowolnym jej punkcie pokrywającą się z osią Ox_1 w prostokątnym układzie współrzędnych. Zatem $n_1 = 1$, $n_2 = n_3 = 0$. Równanie (2.9) będzie miało w tym przypadku formę

$$(2.11) \quad \{[(\lambda+\mu)n_i n_k + \mu \delta_{ik} - \varrho c^2 \delta_{ik}] \llbracket (1+(v_m-w_m)\tau_m)\bar{\varrho}c^2-M \rrbracket + L_1 L_2 \delta_{ik}\} \llbracket v_k \rrbracket = 0.$$

Dla $k = 1$ otrzymamy

$$(2.12) \quad \{(\lambda+2\mu-\varrho c^2) \llbracket \bar{\varrho}c(c+(v_1-w_1)) \rrbracket - M \rrbracket + L_1 L_2\} \llbracket v_1 \rrbracket = 0.$$

Równanie

$$(2.13) \quad (\lambda+2\mu-\varrho c^2) \llbracket \bar{\varrho}c(c+(v_1-w_1)) \rrbracket - M \rrbracket + L_1 L_2 = 0$$

jest równaniem czwartego stopnia względem prędkości propagacji fal c . Zbadajmy równanie

$$y_1(c) y_2(c) = H$$

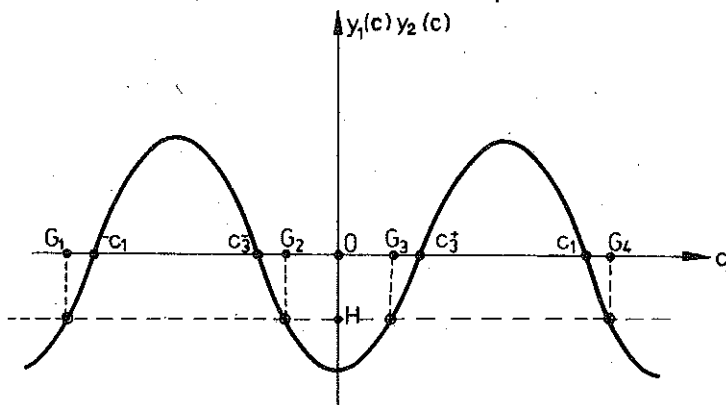
gdzie

$$y_2(c) = c^2 + c(v_1-w_1) - \frac{M}{\bar{\varrho}}, \quad H = -\frac{L_1 L_2}{\varrho \bar{\varrho}}, \quad y_1(c) = \frac{\lambda+2\mu}{\varrho} - c^2.$$

Pierwiastkami równania (2.13) są liczby G_i , $i = 1, \dots, 4$ (rys. 3), które w stosunku do prędkości propagacji podłużnych fal sprężystych w szkielecie $c_1 = (\lambda+2\mu/\varrho)^{1/2}$ oraz do prędkości propagacji fal w cieczy swobodnej $C_3^\pm = 1/2 [w_1 -$

$-v_1 \pm \sqrt{(v_1-w_1)^2 + 4M/\bar{\varrho}}]$ spełniają następujące nierówności:

$$(2.14) \quad G_1 \leq -c_1 \leq c_3^- \leq G_2 \leq G_3 \leq c_3^+ \leq c_1 \leq G_4.$$



Rys. 3.

Z równania (2.12) wywnioskujemy, że prędkości cząstek szkieletu v_1 zmieniają się skokowo na frontach fal propagujących się z prędkościami G_i $i = 1, \dots, 4$, tzn. na frontach tych mamy $[[v_1]] \neq 0$.

Równanie (2.11) dla $k = 2$ (lub $k = 3$) upraszcza się do postaci

$$(2.15) \quad \{(\mu - \rho c^2) [\bar{\rho} c (c + (v_1 - w_1)) - M] + L_1 L_2\} [[v_2]] = 0.$$

Po podobnej analizie stwierdzono jak poprzednio, że prędkości cząstek szkieletu v_2 (lub v_3) zmieniają się skokowo na frontach fal propagujących się z prędkościami G'_i ($i = 1, \dots, 4$), tzn. na frontach tych mamy $[[v_2]] \neq 0$ (lub $[[v_3]] \neq 0$), przy czym G'_i spełniają nierówności

$$(2.16) \quad G'_1 \leq -c_2 \leq c_3^- \leq G'_2 \leq G'_3 \leq c_3^+ \leq c_2 \leq G'_4.$$

gdzie $c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ oznacza prędkość propagacji fali poprzecznej w szkielecie (założono, że $c_2 \geq c_3$). W przypadku fal poprzecznych pierwiastki G'_2 i G'_3 mogą przyjmować wartości zero pomimo spełnienia nierówności

$$(\lambda + 2\mu) M - L_1 L_2 > 0.$$

Można wyciągnąć następujący ogólny wniosek. Na frontach fal silnej nieciągłości, których prędkości propagacji są pierwiastkami równania (2.13) lub (2.15) składowe pola prędkości w szkielecie są nieciągłe, tzn. $[[v_i]] \neq 0$. Łatwo się przekonać, na podstawie wzorów (2.6) i (2.8), że również składowe pola prędkości w cieczy w_i zmieniają się skokowo na frontach fal propagujących się z tymi samymi prędkościami, tzn. na frontach tych $[[w_i]] \neq 0$.

W przypadku szczególnym, gdy przyjmiemy w równaniach konstytutywnych ośrodka, że rozszerzalność cieczy nie wpływa na odkształcenia szkieletu ośrodka porowatego, tzn. założymy, że $L_1 = 0$, to z równań (2.13) i (2.15) otrzymamy prędkości propagacji podłużnych i poprzecznych fal sprężystych $c_1 = (\lambda + 2\mu/\rho)^{1/2}$, $c_2 = (\mu/\rho)^{1/2}$ oraz prędkości propagacji fal w cieczy swobodnej

$$c_3^\pm = 1/2 [v_1 - w_1 \pm \sqrt{(v_1 - w_1)^2 + 4M/\bar{\rho}}].$$

Na frontach fal sprężystych otrzymamy nieciągłość wektora prędkości w szkielecie i w cieczy, tzn. $[[v_i]] \neq 0$ oraz $[[w_i]] \neq 0$. Pozostałe wielkości zmieniają się również skokowo, tzn. $[[\sigma_{ij}]] \neq 0$, $[[\varepsilon_{ij}]] \neq 0$, $[[\sigma]] \neq 0$ oraz $[[\Theta]] \neq 0$. Natomiast na froncie fali o prędkości c_3^+ jest nieciągły wektor prędkości w cieczy, $[[w_i]] \neq 0$, ale $[[v_i]] = 0$, co wynika z (2.8). Otrzymamy dalej, że $[[\sigma]] \neq 0$, $[[\sigma_{ij}]] = 0$, $[[\Theta]] \neq 0$, $[[\varepsilon_{ij}]] = 0$.

3. PRZYKŁAD. FALE SILNEJ NIECIĄGŁOŚCI W PÓLPRZESTRZENI

Rozważmy izotropową półprzestrzeń konsolidującą, której powierzchnia jest obciążona dynamicznie siłami równomiernie rozłożonymi na całym brzegu.

Równania ciągłości masy oraz równania ruchu w układzie współrzędnych Eulera mają następującą postać (W. DERSKI [2]):

równania ciągłości

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + [\rho v_m]_{,m} &= 0, \\ \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + [\bar{\rho} w_m]_{,m} &= 0, \end{aligned}$$

równania ruchu

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \sigma_{ij,j} &= \rho \frac{dv_i}{dt} - b(w_i - v_i), \\ \sigma_{,i} &= \bar{\rho} \frac{dw_i}{dt} + b(w_i - v_i), \end{aligned}$$

gdzie d/dt oznacza pochodną materialną, b jest współczynnikiem oporów przepływu cieczy przez porowaty szkielec.

W układzie współrzędnych Lagrange'a x_i , w przypadku jednoosiowego stanu odkształcenia w półprzestrzeni, tzn. gdy ruch jest funkcją zmiennej $x_1 = X_1 + u(X_1, t)$, ($x_2 = X_2$, $x_3 = X_3$), układ równań (3.1), (3.2) wraz z równaniami konstytutywnymi (2.1) redukuje się do następującej postaci

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \rho \dot{v}_1 - \sigma_{11,1} &= b(w_1 - v_1), \\ (w_1 - v_1) \bar{\rho}_{,1} + \dot{\bar{\rho}} + \bar{\rho} w_{1,1} &= 0, \\ \bar{\rho} (w_1 - v_1) w_{1,1} + \bar{\rho} \dot{w}_1 - \sigma_{,1} &= -b(w_1 - v_1), \\ (2\mu + \lambda) v_{1,1} + L_1 w_{1,1} - \dot{\sigma}_{11} &= 0, \\ \lambda v_{1,1} + L_1 w_{1,1} - \dot{\sigma}_{22} &= 0, \\ L_2 v_{1,1} + M w_{1,1} - \dot{\sigma} &= 0. \end{aligned}$$

Jest to układ równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego. Z warunku zerowania się wyznacznika charakterystycznego układu równań

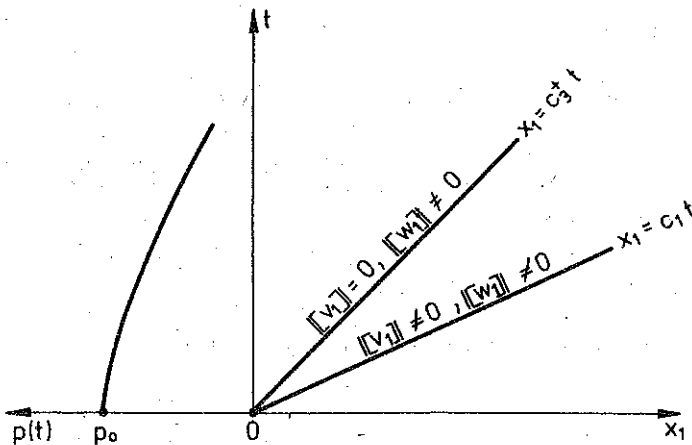
$$(3.4) \quad A = dx [dx + (v_1 - w_1) dt] \{ [(2\mu + \lambda) dt^2 - \rho dx^2] \cdot \\ \cdot [M dt^2 - \bar{q} (dx + (v_1 - w_1) dt) dx] - L_1 L_2 dt^4 \} = 0,$$

otrzymamy prędkości propagacji fal G_b , będące rozwiązaniami równania (2.13).

W przypadku szczególnym gdy $L_1 = 0$, fale będą się propagować z prędkościami fal podłużnych w szkielecie oraz z prędkościami fal dylatacyjnych w cieczy, mianowicie

$$(3.5) \quad c_1 = \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \right)^{1/2}, \quad c_3^\mp = \frac{1}{2} [v_1 - w_1 \mp \sqrt{(v_1 - w_1)^2 + 4M/\bar{q}}].$$

Jeżeli brzeg półprzestrzeni jest obciążony ciśnieniem $p(t)$, pojawiającym się nagle w chwili $t = 0$ i następnie dowolnie zmiennym w czasie (rys. 4), to w głąb półprzestrzeni będą się propagowały dwie niesprężone ze sobą fale. Najpierw propaguje się fala silnej nieciągłości o równaniu $x_1 = c_1 t$, na froncie której zmieniają się skokowo zarówno prędkości masowe w szkielecie jak i w cieczy, tzn. $[[v_1]] \neq 0$ i $[[w_1]] \neq 0$. Następnie będzie się propagowała wolniejsza fala o prędkości c_3^+ , która będzie falą silnej nieciągłości dla prędkości cząstek cieczy, tzn. $[[w_1]] \neq 0$, natomiast prędkość cząstek szkieletu na jej froncie będzie ciągła, tzn. $[[v_1]] = 0$.



Rys. 4

Należy zauważyć, że zarówno w rozważaniach ogólnych, jak też w przedstawionym przykładzie otrzymuje się przejście graniczne do przypadku ciała sprężystego jak i do przypadku cieczy.

Zagadnienie propagacji fal w sprężystej półprzestrzeni konsolidującej możemy rozwiązać metodą charakterystyk. Możemy układ równań problemu (3.3) zastąpić przez związki różniczkowe zwyczajne w kierunkach charakterystycznych, określonych z równania (3.4). Przy danych warunkach początkowych oraz warunkach brzegowych możemy skonstruować rozwiązania w postaci zamkniętej na fali silnej nieciągłości $x_1 = c_1 t$. W obszarach za frontem fali rozwiązanie problemu należy konstruować na drodze numerycznej.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. M. A. BIOT, *Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid*, The Journal of the Acoustical Society of America, **28**, 2, 1956.
2. W. DERSKI, *Equations of motion for a fluid-saturated porous solid*, Bull. Acad. Polon. Sci., Série Sci. techn., **26**, 1, 1978.
3. R. DZIĘCIELAK, *Fale przyspieszenia w ośrodku konsolidującym*, Rozpr. Inżyn., **26**, 2, 1978.
4. R. DZIĘCIELAK, *Propagacja fal nieciągłości w ośrodku porowatym nasyconym cieczą*, Politechnika Poznańska, Rozprawy, 118, 1980.
5. J. MANDEL, *Introduction à la mécanique des milieux continus déformables*, Ed. W. K. NOWACKI, PWN, Warszawa 1974.
6. H. DERESIEWICZ, *The effect of boundaries on wave propagation in a liquid-filled porous solid*, Bull. Seism. Soc. Am., **50**, 4, 1960.

РЕЗЮМЕ

АНАЛИЗ ВОЛН СИЛЬНОГО РАЗРЫВА В КОНСОЛИДУЮЩЕЙ СРЕДЕ

Проведен анализ волн сильного разрыва распространяющихся в пористой среде, заполненной жидкостью. Рассуждения опираются на уравнения движения этой среды, предложенных В. Дерским. Определены возможные скорости распространения волн.

SUMMARY

ANALYSIS OF STRONG DISCONTINUITY WAVE IN A CONSOLIDATING MEDIUM

The analysis is concerned with a strong discontinuity wave propagating in a porous, liquid-filled medium. The considerations are based on the equation of motion of such a medium proposed by W. Derski.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

Praca została złożona w Redakcji dnia 27 kwietnia 1982 r.