

ZALEŻNOŚĆ ODKSZTAŁCEŃ SPRĘŻYSTYCH OD NAPRĘŻEŃ W ŻELIWIE

CZESŁAW WITKOWSKI (WROCŁAW)

Na podstawie przeprowadzonych badań doświadczalnych dotyczących zależności odkształceń od naprężeń w płaskim stanie naprężenia dla żeliwa, przeprowadzono weryfikację liniowych i nieliniowych równań wiążących naprężenia i odkształcenia sprężyste. Wyniki doświadczalne potwierdziły możliwość stosowania zasady superpozycji osiowych stanów naprężeń w celu otrzymania złożonych stanów naprężeń w przypadku dwuosiowego rozciągania i rozciągania-ściskania, natomiast nie potwierdziły w przypadku dwuosiowego ściskania.

1. WSTĘP

W żeliwie szarym z płatkowym wydzieleniem grafitu w przypadku rozciągania stwierdzono, że prawie od początku obciążania obok odkształceń sprężystych występują odkształcenia trwałe. Przy wielokrotnym obciążaniu żeliwo zachowuje się jak materiał nieliniowo sprężysty. Dotyczy to konstrukcji wykonanych z żeliwa, które pracują już pewien czas w pewnym przedziale obciążeń—przy pominięciu pierwszych obciążeń, gdzie obok odkształceń sprężystych występują odkształcenia trwałe. Dla pracujących konstrukcji istnieje czasem konieczność przeprowadzenia pomiaru odkształceń, aby móc zorientować się co do stanu naprężeń w konstrukcji. Przyjmowanie wówczas stałych materiałowych (liniowych zależności naprężeń od odkształceń) może prowadzić do znacznych błędów w oszacowaniu stanu naprężenia. Stąd próba zastosowania metody superpozycji osiowego rozciągania i ściskania do określenia zależności odkształceń sprężystych w złożonych stanach naprężenia.

2. ODKSZTAŁCENIA SPRĘŻYSTE PODCZAS ROZCIĄGANIA

W przypadku osiowego rozciągania zależność odkształceń sprężystych, $\varepsilon_z^{\text{spr}}$ w kierunku działania naprężenia σ_z , od naprężeń jest nieliniowa. Moduł siecyczny określony wzorem

$$(2.1) \quad \frac{1}{a_{1111}} = E = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z^{\text{spr}}}$$

maleje liniowo ze wzrostem naprężenia i można go przedstawić w postaci [1 i 4]

$$(2.2) \quad E = E_0 - \alpha \sigma_z,$$

gdzie E_0 oznacza moduł sieczny dla $\sigma_z = 0$ oraz α stały współczynnik dla danego żeliwa.

Natomiast zależność odkształceń sprężystych $\varepsilon_t^{\text{spr}}$, mierzonych w kierunku prostopadłym do naprężeń rozciągających, jest praktycznie liniowa. Stąd moduł w kierunku poprzecznym określony wzorem

$$(2.3) \quad \frac{1}{a_{2211}} = E_p = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_t^{\text{spr}}}$$

przyjmuje się za stały i równy E_{p0} [1-7].

3. ODKSZTAŁCENIA SPRĘŻYSTE PODCZAS ŚCISKANIA

W przypadku ściskania odkształcenia sprężyste $\varepsilon_z^{\text{spr}}$ praktycznie zmieniają się liniowo ze zmianą naprężenia σ_z . I moduł sieczny określony wzorem (2.1) zachowuje wartość stałą i równą modułowi E_0 z próby rozciągania [1, 4 i 7],

$$(3.1) \quad E = E_0.$$

Natomiast odkształcenia $\varepsilon_t^{\text{spr}}$, mierzone w kierunku poprzecznym do naprężeń, zmieniają się nieliniowo ze zmianą naprężeń ściskających. Przy czym moduł w kierunku poprzecznym określony wzorem (2.3) zmienia się liniowo ze zmianą naprężenia, co można napisać

$$(3.2) \quad E = E_{p0} + \alpha \sigma_z, \quad \sigma_z \leq 0.$$

Dla $\sigma_z = 0$ moduły w kierunkach poprzecznych dla rozciągania i ściskania praktycznie są sobie równe [1-4].

4. ODKSZTAŁCENIA SPRĘŻYSTE W ZŁOŻONYCH STANACH NAPRĘŻEN

W celu określenia zależności odkształceń sprężystych od naprężeń dla złożonych płaskich stanów naprężeń zastosowano superpozycję stanów jednoosiowych [1 i 2]. I tak dla obszaru „rozciąganie-rozciąganie” otrzymano

$$(4.1) \quad \varepsilon_z^{\text{spr}} = \frac{\sigma_z}{E_0 - \alpha \sigma_z} - \frac{\sigma_t}{E_{p0}}, \quad \sigma_z \geq 0, \quad \sigma_t \geq 0;$$

$$\varepsilon_t^{\text{spr}} = \frac{\sigma_t}{E_0 - \alpha \sigma_t} - \frac{\sigma_z}{E_{p0}};$$

W obszarze „ściskanie-rozciąganie”

$$(4.2) \quad \begin{aligned} \varepsilon_z^{\text{spr}} &= \frac{\sigma_z}{E_0} - \frac{\sigma_t}{E_{p0}}, & \sigma_z \leq 0, & \sigma_t \geq 0; \\ \varepsilon_t^{\text{spr}} &= \frac{\sigma_t}{E_0 - \alpha\sigma_t} - \frac{\sigma_z}{E_{p0} + \alpha\sigma_z}. \end{aligned}$$

W obszarze „ściskanie-ściskanie”

$$(4.3) \quad \begin{aligned} \varepsilon_z^{\text{spr}} &= \frac{\sigma_z}{E_0} - \frac{\sigma_t}{E_{p0} + \alpha\sigma_t}, & \sigma_z \leq 0, \\ \varepsilon_t^{\text{spr}} &= \frac{\sigma_t}{E_0} - \frac{\sigma_z}{E_{p0} + \alpha\sigma_z}, & \sigma_t \leq 0. \end{aligned}$$

W zagadnieniach technicznych do określenia zależności odkształceń sprężystych od naprężeń dla takich materiałów jak żeliwo stosuje się liniowe równania różnomodułowej teorii sprężystości. Przy czym dla przypadku naprężeń rozciągających, gdzie $E = E_0 - \alpha\sigma_z$, stosuje się moduł średni:

$$(4.4) \quad E_{\text{sr}} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n}.$$

Następnie korzystając z zasady superpozycji, dla obszaru naprężeń „rozciąganie-rozciąganie” w płaskim stanie naprężeń równania wiążące naprężenia i odkształcenia sprężyste przyjmują postać

$$(4.5) \quad \begin{aligned} \varepsilon_z^{\text{spr}} &= \frac{\sigma_z}{E_{\text{sr}}} - \frac{\sigma_t}{E_{p0}}, & \sigma_z \geq 0, & \sigma_t \geq 0; \\ \varepsilon_t^{\text{spr}} &= \frac{\sigma_t}{E_{\text{sr}}} - \frac{\sigma_z}{E_{p0}}. \end{aligned}$$

Dla naprężeń ściskających $E = E_0$, stąd dla obszaru „ściskanie-rozciąganie” zależność od naprężeń jest następująca:

$$(4.6) \quad \begin{aligned} \varepsilon_z^{\text{spr}} &= \frac{\sigma_z}{E_0} - \frac{\sigma_t}{E_{p0}}, & \sigma_z \leq 0, & \sigma_t \geq 0; \\ \varepsilon_t^{\text{spr}} &= \frac{\sigma_t}{E_{\text{sr}}} - \frac{\sigma_z}{E_{p0}}. \end{aligned}$$

Natomiast w przypadku „ściskanie-ściskanie”

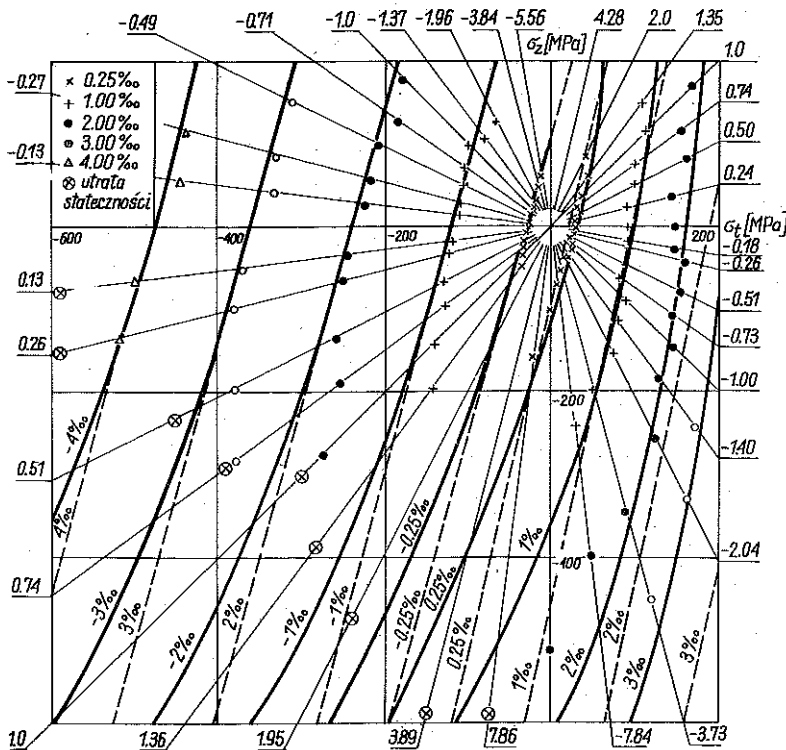
$$(4.7) \quad \varepsilon_z^{\text{spr}} = \frac{\sigma_z}{E_0} - \frac{\sigma_t}{E_{p0}}, \quad \sigma_z \leq 0, \quad \sigma_t \leq 0;$$

$$\varepsilon_t^{\text{spr}} = \frac{\sigma_t}{E_0} - \frac{\sigma_z}{E_{p0}}$$

5. WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA

W celu zweryfikowania nieliniowych równań (4.1), (4.2) i (4.3) oraz liniowych (4.5), (4.6) i (4.7) przeprowadzono badania doświadczalne.

Pomiarów odkształceń dokonano na próbkach rurkowych. Płaskie stany naprężeń realizowano obciążając próbkę kombinacją siły osiowej i ciśnienia z zewnątrz lub od wewnątrz próbki. W celu rozdzielania odkształceń sprężystych od całkowitych zastosowano obciążanie z odciążaniem. Po odciążeniu mierzono odkształcenia trwałe. Mając dane odkształcenia całkowite i trwałe, wyznaczono odkształcenia sprężyste $\varepsilon_z^{\text{spr}}$ i $\varepsilon_t^{\text{spr}}$. Obciążanie i odciążanie próbki realizowano tak, aby stosunek naprężenia osiowego σ_z do naprężenia obwodowego σ_t był stały — tak podczas obciążenia jak i odciążenia. Wyniki



Rys. 1. Linie stałych odkształceń sprężystych $\varepsilon_t^{\text{spr}}$ (σ_z, σ_t) w płaskim stanie naprężenia. Linia ciągłą przedstawiono krzywe obliczone na podstawie równań nieliniowych (4.1), (4.2) i (4.3); linią przerywaną krzywe obliczone na podstawie równań liniowych (4.5), (4.6) i (4.7). Nanie-siono również dane doświadczalne odkształceń sprężystych przy proporcjonalnym wzroście naprężeń σ_z i σ_t .

pomiarów naniesiono na rys. 1, gdzie przedstawiono również krzywe stałego odkształcenia ϵ_z^{sp} (σ_z , σ_t) obliczone na podstawie nieliniowego (4.1)–(4.3) i liniowego (4.5)–(4.7) równania wiążącego naprężenia i odkształcenia sprężyste.

Porównując wyniki doświadczalne z krzywymi teoretycznymi, które przedstawiono na rys. 1, widać, że w przypadku obszaru naprężeń «rozciąganie–rozciąganie» i «rozciąganie–ściskanie» równania nieliniowe (4.1) i (4.2) lepiej opisują wyniki doświadczalne (linia ciągła), aniżeli równania liniowe (4.5) i (4.6) linia przerywana. W tych przypadkach można stosować zasadę superpozycji jednoosiowych stanów naprężeń (rozciąganie, ściskanie), aby otrzymać złożone stany naprężeń. W przypadku dwuosiowego ściskania rozbieżności między krzywymi teoretycznymi i wynikami doświadczalnymi zwiększają się ze wzrostem stosunki σ_z/σ_t i należy podchodzić z dużą ostrożnością w stosowaniu zasady superpozycji w tym obszarze naprężeń.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. Z. GABRYSZEWSKI, Cz. WITKOWSKI, *Odkształcenia w żeliwie*, Inst. Materiałoznawstwa i Mech. Tech. PWr., Raport Serii Preprinty Nr 1, Wrocław 1980.
2. Z. GABRYSZEWSKI, Cz. WITKOWSKI, *Zależność odkształceń od naprężeń w płaskim stanie naprężenia dla Zl 25*, VII Symposium Badań Doświadczalnych w Mechanice, Warszawa, 179–191, 1976
3. Cz. WITKOWSKI, Praca doktorska Inst. Materiałoznawstwa i Mech. Techn. PWr., Wrocław 1976.
4. П. Н. ЕЛЬЧАНОВ, Л. Г. НУДЕЛЬМАН, *Управление характеристики серого чугуна*, Литейное производство, 2, 15–16, 1975.
5. G. N. J. GILBERT, *The elastic properties of flake graphite irons*, The British Foundryman, 61, 7, 264–278, 1968.
6. G. N. J. GILBERT, *The mechanical properties of cast iron*, The Chartered Mechanical Engineer, 12, 6, 1965.
7. E. PIWOWARSKY, *Hochwertiges Gusseisen Grauguss*, Springer Verlag Berlin-Göttingen-Heidelberg 1958.

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA
INSTYTUT MATERIAŁOZNAWSTWA I MECHANIKI TEORETYCZNEJ.

Praca została złożona w Redakcji dnia 24 kwietnia 1984 r.