

ANALIZA STRUKTURY I PARAMETRÓW MODELU DRGAŃ ŻURAWIA SAMOCHODOWEGO

WOJCIECH JEDLIŃSKI (WARSZAWA)

W pracy przedstawiono sposób analizy drgań układu, który stanowi model drgań żurawia samochodowego, wykorzystujący podział na tzw. układy częściowe podyktowane strukturą układu wyjściowego. Pokazano możliwości zastosowania analizy metodą perturbacji drgań układów częściowych przy słabych ich sprzężeniach. Przeprowadzono porównanie wartości współczynników sprzężenia, wyznaczonych drogą obliczeniową i wynikających z eksperymentalnej identyfikacji układu oraz dyskusję na temat poprawności i możliwości stosowania podziału na układy częściowe w praktycznej analizie drgań.

1. WPROWADZENIE

Przy formułowaniu modeli drgań maszyn roboczych ciężkich, stosownie do badanych zagadnień dynamicznych często mimo woli mamy tendencję do ich komplikowania sądząc, że bardziej złożone modele lepiej odzwierciedlają drgania obiektów rzeczywistych. Aczkolwiek takie rozumowanie jest ogólnie poprawne, to jednak zawsze musimy mieć na uwadze to, że dany model trzeba następnie analizować, a analiza ta musi być wykonalna oraz powinna dawać wyniki dostatecznie bliskie wynikom rzeczywistym, np.: wyznaczonym eksperymentalnie.

Złożone modele drgań mogą powodować dwa niebezpieczeństwa:

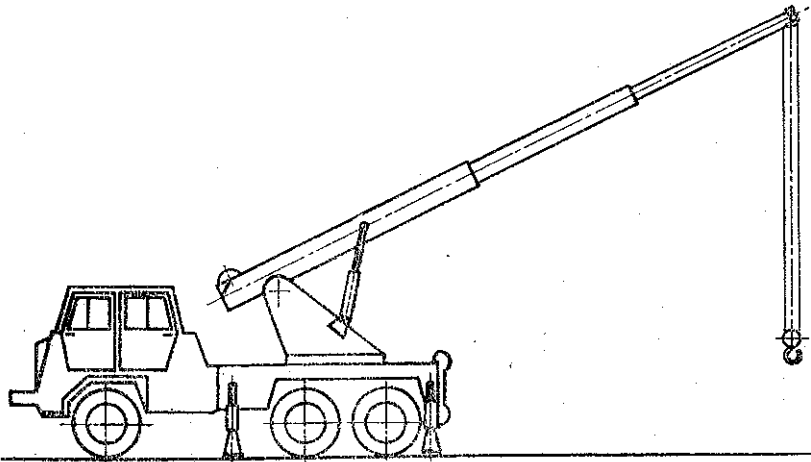
1) z racji swej złożoności i potrzeby analizy dużej liczby równań zwłaszcza nieliniowych, wyniki obliczeń mogą być obciążone większymi błędami typu rachunkowego lub mogą wymagać kosztownych obliczeń komputerowych.

2) z powodu konieczności uprzedniego wyznaczenia dużej liczby współczynników, które mogą być obciążone błędami wpływającymi niekiedy znacznie na wyniki obliczeń.

Z drugiej strony modele zbyt proste mogą wogóle nie ujmować interesujących nas zjawisk dynamicznych lub przedstawić je w formie zbyt uproszczonej, zbyt ubogiej. Obok procedur modelowania przedstawionych np. w pracy [1] należy zatem opracowany danym sposobem model poddać bardziej szczegółowej analizie jakościowej polegającej na zbadaniu jego struktur, organizacji przepływu sygnałów, współoddziaływania jego elementów itp. Podstawy dla takiej analizy dał już L. I. MANDELSZTAM [2] w swej teorii słabych sprzężeń układów częściowych, które mogą być w określony sposób wyodrębnione ze złożonego układu, a co za tym idzie z rozbudowanego modelu drgań.

Wyodrębnienie tych układów, a tym samym modeli częściowych i określenie ich wzajemnych słabych współoddziaływań, umożliwia zastosowanie do analizy drgań pełnego modelu, pewnego rodzaju metody perturbacyjnej. Polega ona na rozważaniu zagadnień metodą kolejnych przybliżeń, gdzie w pierwszym przybliżeniu pomija się wpływ wzajemnych słabych sprzężeń układów częściowych, a w przybliżeniach następnych uwzględnia te wpływy. Ten sposób nie tylko bardzo upraszcza analizę pełnego modelu drgań, ale jednocześnie pozwala na lepsze zrozumienie działania pełnego modelu oraz lepsze poznanie wpływów poszczególnych jego elementów na wynik analizy. Daje on również podstawy do przeprowadzenia analiz uproszczonych w pierwszym przybliżeniu. Również problem wyznaczania współczynników równań nabiera tu innego wyrazu.

Rozważając model pełny, należałoby współczynniki te wyznaczać na drodze eksperymentalnej czyli identyfikacji badanego obiektu dynamicznego. Jednakże wiadomo, że im większa jest liczba identyfikowanych współczynników, tym bardziej trudna i pracochłonna staje się procedura identyfikacji, a jej wyniki mniej pewne. Natomiast przeprowadzając identyfikację modeli częściowych przy uwzględnieniu w eksperymencie wszystkich sygnałów sprzęgających te modele, co nie sprawia większych trudności, mamy do czynienia z mniejszą liczbą współczynników, a tym samym z pewnością i prostszą do przeprowadzenia identyfikacją [3].



Rys. 1. Żuraw samochodowy HY-63

Powyższe okoliczności sprawiają, że analiza struktury i parametrów modelu drgań rozważanego obiektu rzeczywistego wydaje się celowa. Przeprowadzimy ją tu na przykładzie analizy drgań żurawia samochodowego HY-63 (rys. 1), których modelowanie przedstawiono w cytowanej już pracy [1].

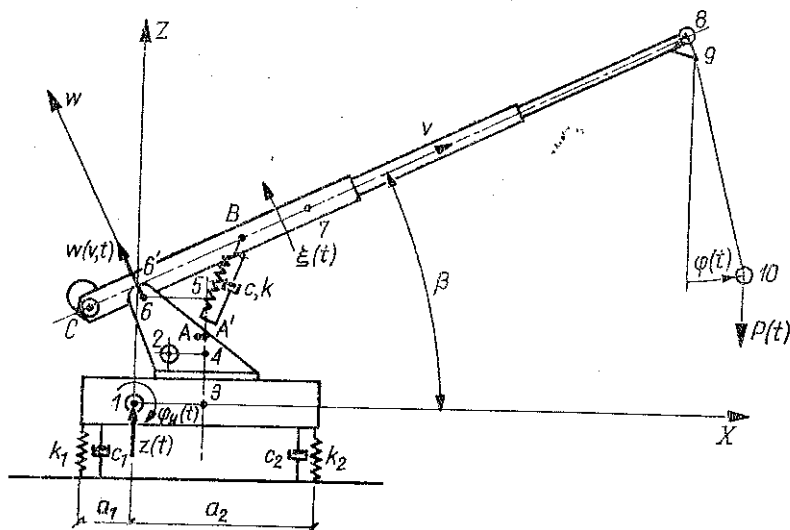
2. ANALIZA STRUKTURY MODELU

Rozważać będziemy drgania żurawia samochodowego HY-63 jedynie w płaszczyźnie podnoszenia ciężaru użytecznego.

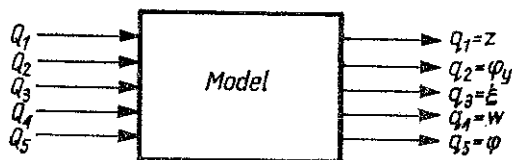
Model takich drgań przedstawiony na rys. 2 w ujęciu liniowym opisany jest układem równań następujących:

$$(2.1) \quad \sum_{j=1}^5 (a_{ij} \ddot{q}_j + b_{ij} \dot{q}_j + c_{ij} q_j) = Q_i, \quad i=1, 2, \dots, 5.$$

Wynik analizy tego układu równań można symbolicznie przedstawić za pomocą schematu blokowego (rys. 3), gdzie model symbolizuje operację przetwarzania sygnałów wejściowych Q_i w sygnały wyjściowe q_i . Mimo tego, że przedstawiony powyżej model opisuje drgania żurawia samochodowego tylko w płaszczyźnie pod-



Rys. 2. Model drgań żurawia w płaszczyźnie podnoszenia

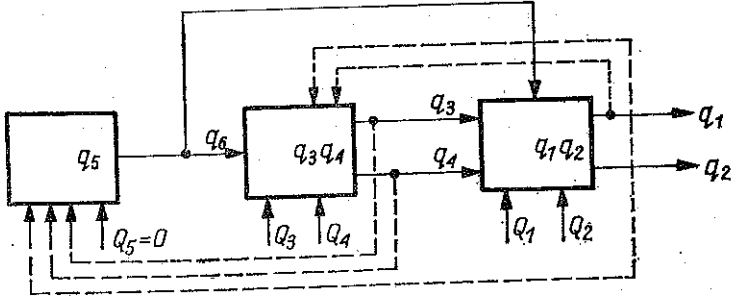


Rys. 3. Schemat blokowy modelu drgań

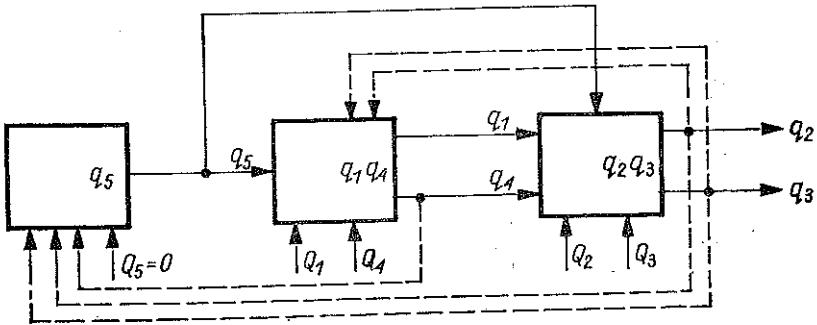
noszenia, to i tak jego opis matematyczny czyli układ pięciu równań różniczkowych zwyczajnych w przypadku analizy teoretycznej jest dosyć mało przejrzysty. Znaczne trudności przedstawia tu wyznaczenie współczynników równań, których liczba komplikuje procedurę identyfikacji. Trudności te znakomicie upraszcza podział modelu pełnego na układy częściowe, co pozwala w przypadku słabych sprzężeń na oddzielną ich analizę, a operacja ta czyni jednocześnie tę analizę bardziej wygodną, co z inżynierskiego punktu widzenia może być korzystne.

Podział modelu pełnego na częściowe może ogólnie odbywać się w różny sposób. Kilka sposobów podziału przedstawiono na podanych dalej rysunkach, Rysunek 4

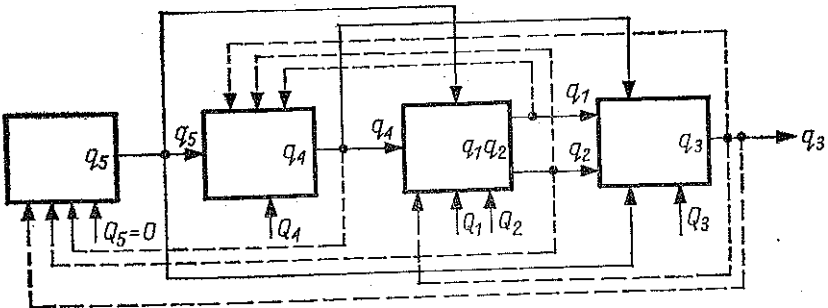
przedstawia pierwszy podział modelu pełnego na częściowe z uwzględnieniem konstrukcji żurawia; dlatego wydzielono tu ciężar podnoszony, wysięgnik i podwozie. Drugi podział biorący pod uwagę kinematykę drgań grupuje współrzędne uogólnione, wyrażone w tych samych jednostkach, a więc łatwe do porównania przedstawia



Rys. 4. Podział pierwszy na układy częściowe



Rys. 5. Podział drugi na układy częściowe



Rys. 6. Podział trzeci na układy częściowe

rys. 5. Uwzględniając pracę żurawia przy minimalnym wysięgu i maksymalnym udźwigu, można przyjąć, że sztywność siłownika zmiany wysięgu, mającego wtedy minimalną długość, jest znacznie większa od sztywności pozostałych elementów, co pozwala na wyodrębnienie jej w oddzielnym układzie częściowym przedstawionym na rys. 6.

Tok dalszego postępowania pokażemy przykładowo korzystając z podziału przedstawionego na rys. 4 wynikającego ze struktury konstrukcyjnej żurawia, ale dotyczy on także pozostałych podziałów. Blok pierwszy reprezentuje ciężar podnoszony zawieszony na linie i odpowiada następującemu równaniu:

$$(2.2) \quad a_{55} \ddot{q}_5 + k_{55} q_5 = -a_{52} \ddot{q}_2 - a_{53} \ddot{q}_3 - a_{54} \ddot{q}_4,$$

gdzie sygnałami wejściowymi są następujące wielkości: q_2 oznacza kąt obrotu podwozia wyznaczony jako tzw. «kąty okrętowe», q_3 kąt odchylenia wysięgnika jako pręta sztywnego oraz q_4 przemieszczenie punktów wysięgnika poprzeczne do jego osi. Sygnałem wyjściowym q_5 jest kąt wychylenia liny, na której zawieszony jest ciężar podnoszony.

Blok drugi reprezentuje wysięgnik żurawia samochodowego i odpowiada układowi równań

$$(2.3) \quad \begin{aligned} a_{33} \ddot{q}_3 + a_{34} \ddot{q}_4 + k_{33} q_3 + k_{34} q_4 &= -a_{31} \ddot{q}_1 - a_{32} \ddot{q}_2 - a_{35} \ddot{q}_5 - k_{32} q_2 + Q_3, \\ a_{43} \ddot{q}_3 + a_{44} \ddot{q}_4 + k_{43} q_3 + k_{44} q_4 &= -a_{41} \ddot{q}_1 - a_{42} \ddot{q}_2 - a_{45} \ddot{q}_5 - k_{42} q_2 + Q_4. \end{aligned}$$

Sygnałami wejściowymi są q_2 , q_5 , Q_3 i Q_4 oraz pionowe przemieszczenie podwozia q_1 . Natomiast q_3 i q_4 są sygnałami wyjściowymi.

Blok trzeci reprezentuje podwozie żurawia samochodowego i odpowiada układowi równań.

$$(2.4) \quad \begin{aligned} a_{11} \ddot{q}_1 + a_{12} \ddot{q}_2 + k_{11} q_1 + k_{12} q_2 &= -a_{13} \ddot{q}_3 - a_{14} \ddot{q}_4 + Q_1, \\ a_{21} \ddot{q}_1 + a_{22} \ddot{q}_2 + k_{21} q_1 + k_{22} q_2 &= -a_{23} \ddot{q}_3 - a_{24} \ddot{q}_4 - a_{25} \ddot{q}_5 - \\ &\quad - k_{23} q_3 - k_{24} q_4 + Q_2. \end{aligned}$$

W tym przypadku sygnałami wejściowymi są q_3 , q_4 , Q_1 i Q_2 , zaś sygnałami wyjściowymi są q_1 i q_2 .

W równaniach (2.2), (2.3) i (2.4) siły tłumienia wprowadzone są za pomocą operatorów różniczkowych [4]. Należy więc na miejsce współczynników sztywności k_{ij} podstawiać np. zgodnie z modelem Voigta:

$$(2.5) \quad k_{ij} = b_{ij} \frac{d}{dt} + c_{ij}.$$

Z układu równań opisującego drgania żurawia samochodowego można wyznaczyć częstości drgań własnych. Jednakże wiadomo, że pierwsza (najniższa) częstość drgań własnych jest bardzo bliska częstości wyznaczonej z następującego równania (co wynika z pracy [5]):

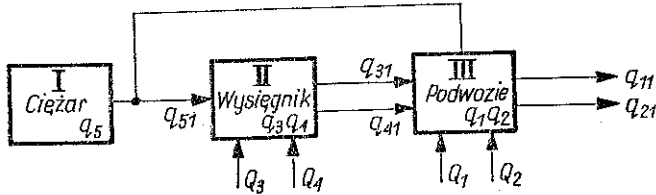
$$(2.6) \quad a_{55} \ddot{q}_5 + k_{55} q_5 = 0.$$

Wiąże się to z teorią o słabych sprzężeniach układów częściowych. Dotyczyć to może także wyznaczania pozostałych częstości drgań własnych i traktowania bloków pierwszego, drugiego i trzeciego (rys. 4) jako układów częściowych.

Jeżeli między tak wyodrębnionymi układami częściowymi ze złożonego układu jakim jest żuraw samochodowy występują słabe sprzężenia, to pozwala nam to zastosować do analizy drgań metodę perturbacji.

Przebieg postępowania przy zastosowaniu metody perturbacji przedstawiono poniżej.

W pierwszym przybliżeniu rozwiązujemy uproszczony układ przedstawiony na rys. 7. Równania opisujące drgania żurawia samochodowego w pierwszym przybliżeniu mają postać:



Rys. 7. Pierwsze przybliżenie

dla układu częściowego I

$$(2.7) \quad a_{55} \ddot{q}_{51} + k_{55} q_{51} = 0;$$

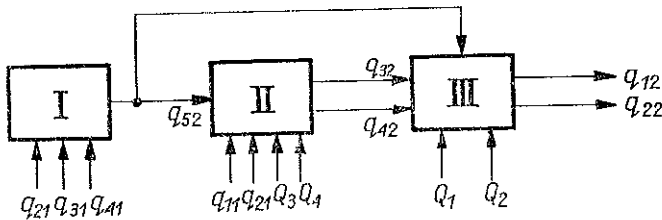
dla układu częściowego II

$$(2.8) \quad \begin{aligned} a_{33} \ddot{q}_{31} + a_{34} \ddot{q}_{41} + k_{33} q_{31} + k_{34} q_{41} &= Q_3 - a_{35} \ddot{q}_{51}, \\ a_{43} \ddot{q}_{31} + a_{44} \ddot{q}_{41} + k_{43} q_{31} + k_{44} q_{41} &= Q_4 - a_{45} \ddot{q}_{51}; \end{aligned}$$

dla układu częściowego III

$$(2.9) \quad \begin{aligned} a_{11} \ddot{q}_{11} + a_{12} \ddot{q}_{21} + k_{11} q_{11} + k_{12} q_{21} &= Q_1 - a_{13} \ddot{q}_{31} - a_{14} \ddot{q}_{41}, \\ a_{21} \ddot{q}_{11} + a_{22} \ddot{q}_{21} + k_{21} q_{11} + k_{22} q_{21} &= Q_2 - a_{23} \ddot{q}_{31} - a_{24} \ddot{q}_{41} - a_{25} \ddot{q}_{51} - \\ &\quad - k_{23} q_{31} - k_{24} q_{41}. \end{aligned}$$

Schemat blokowy układu dla drugiego przybliżenia przedstawiono na rys. 8.



Rys. 8. Drugie przybliżenie

Rozwiązania z pierwszego przybliżenia q_{11} , q_{21} , q_{31} , q_{41} i q_{51} uwzględniamy w drugim przybliżeniu i otrzymujemy następujące równania:

dla układu częściowego I

$$(2.10) \quad a_{55} \ddot{q}_{52} + k_{55} \ddot{q}_{52} = -a_{52} \ddot{q}_{21} - a_{53} \ddot{q}_{31} - a_{54} \ddot{q}_{41};$$

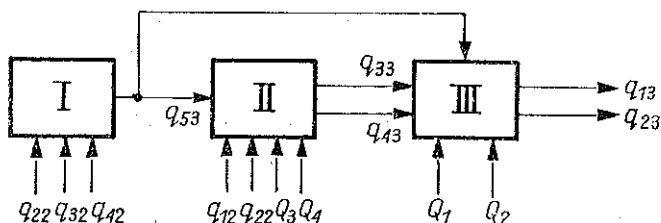
dla układu częściowego II

$$(2.11) \quad \begin{aligned} a_{33} \ddot{q}_{32} + a_{34} \ddot{q}_{42} + k_{33} q_{32} + k_{34} q_{42} &= Q_3 - a_{31} \ddot{q}_{11} - a_{32} \ddot{q}_{21} - \\ &\quad - a_{35} \ddot{q}_{52} - k_{32} q_{21}, \\ a_{43} \ddot{q}_{32} + a_{44} \ddot{q}_{42} + k_{43} q_{32} + k_{44} q_{42} &= Q_4 - a_{41} \ddot{q}_{11} - a_{42} \ddot{q}_{21} - \\ &\quad - a_{45} \ddot{q}_{52} - k_{42} q_{21}; \end{aligned}$$

dla układu częściowego III

$$(2.12) \quad \begin{aligned} a_{11} \ddot{q}_{12} + a_{12} \ddot{q}_{22} + k_{11} q_{12} + k_{12} q_{22} &= Q_1 - a_{13} \ddot{q}_{32} - a_{14} \ddot{q}_{42}, \\ a_{21} \ddot{q}_{12} + a_{22} \ddot{q}_{22} + k_{21} q_{12} + k_{22} q_{22} &= Q_2 - a_{23} \ddot{q}_{32} - a_{24} \ddot{q}_{42} - a_{25} \ddot{q}_{52} - \\ &\quad - k_{23} q_{32} - k_{24} q_{42}. \end{aligned}$$

Postępując analogicznie otrzymujemy równania w trzecim (rys. 9), czwartym itd. przybliżeniu.



Rys. 9. Trzecie przybliżenie

Jeżeli metoda perturbacji da wyniki zbieżne w zwykłym sensie, tj. jeżeli

$$(2.13) \quad q_{ik} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} q_i,$$

to w granicy otrzymamy wyniki dokładne, czyli odpowiadające rozwiązaniom układu wyjściowego (2.1). Ogólnie zbieżność tę osiągamy w przypadkach, gdy układy częściowe są ze sobą słabo sprzężone [2]. Zbadanie, przy którym ze sposobów podziału na układy częściowe rzeczywiście wystąpią słabe sprzężenia wymaga konkretyzacji obiektu, tj. znajomości wartości wszystkich współczynników równań drgań czyli analizy parametrów modelu.

3. ANALIZA PARAMETRÓW MODELU

Aby model drgań żurawia samochodowego, który opisany jest równaniami (3.1), był w pełni określony, należy wyznaczyć współczynniki a_{ij} , b_{ij} i c_{ij} . W praktyce inżynierskiej współczynniki te określa się analitycznie, korzystając ze wzorów obliczeniowych lub wykorzystując badania eksperymentalne elementów. Najmniej trudności sprawia wyznaczenie mas i momentów bezwładności czyli współczynników a_{ij} . Wykorzystujemy w tym przypadku dane z dokumentacji technicznej i wzory obliczeniowe (np. z metody Galerkin). Więcej trudności sprawia nam wyznaczenie współczynników sztywności c_{ij} , a praktycznie niemożliwe jest poprawne wyznaczenie (obliczeniowe) współczynników tłumienia b_{ij} .

Konstruktor wyznacza wyżej wymienione współczynniki w sposób bardzo przybliżony, co wpływa na wyniki dalszych analiz modelu. Można to wykazać na przykładzie analizy rozpatrywanego w niniejszej pracy modelu drgań żurawia, dla którego współczynniki równań ruchu wyznaczono w sposób przybliżony korzystając ze wzorów analitycznych mechaniki i wytrzymałości materiałów tak, jak to czynią konstruktorzy. Metodą tą otrzymujemy dla żurawia HY-63 następujące wartości współczynników:

$$(3.1) \quad a_{ij} = \begin{vmatrix} 10742 & -29351 & 26506 & 1324 & 0 \\ -29351 & 383443 & -337160 & -18384 & 1452 \\ 26506 & -337160 & 320904 & 17648 & -118 \\ 1324 & -18384 & 17648 & 1010 & 10 \\ 0 & 1452 & -118 & 10 & 1873 \end{vmatrix},$$

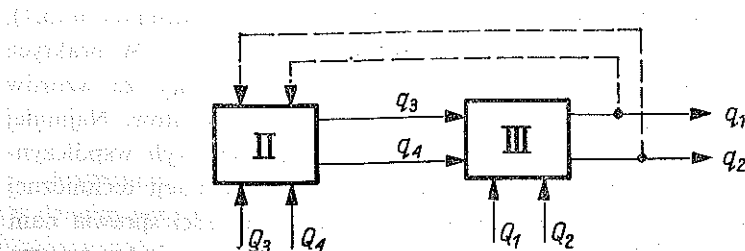
$$(3.2) \quad c_{ij} = \begin{vmatrix} 125,5 \cdot 10^6 & 0,98 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ 0,98 \cdot 10^6 & 211,8 \cdot 10^6 & 9152 & -88 & 0 \\ 0 & 9152 & 412 \cdot 10^6 & 0,78 \cdot 10^6 & 0 \\ 0 & -88 & 0,78 \cdot 10^6 & 0,05 \cdot 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9192 \end{vmatrix}.$$

Przyjmujemy współczynniki tłumienia $b_{ij}=0$ jako praktycznie niemożliwe do wyznaczenia analitycznego, co przy słabych sprzężeniach wpływa na korzyść metody. Otrzymaliśmy więc układ równań z wyznaczonymi współczynnikami czyli w pełni określony.

Możemy zatem przystąpić do badania słabych sprzężeń i podziału na układy częściowe.

W podzielonym modelu żurawia na układy częściowe zgodnie z rysunkiem 4 zbadamy, czy sprzężenie między podwoziem a wysięgnikiem żurawia jest wystarczająco słabe dla zastosowania metody perturbacji. Sprzężenie drgań ciężaru podnoszonego zawieszono na linie z żurawiem zakładamy z góry jako słabe, wykazano bowiem to w wielu wcześniejszych pracach np. [5]. Schemat blokowy badanego sprzężenia drgań przedstawiono na rys. 10.

Sygnal na «wyjściu» z jednego układu częściowego jest sygnałem na «wejściu» do drugiego układu częściowego.



Rys. 10. Schemat sprzężenia drgań układów częściowych II i III

Układ częściowy II reprezentuje drgania wysięgnika i opisany jest układem następujących równań:

$$(3.3) \quad 320904 \ddot{q}_3 + 17648 \ddot{q}_4 + 412 \cdot 10^6 q_3 + 0,78 \cdot 10^6 q_4 = -26506 \ddot{q}_1 + \\ + 337160 \ddot{q}_2 - 9152 q_2 + Q_3 = \bar{Q}_3,$$

$$(3.4) \quad 17648 \ddot{q}_3 + 1010 \ddot{q}_4 + 0,78 \cdot 10^6 q_3 + 0,05 \cdot 10^6 q_4 = -1324 \ddot{q}_1 + 18384 \ddot{q}_2 + \\ + 88 q_2 + Q_4 = \bar{Q}_4.$$

Układ częściowy III reprezentuje drgania podwozia i opisany jest układem równań

$$(3.5) \quad 10742 \ddot{q}_1 - 29351 \ddot{q}_2 + 125,5 \cdot 10^6 q_1 + 0,98 \cdot 10^6 q_2 = -26506 \ddot{q}_3 - \\ - 1324 \ddot{q}_4 + Q_1 = \bar{Q}_1,$$

$$-29351 \ddot{q}_1 + 383443 \ddot{q}_2 + 0,98 \cdot 10^6 q_1 + 211,8 \cdot 10^6 q_2 = 337160 \ddot{q}_3 + \\ + 18384 \ddot{q}_4 - 9152 q_3 + 88 q_4 + Q_2 = \bar{Q}_2.$$

W rozważanym przypadku w pierwszym przybliżeniu w układzie równań (3.4) przyjmujemy $\bar{Q}_3 = 0$, $\bar{Q}_4 = 0$ oraz warunki początkowe

$$q_3^{(0)}(0) = 0, \quad \dot{q}_3^{(0)}(0) = 0, \quad q_4^{(0)}(0) = 1m, \quad \dot{q}_4^{(0)}(0) = 0.$$

Nie ogranicza to ogólności rozważań, otrzymujemy więc

$$(3.6) \quad q_3^{(0)}(t) = 0,0001803949 \cos \Omega_1^{\text{II}} t - 0,0001803949 \cos \Omega_2^{\text{II}} t,$$

$$q_4^{(0)}(t) = 0,9968488107 \cos \Omega_1^{\text{II}} t + 0,0031511893 \cos \Omega_2^{\text{II}} t.$$

Wyznaczone w ten sposób $q_3^{(0)}(t)$ i $q_4^{(0)}(t)$ podstawiamy w prawych stronach równań (3.5). Przyjmując, że $Q_1 = Q_2 = 0$, $q_1^{(1)}(0) = 0$, $\dot{q}_1^{(1)}(0) = 0$, $q_2^{(1)}(0) = 0$, $\dot{q}_2^{(1)}(0) = 0$ co również nie ogranicza ogólności rozważań; otrzymujemy więc następujące rozwiązania:

$$(3.7) \quad q_1^{(1)}(t) = -0,0006567204 (\cos \Omega_1^{\text{III}} t - \cos \Omega_1^{\text{II}} t) - \\ - 0,0000010986 (\cos \Omega_1^{\text{III}} t - \cos \Omega_2^{\text{I}} t) + \\ + 0,0000535113929 (\cos \Omega_2^{\text{III}} t - \cos \Omega_1^{\text{II}} t) - \\ - 0,0000845392 (\cos \Omega_2^{\text{III}} t - \cos \Omega_2^{\text{II}} t),$$

$$q_2^{(1)}(t) = 0,0046197529 (\cos \Omega_1^{\text{III}} t - \cos \Omega_1^{\text{II}} t) + \\ + 0,0000077281 (\cos \Omega_1^{\text{III}} t - \cos \Omega_2^{\text{II}} t) + \\ + 0,000004262863266 (\cos \Omega_2^{\text{III}} t - \cos \Omega_1^{\text{II}} t) + \\ - 0,0000067346 (\cos \Omega_2^{\text{III}} t - \cos \Omega_2^{\text{II}} t).$$

Zgodnie z [6] współczynniki liczbowe w rozwiązaniach (3.7) (wobec przyjęcia $q_4^{(0)}(0) = 1$) stanowią wartości współczynników sprzężenia, tj.

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^{a_1} &= -0,0006567204, & \sigma_{11}^{a_2} &= 0,0046197529, \\ \sigma_{12}^{a_1} &= -0,0000010986, & \sigma_{12}^{a_2} &= 0,0000077281, \\ \sigma_{21}^{a_1} &= +0,0000535113929, & \sigma_{21}^{a_2} &= 0,000004262863266, \\ \sigma_{22}^{a_1} &= -0,0000845392, & \sigma_{22}^{a_2} &= -0,0000067346. \end{aligned}$$

Zauważmy, że

$$(\sigma_{ij}^{q_1})^2 \ll 1, \quad (\sigma_{ij}^{q_2})^2 \ll 1 \quad \text{dla } i, j=1, 2,$$

a więc drgania układów II i III są słabo sprzężone i rozwiązując dalej te równania (tj. (3.4) i (3.5)) metodą perturbacyjną otrzymamy ciągi rozwiązań $q_3^{(k)}(t)$, $q_4^{(k)}(t)$, $q_1^{(k)}(t)$, $q_2^{(k)}(t)$ zbieżne w zwykłym sensie, a liczbę perturbacji określamy docelową dokładnością rozwiązania.

W praktyce przy bardzo małych wartościach σ^2 może się okazać, że już w pierwszym przybliżeniu otrzymujemy wystarczająco dokładne rozwiązania. Ale trzeba mieć na uwadze, co już wcześniej zaznaczono, że o wartościach współczynników σ^2 decydują wartości parametrów układu a więc również dokładność ich wyznaczenia.

Przy szacunkowych ocenach wartości parametrów, wyniki analizy sprzężeń drgań układów częściowych mogą wykazywać np. bardzo słabe sprzężenia ($\sigma_j \ll 1$) podczas, gdy w rzeczywistości sprzężenia te są znacznie silniejsze. Może oczywiście mieć miejsce i przypadek odwrotny. Możliwość wykorzystania słabych sprzężeń w analizie drgań układów jest zawsze atrakcyjna, szczególnie przy bardzo słabych sprzężeniach. Wyniki (3.7) pokazują, że w rozważanym przypadku mamy do czynienia z takim właśnie bardzo słabym sprzężeniem drgań układów częściowych i już pierwsze przybliżenie dałoby wystarczająco dokładne rozwiązania dla potrzeb praktyki inżynierskiej.

Jednak wartości parametrów tego samego układu wyznaczone metodą identyfikacji [7] dają następujące wartości współczynników sprzężenia:

$$(3.8) \quad \begin{array}{ll} \sigma_{11}^{q_1} = 0,0091259323, & \sigma_{11}^{q_2} = 0,1115208656, \\ \sigma_{12}^{q_1} = 0,0000505927, & \sigma_{12}^{q_2} = 0,0006182537, \\ \sigma_{21}^{q_1} = 0,0000169288, & \sigma_{21}^{q_2} = 0,0000012649, \\ \sigma_{22}^{q_1} = -0,0073782914, & \sigma_{22}^{q_2} = -0,0005513264. \end{array}$$

Aczkolwiek większość ze współczynników (3.8) podobnie jak współczynniki sprzężenia (3.7) ma wartości znacznie mniejsze od jedności, to $\sigma_{11}^{q_2}$ jest dużo większe od pozostałych i wskazuje na silniejsze sprzężenie drgań, choć dopuszcza do stosowania kolejnych przybliżeń w rozwiązaniu.

Jednakże ten fakt wskazuje na to że w innym przypadku różnice między wartościami współczynników sprzężenia σ obliczonych na podstawie parametrów układu otrzymanych drogą obliczeniową i metodą identyfikacji mogą być większe. Wówczas mimo że dla parametrów otrzymanych tą pierwszą drogą układ wskazywałby słabe sprzężenie drgań układów częściowych, to wynik identyfikacji może wskazywać na silne sprzężenie tych drgań, wykluczając praktyczne stosowanie analizy perturbacyjnej. Ten fakt, przy korzystaniu z podziału układu na układy częściowe trzeba mieć na uwadze.

Traktując szerzej zagadnienie, zwróćmy uwagę, że w praktyce każdy model sformułowany dla rozwiązania danego problemu drgań jest wyodrębniony z szerszego (jest tylko elementem pewnego systemu), a więc jest układem częściowym. Odpowiedź na pytanie, jak silne są sprzężenia jego drgań z pozostałymi elementami systemu, określa poprawność jego analizy.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W. JEDLIŃSKI, *Modelowanie drgań żurawia samochodowego*, Prace Nauk. PW., Mech., Nr 79, 1983.
2. Л. И. МАНДЕЛЬШТАМ, *Полное собрание трудов*, Т. IV, Лекции по колебаниям, Изд. АН СССР, 1965.
3. J. WICHER, *Identyfikacja parametrów tłumienia i sztywności układu o wymuszeniach stochastycznych*, Zagadn. Drgań Nielin. 17, 1976.
4. J. OSIECKI, *Dynamika układów napędowych ze sprzęgłami ciągłymi kompensującymi nieosiowość łączonych wałów*, Praca habilit. Warszawa 1970.
5. H. FRACKIEWICZ, W. JEDLIŃSKI, *Analiza drgań własnych pewnego typu żurawia wieżowego*, Arch. Budowy Maszyn, 14, 3, 1967.
6. J. OSIECKI, *Zagadnienia budowy dyskretnego modelu drgań obiektu rzeczywistego oraz słabych sprzężeń drgań w praktycznej analizie dynamiki maszyn*, Probl. Drgań Nielin., 10, 1969.
7. W. JEDLIŃSKI, *Identyfikacja modelu dynamicznego żurawia samochodowego*, Rozpr. Inż., 2, 1984.

Резюме

АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ И ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ КОЛЕБАНИЙ
АВТОМОБИЛЬНОГО КРАНА

В работе представлен способ анализа колебаний системы, которая составляет модель колебаний автомобильного крана, использующая разделение на т. наз. частичные системы, подсказываемые структурой выходной системы. Показаны возможности применения анализа методом пертурбаций колебаний частичных систем, при слабых их сопряжениях.

Проведено сравнение значений коэффициентов сопряжения, определенных расчетным путем и следующих из экспериментальной идентификации системы, а также обсуждение темы правильности и возможности применения разделения на частичные системы в практическом анализе колебаний, -

SUMMARY

ANALYSIS OF THE STRUCTURE AND PARAMETERS OF A TRUCK CRANE
VIBRATION MODEL

The paper presents the method of analysis of vibrations of a system which represents a model of vibrations of a truck mounted crane, use being made of subdivision of the system into the so-called partial systems resulting from the structure of the system considered. Possible applications of the perturbation methods are shown under the assumption of weak coupling of the partial systems. Values of the analytically evaluated coupling coefficients are compared with those resulting from the experimental identification of the system; the problem of possible subdivision of the system into partial systems and its application to the practical vibration analysis is discussed.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA
INSTYTUT MASZYN ROBOCZYCH CIĘŻKICH

Praca została złożona w Redakcji dnia 29 kwietnia 1983 r.