

## WPLYW PRĘDKOŚCI OBCIĄŻENIA NA POWIERZCHNIE PLASTYCZNOŚCI LEPKOSPĘŻYSTEGO TWORZYWA ORTOTROPOWEGO

Stanisław OCHELSKI (WARSZAWA) i Julian POLAŃSKI (TORUŃ)

Praca przedstawia wyniki badań wpływu prędkości obciążania na granicę plastyczności kompozytu epoksydowo-szklanego w założonych stanach naprężenia. Do wyznaczenia granic plastyczności wykorzystano zjawisko sprzężenia termomechanicznego. Dokonano analizy hipotez wyteżenia materiałów anizotropowych oraz zaproponowano ujęcie analityczne wpływu prędkości naprężenia na granicę plastyczności. Program badań obejmował złożone stany naprężenia zrealizowane przy jednoczesnym działaniu siły osiowej, momentu skręcającego i ciśnienia wewnętrznego próbki w postaci rurki. Trzy wybrane hipotezy wyteżenia: Hoffmana, Hubera-Misesa oraz Goldenblata-Kopnowa poddano weryfikacji doświadczalnymi wynikami badań wpływu prędkości naprężenia na granicę plastyczności.

### 1. WSTĘP

Rozwój nowoczesnych materiałów kompozytowych spowodował coraz szersze stosowanie ich w różnych dziedzinach techniki. Przykładem tego mogą być kompozyty polimerowe, otrzymane z żywic poliestrowych lub epoksydowych z różnymi włóknami — najczęściej szklanymi. Właściwe zaprojektowanie konstrukcji z tworzywa sztucznego, wzmocnionego włóknami wysokiej wytrzymałości, wymaga znajomości warunków wytrzymałości w złożonych stanach naprężenia. Trudności w jednoznacznym określeniu warunku wytrzymałości potęgują się ze względu na to, iż tworzywa te są lepkospężystymi materiałami anizotropowymi. Stwarza to konieczność prowadzenia badań wyteżeniowych z uwzględnieniem czasu obciążenia.

Brak jest dostatecznej ilości badań wyteżeniowych kompozytów polimerowych produkcji krajowej, są natomiast fragmentaryczne publikacje na ten temat w literaturze zagranicznej; jest zupełny brak badań wpływu prędkości obciążania na wyteżenie tworzyw wzmocnionych. Ponieważ badane tworzywa są materiałami lepkospężystymi, a więc wrażliwymi na prędkość obciążania, należy zbadać wpływ prędkości obciążania na wytrzymałość tworzywa w złożonych stanach naprężenia.

W literaturze technicznej ukazało się wiele publikacji z zakresu hipotez wyteżenia materiałów. Obszerny krytyczny przegląd hipotez wyteżeńiowych do lat dwudziestych obecnego wieku oraz własną koncepcję oceny wyteżenia materiału — przedstawił BURZYŃSKI [1]. Przegląd do lat osiemdziesiątych wraz z podziałem na hipotezy dla materiałów izotropowych i na hipotezy dla materiałów anizotropowych przedstawili GOLDENBLAT i KOPNOW [2]. Autorzy tej monografii podali własne interesujące kryterium wyteżenia materiałów anizotropowych [3]. Kryterium to uwzględnia znaczną liczbę wymagań, stawianych hipotezom dla materiałów anizotropowych. Również PISARENKO i LEBIEDIEV [4] podali w swojej publikacji przegląd hipotez do lat osiemdziesiątych.

Interesującą hipotezę przedstawił ZAWADZKI [5 i 6], który przyjął za miarę wyteżenia przyrost właściwej energii swobodnej. W pracy [7] GABRYSZEWSKI rozszerzył na ciała anizotropowe warunek Hubera–Misesa. Szerokie wykorzystanie znajduje warunek plastyczności MISESA–HILLA [8, 9 i 10]. Mises przeniósł założenia o istnieniu plastycznego potencjału dla ciał izotropowych na ciała anizotropowe, nie uwzględniając tensora kulistego. W praktyce inżynierskiej częste wykorzystanie dla materiałów ortotropowych znajduje warunek wytrzymałościowy MARINA [11] oparty na wielomianie kwadratowym. Podobny do hipotezy Marina jest warunek wytrzymałościowy ZACHAROWA [12], mający zastosowanie w przypadku zgodności kierunków naprężenia z głównymi osiami anizotropii. Uogólnienie hipotezy Hubera–Misesa dla materiałów ortotropowych w postaci warunku plastyczności przedstawili HU i MARIN [13]. Również Prager przedstawił uogólnienie energii odkształcenia postaciowego dla przypadku płaskiego stanu naprężenia ciała ortotropowego [13]. Wstawiając do hipotezy Hubera–Misesa charakterystyki sprężyste i wytrzymałościowe materiału w kierunkach głównych osi anizotropii, FISCHER [14] przedstawił warunek wytrzymałościowy dla płaskiego stanu naprężenia. Warunek wytrzymałościowy dla materiałów ortotropowych w postaci wielomianu czwartego stopnia podała ASZKENAZI [15]. Szerokie zastosowanie dla materiałów ortotropowych liniowo sprężystych ma hipoteza HOFFMANA [16].

Wymienione hipotezy wyteżenia materiałów anizotropowych można podzielić na następujące grupy:

- 1) hipotezy wyrażone przez granice wytrzymałości: ASZKENAZI [15], GOLDENBLATA, KOPNOWA [3], FISCHERA [14], HOFFMANA [16], MARINA [11], TSAI–WU [16], ZACHAROWA [12];
- 2) hipotezy wyrażone przez granice plastyczności: AZZI–TSAI [1], HILLA [9, 10], HU–MARINA [13], MORRISA [16], PRAGERA [13];
- 3) hipotezy wyrażone przez stałe sprężystości: HUBERA–MISESA [7], ZAWADZKIEGO [5];
- 4) hipotezy dla materiałów o ogólnej anizotropii: HUBERA–MISESA, GOLDENBLATA–KOPNOWA, MISESA–HILLA, ZAWADZKIEGO;

5) hipotezy dla materiałów ortotropowych: ASZKENAZI, AZZI-TSAI, FISCHERA, HOFFMANA, HU-MARINA, NORRISA, PRAGERA, TSAI-WU, ZACHAROWA;

6) hipotezy dla materiałów o równej granicy wytrzymałości przy rozciąganiu i ściskaniu: ASZKENAZI, AZZI-TSAI, FISCHERA, HUBERA-MISESA, HILLA, HU-MARINA, NORRISA, PRAGERA, ZAWADZKIEGO;

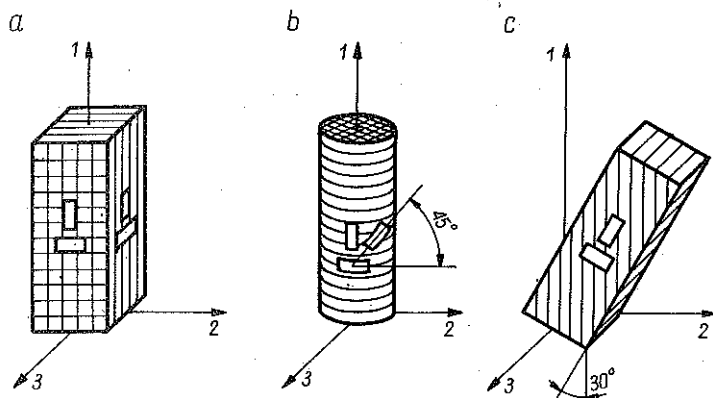
7) hipotezy dla materiałów o różnej granicy wytrzymałości na rozciąganie i na ściskanie: GOLDENBLATA-KOPNOWA, HOFFMANA, MARINA, TSAI-WU, ZACHAROWA.

Do badań eksperymentalnych wyteżenia przyjęliśmy lepkosprężysty kompozyt polimerowy, otrzymany z żywicy E-53 i tkaniny rovingowej STR-58. Ponieważ tworzywo to jest wrażliwe na prędkość obciążenia, postanowiliśmy zbadać jego wpływ na granicę plastyczności i wytrzymałości w zakresie małych prędkości naprężenia.

## 2. METODA BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

Tworzywo w postaci płyt otrzymano przez laminowanie na płycie szklanej. Kierunki osnowy i wątku wszystkich warstw tkaniny w płycie pokrywały się. Z płyt wycinano próbki pod różnymi kątami  $\varphi$  (kąt zawarty między osią próbki, a kierunkiem osnowy), w postaci prostopadłościanów o różnych wymiarach. Technologię wytwarzania próbek w postaci rurek podano w pracy [17].

W przeprowadzonych badaniach układy współrzędnych prostokątnych 1, 2, 3 były na stałe związane z tworzywem i pokrywały się z głównymi osiami anizotropii. Kierunek 1 pokrywał się z kierunkiem osnowy, 2 — z kierunkiem wątku, a 3 — kierunek prostopadły do warstw tkaniny w two-



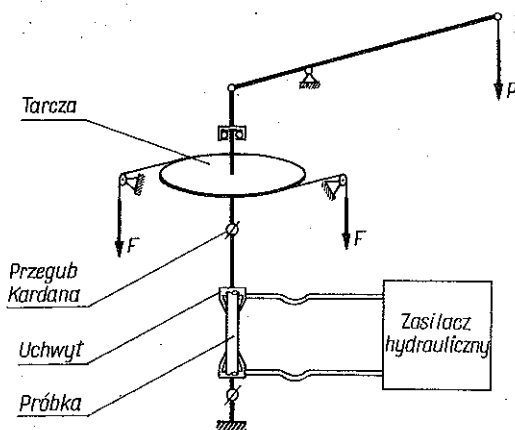
Rys. 1. Próbkę do określenia stałych sprężystych

rzywie. Tworzywo jest ciałem ortotropowym, w którym liczba włókien osnowy i wątku w tkaninie jest równa, co powoduje że jednakowe są własności mechaniczne tworzywa w kierunkach 1 i 2.

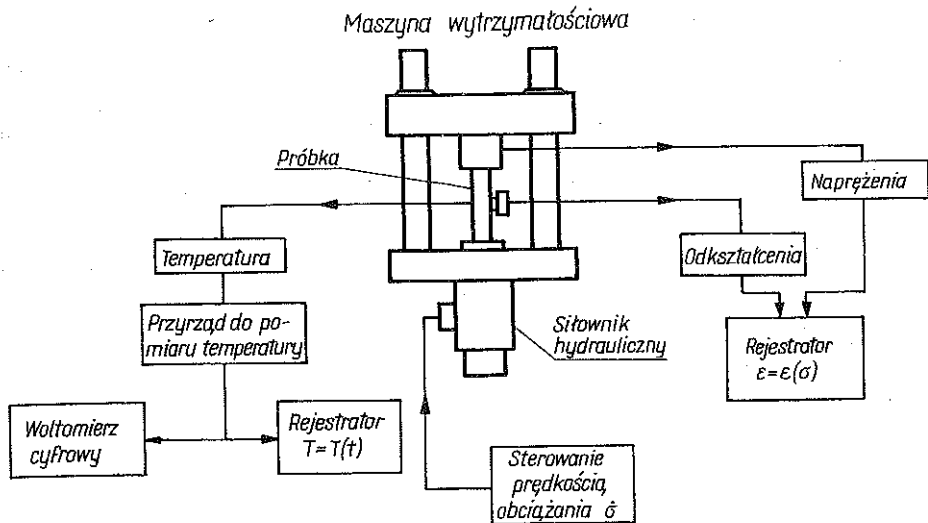
Moduły Younga, moduły sprężystości postaciowej oraz liczby Poissona dla poszczególnych kierunków określono w badaniach, w których mierzono przyrosty odkształcenia odpowiadające danym przyrostom obciążenia. Odkształcenia mierzono aparaturą elektrozrezystancyjną. Próbki z rozmieszczonymi tensometrami przedstawia rys. 1. Określone stałe sprężyste dla badanego tworzywa wynoszą:

$$\begin{aligned} E_{11} &= E_{22} = 13900 \text{ MPa}, & \nu_{12} &= \nu_{21} = 0.1628, \\ E_{33} &= 6560 \text{ MPa}, & \nu_{13} &= \nu_{23} = 0.3459, \\ G_{12} &= 1134 \text{ MPa}, & \nu_{31} &= \nu_{32} = 0.1630, \\ G_{13} &= G_{23} = 1869 \text{ MPa}, \end{aligned}$$

Badania wytrzymałości kompozytu w złożonych stanach naprężenia przeprowadzono na wykonanym w tym celu urządzeniu, które składa się z zespołów: pełzarki DST — 5000, zespołu realizującego skręcenie, rewersu i zasilacza hydraulicznego. Schemat kinematyczny urządzenia przedstawia rys. 2. Na rys. 3 przedstawiony jest schemat blokowy aparatury użytej do badań wpływu prędkości obciążenia na fizyczną granicę plastyczności w jednoosiowych stanach naprężenia. Stałe prędkości obciążania utrzymywane są automatycznie lub sterowane ręcznie. Dokładny opis urządzenia przedstawiono w [18, 19].



Rys. 2. Schemat kinematyczny urządzenia do badań wytrzymałości w złożonych stanach naprężenia



Rys. 3. Schemat blokowy aparatury do badań wpływu prędkości obciążenia na granicę plastyczności

Do pomiaru składowych tensora odkształceń podczas badań zastosowano kilka technik pomiarowych. Z powodzeniem zastosowano tensometryczną aparaturę elektrozestancyjną z automatyczną rejestracją wyników [19], ze względu na małe odkształcenia względne otrzymane z części przewodzących próbek. Zastosowano też tensory mechaniczne, urządzenia optyczne i przetworniki indukcyjne.

Program badań obejmował złożone stany naprężenia uzyskane z realizacji jednoczesnego działania na próbkę ciśnienia wewnętrznego z udziałem siły osiowej i momentu skręcającego dla różnych prostych dróg obciążania.

Granice plastyczności i wytrzymałości określono przy prędkości intensywności naprężeń równych  $\dot{\sigma}_i = 0,11; 0,277; 1,0$  oraz  $2,2$  MPa/s. Intensywność naprężeń określono według hipotezy Goldenblata-Kopnowa. Rozciąganie z jednoczesnym skręcaniem przeprowadzono dla stosunków naprężeń stycznych do normalnych równych  $k = 0; 0,25; 0,5; 1,0$  oraz  $\infty$ . Natomiast obciążenie próbki ciśnieniem wewnętrznym i siłą osiową zrealizowano dla stosunku naprężeń  $m = \sigma_{11}/\sigma_{22} = 0; 0,5$  oraz  $1,0$ .

W celu określenia wpływu własności anizotropowych kompozytu na granicę plastyczności i wytrzymałości przeprowadzono jednoosiowe rozciąganie w różnych kierunkach  $\varphi$  w płaszczyźnie 1, 2. Kąt  $\varphi$  zawarty był między kierunkiem głównej osi anizotropii 1, a kierunkiem rozciągania i wynosił  $\varphi = 0, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ . Dla każdej wartości  $\varphi$  określano fizyczną granicę plastyczności z różnymi prędkościami naprężenia zawartymi w przedziale (0,1 — 26) MPa/s. Badania przeprowadzono w temperaturze  $21 \pm 0,2^\circ\text{C}$  i względnej wilgotności powietrza (40—50)%.

Do określenia wyteżenia kompozytów polimerowych w złożonych stanach naprężenia należy jednoznacznie określić granicę plastyczności. Jak wiadomo, tworzywa polimerowe nie mają liniowej zależności między obciążeniem a odkształceniem już w początkowym okresie obciążenia. Fakt ten utrudnia jednoznaczne określenie granicy plastyczności z warunku umownych odkształceń. Tylko przy obciążeniach tworzywa wzdłuż kierunku włókien wzmacniających obserwuje się prawie liniową zależność między naprężeniami i odkształceniami. Tak więc przyjęcie innej miary odkształceń niebezpiecznych ciała w złożonych stanach naprężenia jest celowe.

Wykorzystując zjawisko sprężenia termomechanicznego w procesie adiabaticznym, w przypadku zmiany naprężenia w zakresie sprężystym, następuje zmiana temperatury według równania Kelvina [20].

$$(2.1) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{T}{\rho C_v} \alpha_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t},$$

gdzie  $T$  oznacza temperaturę,  $t$  czas,  $\alpha_{ij}$  termiczne współczynniki liniowej rozszerzalności,  $\varepsilon_{ij}$  składowe tensora odkształcenia,  $C_v$  ciepło właściwe przy stałej objętości oraz  $\rho$  gęstość.

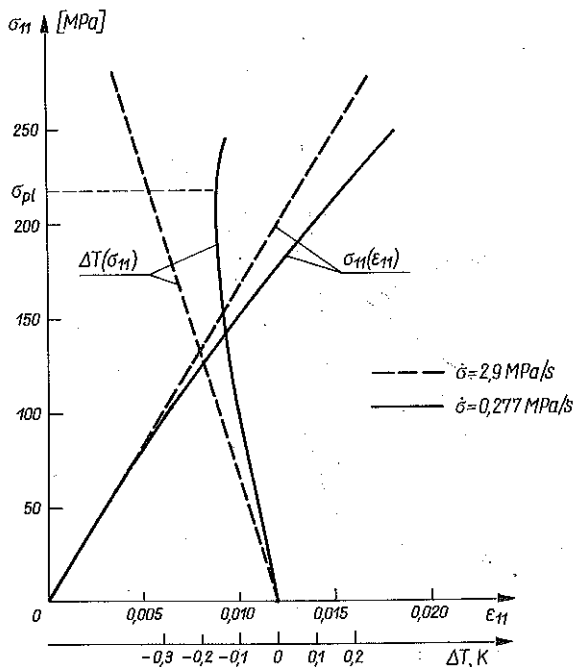
Z równania (2.1) wynika, że przy adiabaticznym jednoosiowym rozciąganiu materiałów, gdy  $\sigma_{ii} > 0$ , przyrost temperatury jest ujemny, natomiast w przypadku jednoosiowego ściskania ( $\sigma_{ii} < 0$ ) przyrost temperatury jest dodatni. Przy skręcaniu względem jednej z głównych osi anizotropii materiału ortotropowego ( $\sigma_{ii} = 0$ ) przyrost temperatury w zakresie odkształceń sprężystych jest równy zero. Tylko składowe tensora kulistego odkształceń biorą udział w zmianie entropii, a więc i zmianie temperatury ciała. Zależności te analitycznie opisane są między innymi w [21].

Podczas adiabaticznego rozciągania próbki w zakresie sprężystym obserwuje się proporcjonalne do siły rozciągającej obniżenie temperatury próbki, następnie po pojawieniu się pierwszych odkształceń plastycznych temperatura wzrasta. W procesie deformacji plastycznej, wywołanej rozciąganiem, ściskaniem, skręcaniem lub złożonym stanem naprężenia, zawsze występuje wzrost temperatury. Jest to wynik zamiany na ciepło dysypowanej pracy plastycznej. Adiabaticzne nagrzewanie się deformowanego ciała jest sprężeniem termodynamicznym w zakresie plastycznym ciała obciążonego. Tak więc miarą granicy plastyczności jest gwałtowny przyrost temperatury próbki. Ponieważ przy określaniu granicy plastyczności w przypadku obciążenia próbki ciśnieniem wewnętrznym trudno jest zrealizować proces adiabaticzny; dlatego w tym przypadku granicę plastyczności określono z odkształceń umownych. Dokładnego pomiaru temperatury próbki dokonywano za pomocą zestawu pomiarowego, składającego się z termistora, przetwornika, woltomierza cyfrowego oraz rejestratora. Zestaw ten dokładnie opisano w pracach [22 i 23].

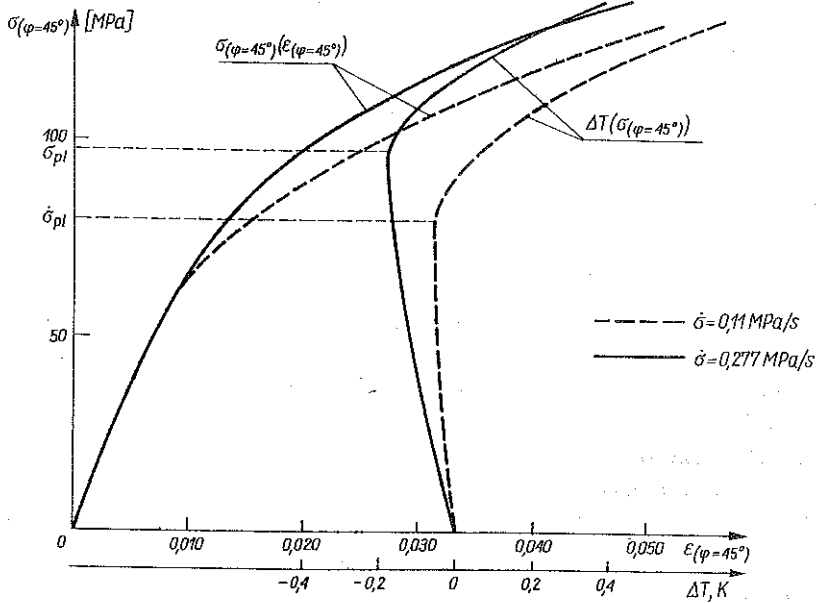
## 3. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ

Rozciąganie kompozytu w różnych kierunkach  $\varphi$  dostarczyło zależności odkształceń od naprężeń  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(\sigma_{ij})$  i zmiany temperatury próbki jako funkcji naprężeń  $\Delta T = \Delta T(\sigma_{ij})$ . Zależności te zbudowano z wyników uśrednionych z 5 do 10 prób. Na rys. 4–6 przykładowo przedstawiono wykresy dotyczące wyników uzyskanych przy rozciąganiu w kierunku  $\varphi = 0$  i  $\varphi = 45^\circ$  oraz ścisaniu w kierunku  $\varphi = 0$ . Na wykresach tych zauważamy, że większemu przyrostowi odkształceń odpowiada gwałtowny przyrost temperatury, z wyjątkiem ścisania i rozciągania przy prędkości naprężenia większej od 0,9 MPa/s. Jako fizyczną granicę plastyczności przyjęto naprężenia powodujące początek przyrostu temperatury na wykresach  $\Delta T = \Delta T(\sigma_{ij})$ . Na rysunkach tych podano wyniki dla dwóch różnych prędkości naprężenia, aby wykazać duży wpływ prędkości na granicę plastyczności. W przypadku ścisania oraz rozciągania z prędkością naprężenia większą od 0,9 MPa/s, granica plastyczności równa jest naprężeniom niszczącym.

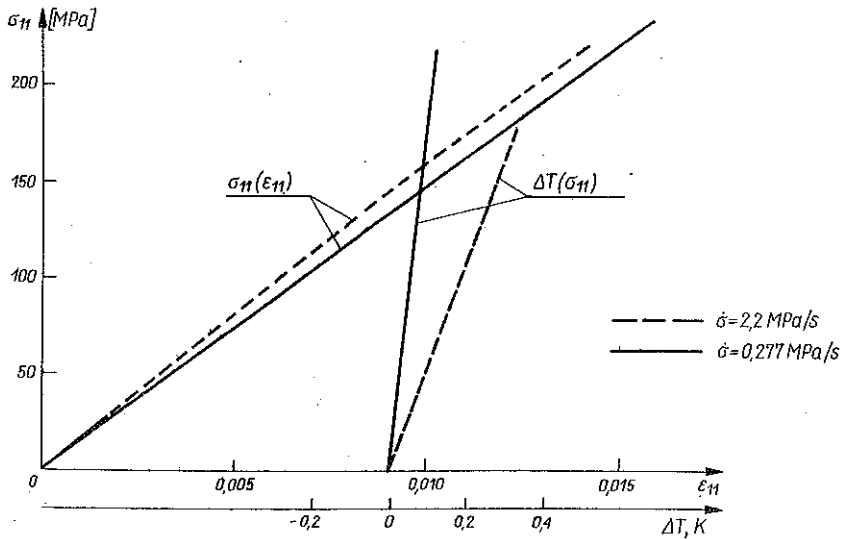
Z porównania wykresów przedstawionych na rys. 4 i 5 wnioskujemy, że własności anizotropowe tworzywa nie tylko znacznie zmieniają granice



Rys. 4. Zależność temperatury i odkształceń od naprężeń tworzywa rozciąganego w kierunku  $\varphi = 0^\circ$

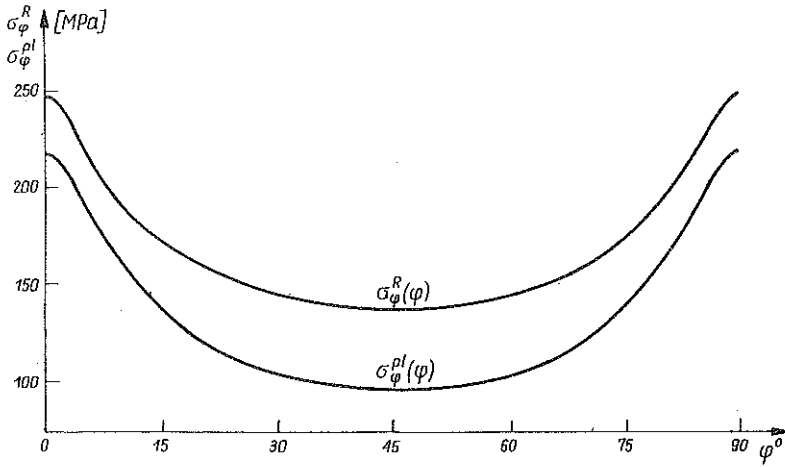


Rys. 5. Zależność temperatury i odkształceń od naprężeń tworzywa rozciąganego w kierunku  $\varphi = 45^\circ$



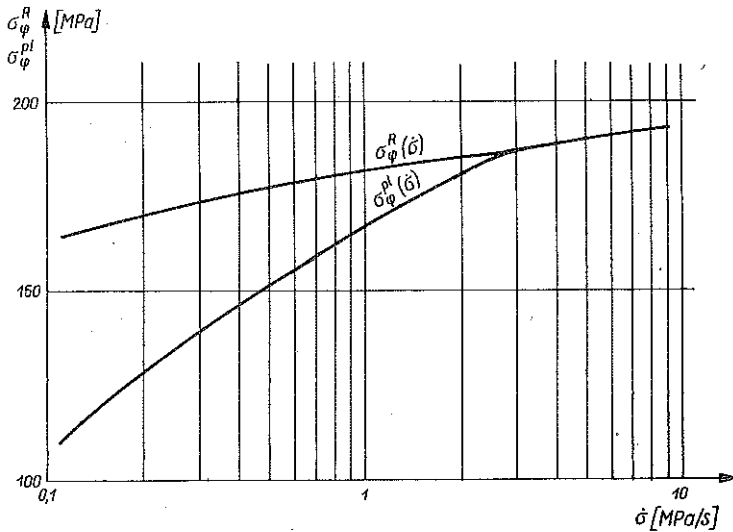
Rys. 6. Zależność temperatury i odkształceń od naprężeń tworzywa ściskanego w kierunku  $\varphi = 0^\circ$





Rys. 7. Zależność granicy plastyczności i wytrzymałości na rozciąganie od kierunku obciążenia przy  $\dot{\sigma} = 0,277 \text{ MPa/s}$

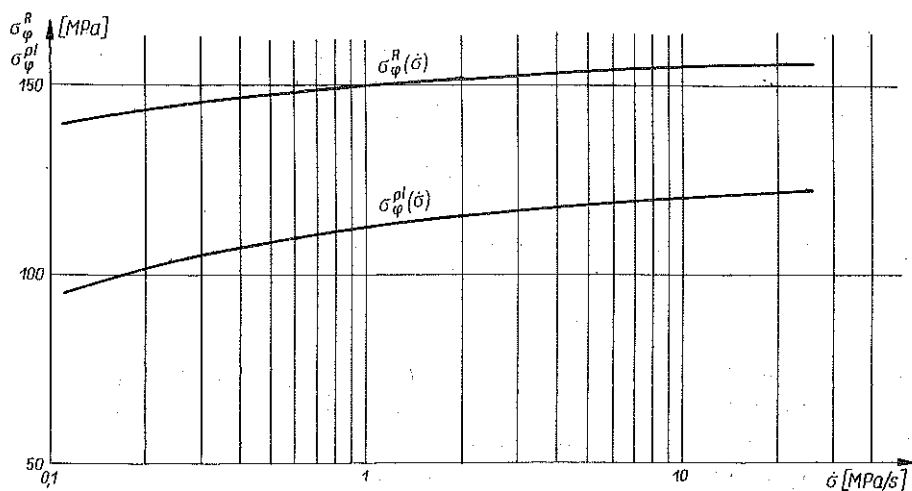
plastyczności, ale także charakter funkcji  $\Delta T = \Delta T(\sigma_{ij})$  i  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(\sigma_{ij})$ . Właściwości anizotropowe kompozytu wyrażone przez zmianę granicy plastyczności i wytrzymałości podczas rozciągania w różnych kierunkach  $\varphi$ , uzyskane przy prędkości naprężenia  $\dot{\sigma} = 0,277 \text{ MPa/s}$ , przedstawiono na rys. 7. Między granicą plastyczności, a naprężeniami niszczącymi występuje znaczna różnica



Rys. 8. Zależność granicy plastyczności i naprężeń niszczących od prędkości naprężenia tworzywa rozciąganego w kierunku  $\varphi = 15^\circ$

w przypadku rozciągania w kierunku  $\varphi = 45^\circ$ , natomiast mała jest przy  $\varphi = 0$ .

Z otrzymanych wyników badań, określając fizyczną granicę plastyczności ( $\sigma^{pl}$ ) i granicę wytrzymałości ( $\sigma^R$ ) przy różnych prędkościach naprężenia dla różnych wartości  $\varphi$ , przedstawiono przykładowo wykresy  $\sigma_\varphi^{pl} = \sigma_\varphi^{pl}(\dot{\sigma})$  i  $\sigma_\varphi^R = \sigma_\varphi^R(\dot{\sigma})$  dla  $\varphi = 15^\circ$  i  $\varphi = 30^\circ$  na rys. 8 i 9. Na rysunkach tych wyraźny

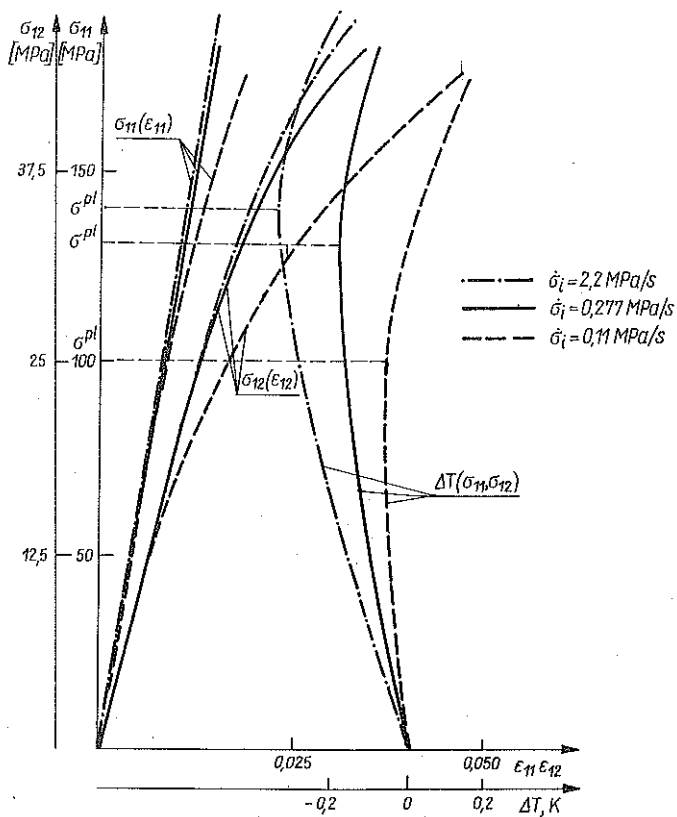


Rys. 9. Zależność granicy plastyczności i naprężeń niszczących od prędkości naprężenia tworzywa rozciąganego w kierunku  $\varphi = 30^\circ$

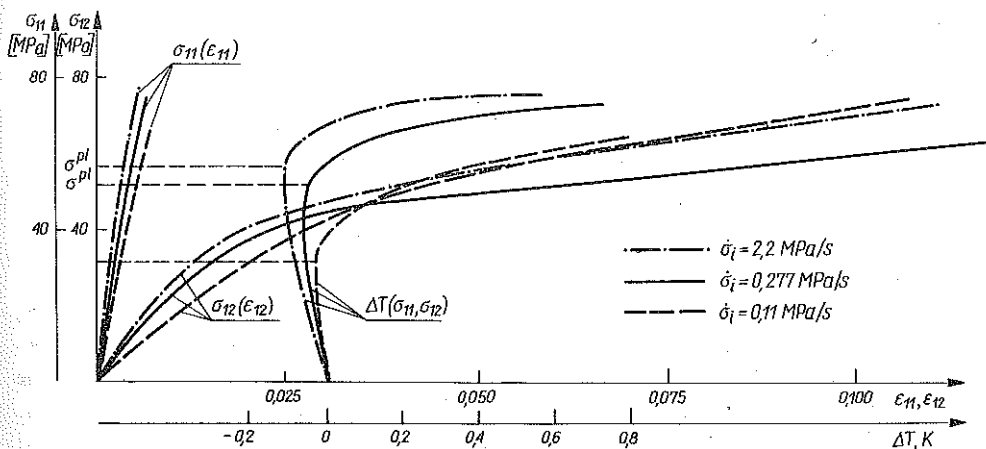
jest wpływ prędkości naprężenia na granicę plastyczności i naprężenia niszczące. W przypadku rozciągania tworzywa w kierunku  $\varphi = 15^\circ$ , przy prędkości naprężenia  $\dot{\sigma} > 3$  MPa/s granica plastyczności równa jest naprężeniom niszczącym. W przypadku  $\varphi = 30^\circ$  (podobnie jak dla  $\varphi = 45^\circ$ ) w całym przedziale przyjętych do badań prędkości naprężenia nie nastąpiło zrównanie granicy plastyczności z granicą wytrzymałości.

Badania wpływu prędkości naprężenia na granicę plastyczności, w przypadku skręcenia z jednoczesnym rozciąganiem lub ścisaniem, przeprowadzono na próbkach rurkowych o długości 220 mm, średnicy wewnętrznej 39,5 mm i średnicy zewnętrznej 42,3 mm. Badania te przeprowadzono dla stosunków naprężeń stycznych do normalnych równych  $k = \sigma_{12}/\sigma_{11} = 0; 0,25; 0,5; 1,0$  oraz  $\infty$ , zachowując prostą drogę obciążenia.

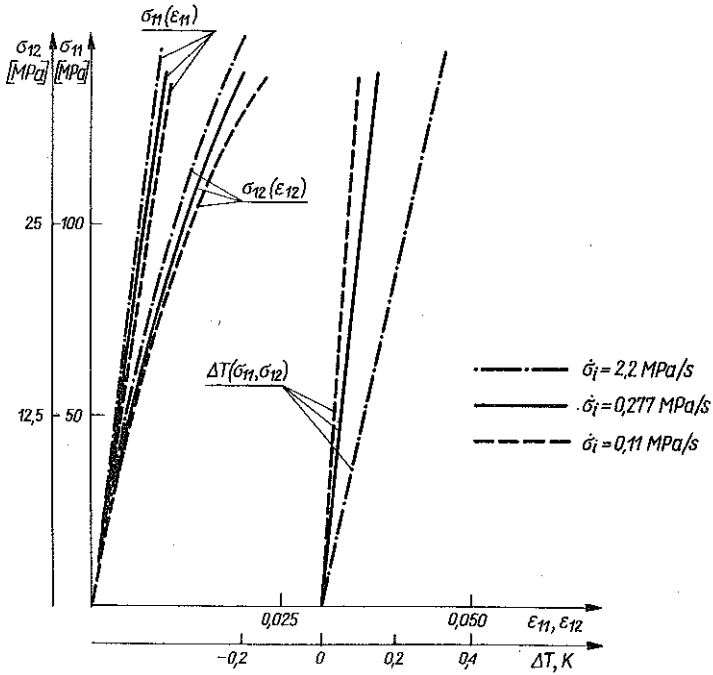
Na rys. 10–13 przykładowo przedstawiono wyniki badań granicy plastyczności w zależności od prędkości intensywności naprężenia. Zgodnie z oczekiwaniem wartość granicy plastyczności rośnie wraz ze wzrostem prędkości. W przypadku ścisania z jednoczesnym skręcaniem dla  $k = 0,25$ , nie występuje zmiana przyrostu temperatury na wykresach  $\Delta T = \Delta T(\sigma_{11}, \sigma_{12})$ , ponieważ



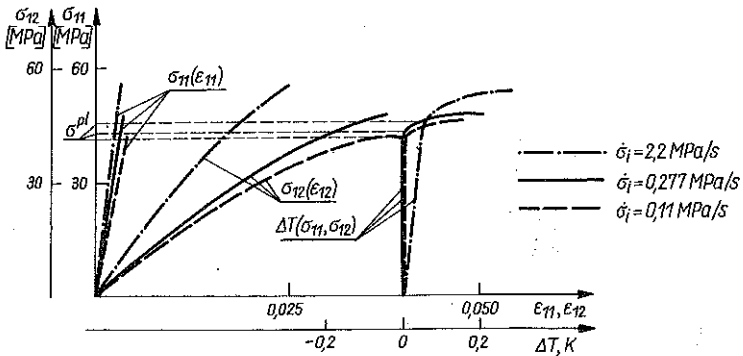
Rys. 10. Funkcje  $\sigma_{11} = \sigma_{11}(\epsilon_{11})$ ,  $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\epsilon_{12})$  oraz  $\Delta T = \Delta T(\sigma_{11}, \sigma_{12})$  przy rozciąganiu ze skręcaniem dla drogi obciążania  $k = 0,25$



Rys. 11. Funkcje  $\sigma_{11} = \sigma_{11}(\epsilon_{11})$ ,  $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\epsilon_{12})$  oraz  $\Delta T = \Delta T(\sigma_{11}, \sigma_{12})$  przy rozciąganiu ze skręcaniem dla drogi obciążania  $k = 1$



Rys. 12. Funkcje  $\sigma_{11} = \sigma_{11}(\epsilon_{11})$ ,  $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\epsilon_{12})$  oraz  $\Delta T = \Delta T(\sigma_{11}, \sigma_{12})$  przy ścisnaniu ze skręcaniem dla drogi obciążania  $k = 0,25$

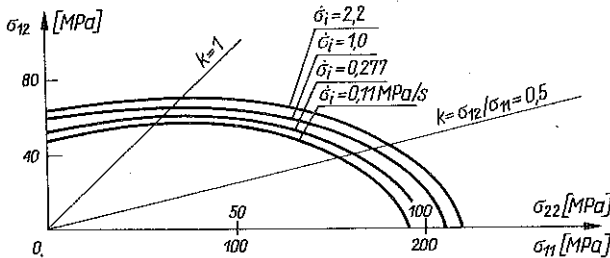


Rys. 13. Funkcje  $\sigma_{11} = \sigma_{11}(\epsilon_{11})$ ,  $\sigma_{12} = \sigma_{12}(\epsilon_{12})$  oraz  $\Delta T = \Delta T(\sigma_{11}, \sigma_{12})$  przy ścisnaniu ze skręcaniem dla drogi obciążania  $k = 1$

granica plastyczności równa jest granicy wytrzymałości. Granica plastyczności równa jest granicy wytrzymałości również dla drogi obciążania  $k = 0,5$  i  $\dot{\sigma}_i = 2,2$  MPa/s. We wszystkich pozostałych zbadanych przypadkach wraz ze wzrostem  $\dot{\sigma}_i$  rośnie granica plastyczności.

W przypadku badań wpływu prędkości naprężenia na granicę plastyczności i wytrzymałości przy ciśnieniu wewnętrznym w próbce z udziałem siły osiowej i momentu skręcającego nie określono granicy plastyczności na podstawie zmian temperatury próbki. Ciśnienie cieczy doprowadzone do próbki rurkowej powoduje wzrost temperatury, co stwarza trudności uzyskania procesu adiabaticznego. W tym przypadku granicę plastyczności określono z uzyskanych badań funkcji  $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}(\sigma_{ij})$ . Stwierdzono, że granica plastyczności równa jest naprężeniom niszczącym, ponieważ funkcję  $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}(\sigma_{ij})$  mają charakter liniowy.

Na rys. 14 przedstawiono średnie wyniki badań z 5 do 10 prób w postaci zależności granicy plastyczności przy jednoczesnym obciążaniu próbki ciśnie-



Rys. 14. Doświadczalne powierzchnie plastyczności uzyskane w wyniku jednoczesnego obciążenia ciśnieniem wewnętrznym i momentem skręcającym

niem wewnętrznym i momentem skręcającym — dla różnych dróg obciążania  $m = 0,5; k = 0; 0,25; 1,0$  oraz  $\infty$ . Natomiast dla dróg obciążania  $k = 0; m = 0,5; 1,0$  oraz  $2,0$  wyniki badań przedstawia rys. 15.

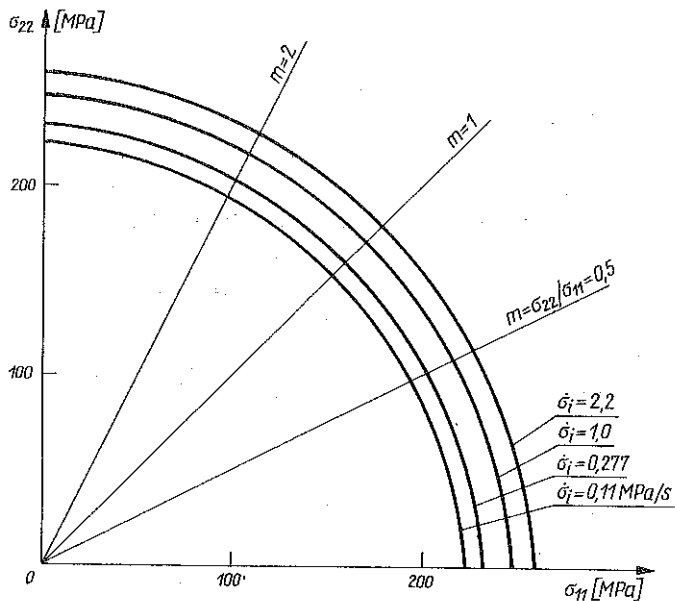
W pracy [23] przedstawiono złomy próbek badania wpływu prędkości na granicę plastyczności oraz podano ich analizę.

Brak jest publikacji dotyczących teoretycznego opisu wpływu prędkości naprężeń na granicę plastyczności materiałów lepkosprężystych w złożonych stanach naprężenia. Próbę opisu wpływu prędkości odkształcenia na granicę plastyczności materiałów lepkoplastycznych przedstawił P. PERZYNA w [24].

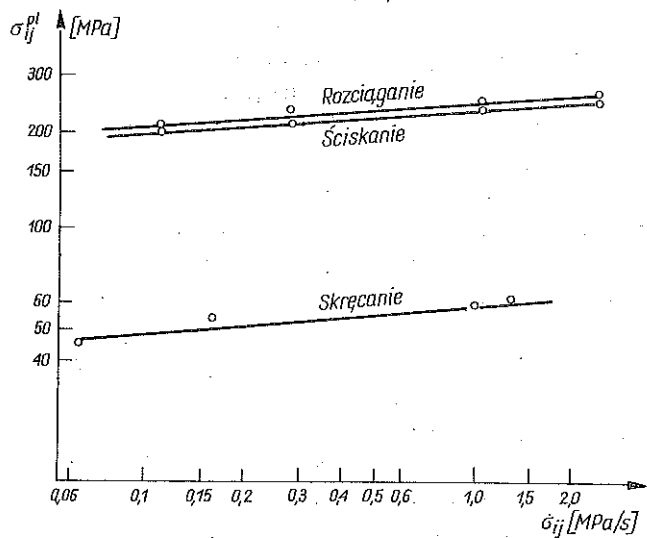
Do matematycznego opisu wpływu prędkości naprężenia na granicę plastyczności wykorzystano hipotezy wyteżeniowe, w których stałe materiałowe uzależniono od prędkości naprężenia. Po wstępnej analizie hipotez wyteżeniowych do matematycznego opisu wpływu prędkości naprężenia na granicę plastyczności badanego tworzywa, wybrano następujące hipotezy: Goldenblata-Kopnowa, Hubera-Misesa i Hoffmana.

Przyjmując dwa pierwsze wyrazy szeregu wyrażającego kryterium wytrzymałości ciał anizotropowych za [2] napiszemy

$$(3.1) \quad \sum_{i,k} A_{ik} \sigma_{ik} + \left( \sum_{p,q,r,s} A_{pqrs} \sigma_{pq} \sigma_{rs} \right)^{0,5} = 1,$$



Rys. 15. Doświadczalne powierzchnie plastyczności określone przy jednoczesnym obciążeniu ciśnieniem wewnętrznym i siłą osiową



Rys. 16. Zależność granicy plastyczności od prędkości naprężenia

dla  $i, k = 1, 2, 3$  i  $p, q, r, s = 1, 2, 3$ , gdzie  $A_{ik}$ ,  $A_{pqrs}$  oznaczają stałe określone przez wytrzymałość przy rozciąganiu, ściskaniu i skręcaniu. Dla płaskiego stanu naprężenia równanie (3.1) w zapisie rozwiniętym przedstawia się następująco:

$$(3.2) \quad A_{11} \sigma_{11} + A_{22} \sigma_{22} + (A_{1111} \sigma_{11}^2 + A_{2222} \sigma_{22}^2 + 2A_{1122} \sigma_{11} \sigma_{22} + 4A_{1212} \sigma_{12}^2)^{0.5} = 1.$$

Doświadczalnie wyznaczone granice plastyczności kompozytu w zależności od prędkości naprężenia przy rozciąganiu, ściskaniu, skręcaniu przedstawiono we współrzędnych i logarytmicznych na rys. 16. Wyniki doświadczalne dobrze opisuje równanie

$$(3.3) \quad \sigma_{ij}^{pl} = T_{ij} \dot{\sigma}_{ij}^{tj}.$$

Wyznaczone wielkości są następujące:

w przypadku rozciągania w kierunku głównej osi anizotropii

$$(\sigma_{11}^{pl})_R = 249,38 \dot{\sigma}_{11}^{0,05274};$$

w przypadku ściskania

$$(3.4) \quad (\sigma_{11}^{pl})_C = 230,19 \dot{\sigma}_{11}^{0,05274};$$

w przypadku skręcania

$$(\sigma_{12}^{pl})_S = 60,64 \dot{\sigma}_{12}^{0,09246};$$

w przypadku skręcania próbki rurkowej, w której oś próbki z kierunkiem głównej osi anizotropii wynosiła  $45^\circ$

$$(\sigma_{12}^{pl})_{\varphi=45^\circ} = 173,40 \dot{\sigma}_{12}^{0,05274}.$$

W obliczeniach stałych  $A_{ij}$  i  $A_{pqrs}$ , występujących w równaniu (3.2), zamiast wytrzymałości na rozciąganie, ściskanie i skręcanie przyjęto zależności wyrażone wzorami:

$$(3.5) \quad \begin{aligned} A_{11} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_{11}^R} - \frac{1}{\sigma_{11}^C} \right) = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{(\sigma_{11}^{pl})_R} - \frac{1}{(\sigma_{11}^{pl})_C} \right], \\ A_{22} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_{22}^R} - \frac{1}{\sigma_{22}^C} \right) = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{(\sigma_{22}^{pl})_R} - \frac{1}{(\sigma_{22}^{pl})_C} \right], \\ A_{1111} &= \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\sigma_{11}^R} + \frac{1}{\sigma_{11}^C} \right)^2 = \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{(\sigma_{11}^{pl})_R} + \frac{1}{(\sigma_{11}^{pl})_C} \right]^2, \\ A_{2222} &= \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\sigma_{22}^R} + \frac{1}{\sigma_{22}^C} \right)^2 = \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{(\sigma_{22}^{pl})_R} + \frac{1}{(\sigma_{22}^{pl})_C} \right]^2, \end{aligned}$$

$$(3.5) \quad A_{1122} = \frac{1}{8} \left[ 4A_{1111} + 4A_{2222} - \left( \frac{1}{\sigma_{45}^{+s}} + \frac{1}{\sigma_{45}^{-s}} \right)^2 \right],$$

$$A_{1212} = \frac{1}{16} \left( \frac{1}{\sigma^{+s}} + \frac{1}{\sigma^{-s}} \right)^2 = \frac{1}{4 (\sigma_{12}^{pl})_s^2},$$

gdzie  $\sigma_{ii}^R$  oznacza wytrzymałość na rozciąganie,  $\sigma_{ii}^c$  wytrzymałość na ściskanie oraz  $\sigma^s$  wytrzymałość na skręcanie.

Podstawiając dane ze wzorów (3.4) do (3.5) otrzymuje się następujące zależne od  $\sigma_{ij}$  współczynniki:

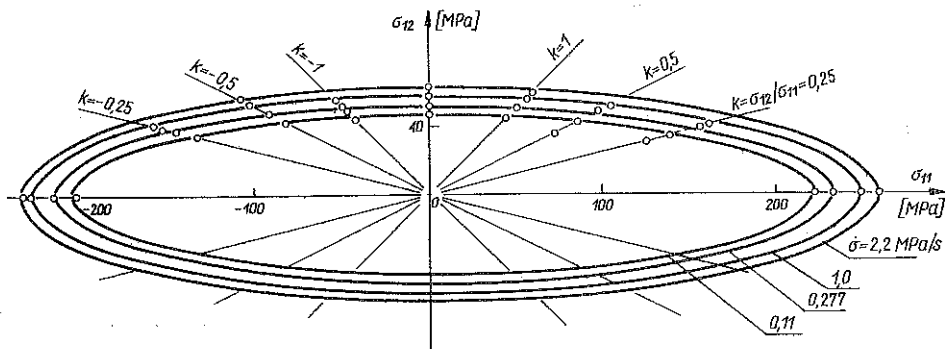
$A_{11} = -1,6714 \times 10^{-4} \dot{\sigma}_{11}^{-0,05274}$ ;  $A_{22} = A_{11}$ , ponieważ własności badanego tworzywa w kierunkach 1 i 2 są jednakowe;

$$(3.6) \quad A_{1111} = A_{2222} = 1,7448 \times 10^{-5} \dot{\sigma}_{11}^{-0,10548};$$

$$A_{i1122} = -1,8461 \times 10^{-5} \dot{\sigma}_{11}^{-0,10548};$$

$$A_{1212} = 6,7995 \times 10^{-5} \dot{\sigma}_{12}^{-0,18492}.$$

Po podstawieniu obliczonych współczynników (3.6) do równania (3.2) otrzymuje się wzór na granicę plastyczności w zależności od prędkości naprężenia dla płaskiego stanu naprężenia. Rysunek 17 przedstawia wyniki



Rys. 17. Wyniki obliczeń granicy plastyczności od prędkości naprężenia wg hipotezy Goldenblata-Kopnowa. Punkty — wyniki doświadczalne

obliczeń dla przypadku rozciągania i ściskania z jednoczesnym skręcaniem tworzywa dla stosunków naprężeń stycznych do normalnych równych  $k = 0; 0,25; 0,5; 1,0; \infty; -0,25; -0,5$  oraz  $-1,0$ , a prędkości naprężeń były równe  $\dot{\sigma}_i = 0,11; 0,277; 1,0$  oraz  $2,2$  MPa/s.

W przypadku rozciągania kompozytu w dowolnym kierunku  $\varphi$ , kryterium wytrzymałości [2] przy zmianie granicy wytrzymałości na granicę plastyczności



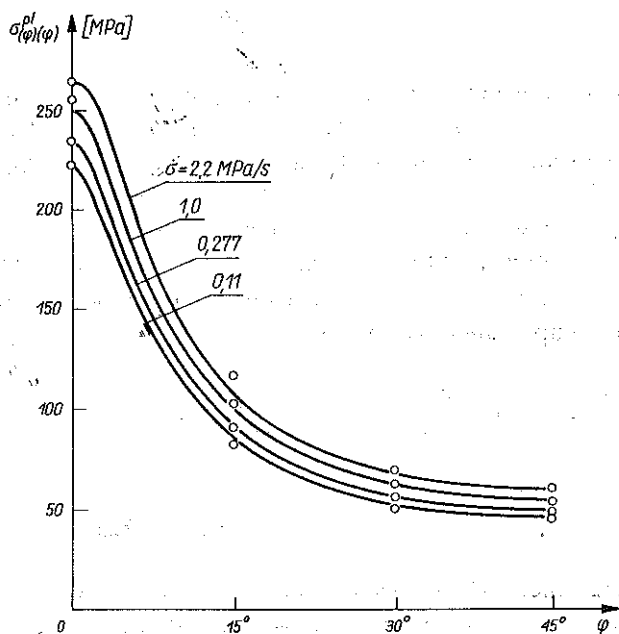
ma postać

$$(3.7) \quad \sigma_{\varphi}^{pl} = \frac{1}{\sum_{p,q} \alpha_{1p} \alpha_{1q} A_{qp} + \left( \sum_{p,q,r,s} \alpha_{1p} \alpha_{1q} \alpha_{1r} \alpha_{1s} A_{pqrs} \right)^{0,5}}$$

Dla przypadku rozciągania w płaszczyźnie 1, 2 w kierunku  $\varphi$  ( $\varphi$  oznacza kąt zawarty między kierunkiem 1, a kierunkiem rozciągania) wzór napiszemy w postaci rozwiniętej:

$$(3.8) \quad \frac{1}{\sigma_{\varphi}^{pl}} = A_{11} \cos^2 \varphi + A_{22} \sin^2 \varphi + \left[ A_{1111} \cos^4 \varphi + A_{2222} \sin^4 \varphi + \left( A_{1212} + \frac{1}{2} A_{1122} \right) \sin^2 2\varphi \right]^{0,5}$$

Podstawiając do równania (3.8) zależności (3.3), otrzymamy granicę plastyczności jako funkcję prędkości naprężenia przy rozciąganiu tworzywa w kierunku  $\varphi$ . Dla badanego kompozytu rozciąganego w kierunkach  $\varphi = 0, 15^{\circ}, 30^{\circ}$  i  $45^{\circ}$  wyniki doświadczalne i uzyskane z obliczeń przedstawia rys. 18. Ponieważ w rozpatrywanym tworzywie liczba włókien wątku i osnowy w tkaninie jest jednakowa, przyjęte kierunki  $\varphi$  są wystarczające do określania tworzywa w przedziale  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ .



Rys. 18. Wyniki obliczeń granicy plastyczności od prędkości naprężenia wg hipotezy Goldenblata-Kopnowa tworzywa rozciąganego w kierunkach  $\varphi$ .

Warunek plastyczności Hubera–Misesa rozszerzony na materiały anizotropowe w [7] ma postać

$$(3.9) \quad B_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} - B_{(i)(j)(l)(j)} \sigma_{0(i)(j)} \sigma_{0(l)(j)} = 0.$$

Dla płaskiego stanu naprężenia materiału ortotropowego warunek plastyczności w postaci rozwiniętej przedstawia się następująco:

$$(3.10) \quad B_{1111} \sigma_{11}^2 + B_{2222} \sigma_{22}^2 + B_{1212} \sigma_{12}^2 + 2B_{1122} \sigma_{11} \sigma_{22} - B_{(i)(j)(l)(j)} \sigma_{0(i)(j)} \sigma_{0(l)(j)} = 0,$$

gdzie

$$(3.11) \quad B_{ijkl} = a_{ijkl} - \frac{1}{9} a_{qqpp} \delta_{ij} \delta_{kl}.$$

Po podstawieniu do równania (3.11) modułów siecznych sprężystości określone stałe  $B_{ijkl}$  wynoszą

$$(3.12) \quad \begin{aligned} B_{1111} &= 5,23\% \cdot 10^{-5} \dot{\sigma}_{11}^{-0,05274} = B_{2222}, \\ B_{1122} &= -3,1\% \cdot 10^{-4} \dot{\sigma}_{11}^{-0,05274}, \\ B_{1212} &= 8,8 \cdot 10^{-4} \dot{\sigma}_{12}^{-0,09246}. \end{aligned}$$

W wyniku podstawienia współczynników (3.12) do równania (3.10) otrzymuje się warunek plastyczności z uwzględnieniem prędkości naprężenia. Jako  $\sigma_{0(i)(j)}$  przyjęto granicę plastyczności tworzywa osiowo rozciąganego w kierunku  $l$  przy  $\dot{\sigma}_{11}^{-0,05274}$ .

Weryfikację wpływu prędkości naprężenia na granicę plastyczności obliczoną z hipotezy Hubera–Misesa przedstawiono w pracy [25].

Przedstawiony warunek wytrzymałościowy Hoffmana w pracy [16] dla płaskiego stanu naprężenia ma postać

$$(3.13) \quad \frac{\sigma_{11}^2 - \sigma_{11} \sigma_{22}}{\sigma_{11}^c \sigma_{11}^R} + \frac{\sigma_{22}^2}{\sigma_{22}^c \sigma_{22}^R} + \left( \frac{\sigma_{11}^c - \sigma_{11}^R}{\sigma_{11}^c \sigma_{11}^R} \right) \sigma_{11} + \left( \frac{\sigma_{22}^c - \sigma_{22}^R}{\sigma_{22}^c \sigma_{22}^R} \right) \sigma_{22} + \left( \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12}^s} \right) = 1.$$

Zastępując granice wytrzymałości granicami plastyczności w postaci (3.4) i wprowadzając uziemiennione współczynniki, otrzymano warunek plastyczności uwzględniający prędkość naprężeń:

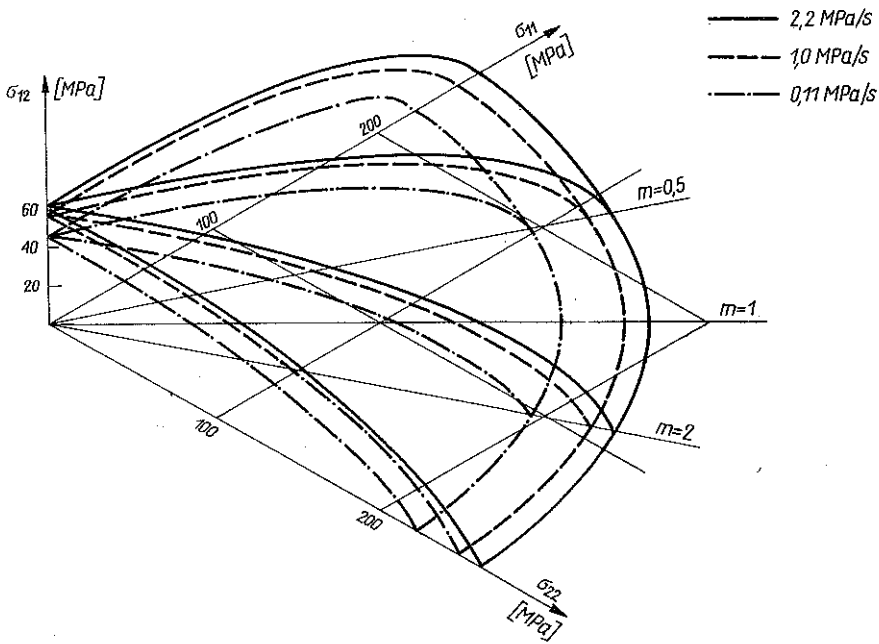
$$(3.14) \quad H_{1111} (\sigma_{11}^2 - \sigma_{11} \sigma_{22}) + H_{2222} \sigma_{22}^2 + H_{11} \sigma_{11} + H_{22} \sigma_{22} + H_{1122} \sigma_{12}^2 = 1,$$

gdzie

$$(3.15) \quad \begin{aligned} H_{11} &= 3,3429 \cdot 10^{-4} \dot{\sigma}_{11}^{-0,05274}, \\ H_{1111} &= 1,7420 \cdot 10^{-5} \dot{\sigma}_{11}^{-0,10548}, \\ H_{1122} &= 2,7198 \cdot 10^{-4} \dot{\sigma}_{12}^{-0,10548}, \\ H_{11} &= H_{22}, H_{1111} = H_{2222}, \end{aligned}$$

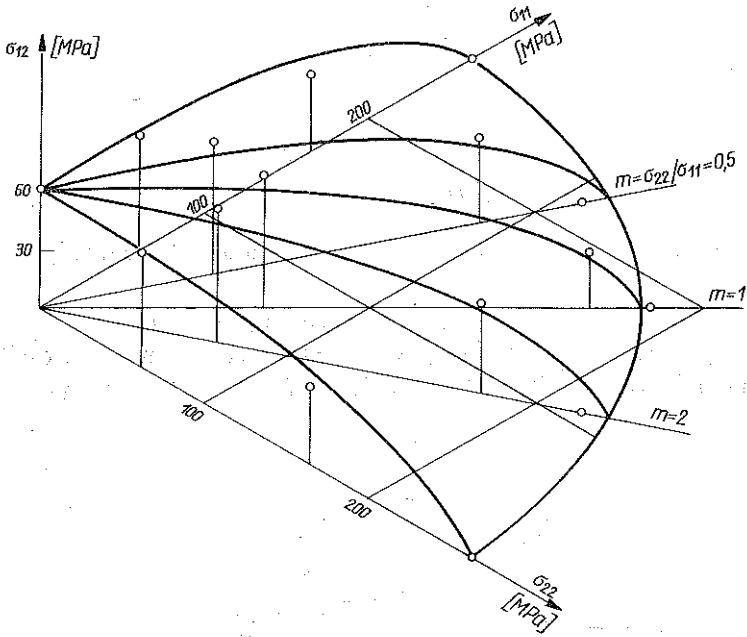
ponieważ liczba włókien wstaku i osnowy w badanym tworzywie jest taka sama.

Doświadczalną weryfikację hipotezy Goldenblata-Kopnowa, uwzględniającą wpływ prędkości naprężenia, przy ciśnieniu wewnętrznym z jednoczesnym rozciąganiem i skręcaniem, przedstawiają rysunki 19-22. Na rys. 19 przed-



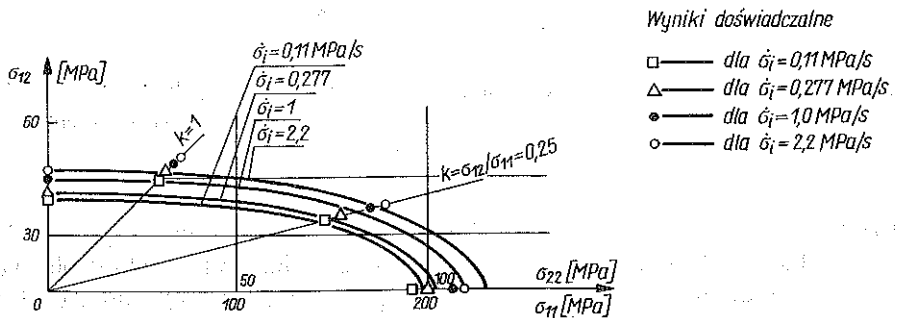
Rys. 19. Geometryczne odwzorowanie warunku plastyczności Goldenblata-Kopnowa w przestrzeni naprężeń  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$  dla różnych prędkości intensywności naprężeń

stawiono teoretyczne powierzchni plastyczności w przestrzeni naprężeń  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  dla trzech prędkości naprężenia. Teoretyczna powierzchnia plastyczności w przestrzeni naprężeń  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ , przy prędkości intensywności naprężeń równej 2,2 MPa/s i wyniki doświadczalne przedstawia rys. 20. Punkty doświadczalne znajdują się bardzo blisko teoretycznej powierzchni plastyczności. Błąd maksymalny wynosi 15,5%.

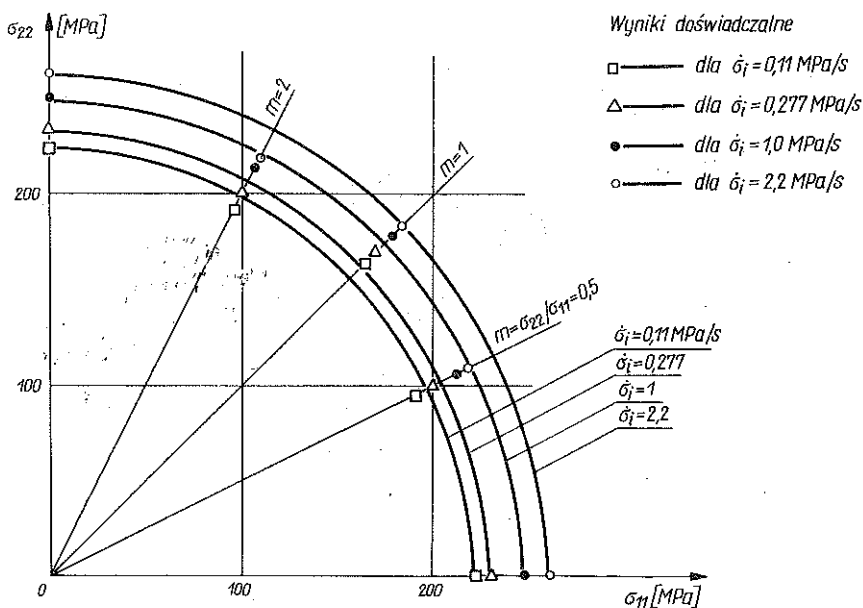


Rys. 20. Doświadczalna weryfikacja warunku plastyczności Goldenblata-Kopnowa w przestrzeni naprężeń dla  $\dot{\sigma}_i = 2,2$  MPa/s. Punkty — wyniki doświadczalne

Na rys. 21 pokazane są krzywe teoretyczne warunku Goldenblata-Kopnowa w postaci elips, otrzymane przez przecięcie płaszczyzną  $m = 0,5$  powierzchni przedstawionej na rys. 19. Z rysunku tego widać, że największa niezgodność warunku Goldenblata-Kopnowa z wynikami doświadczalnymi występuje dla  $k = 1$ , a dla pozostałych dróg obciążania obserwujemy ich dobrą zgodność. Weryfikację wyżej wymienionego warunku przedstawiono również w płaszczyźnie naprężeń  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{12}$  (rys. 22), otrzymanej przez przecięcie



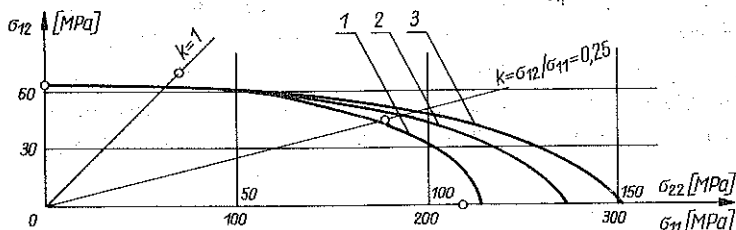
Rys. 21. Doświadczalna weryfikacja warunku plastyczności Goldenblata-Kopnowa przy obciążeniu ciśnieniem wewnętrznym i momentem skręcającym



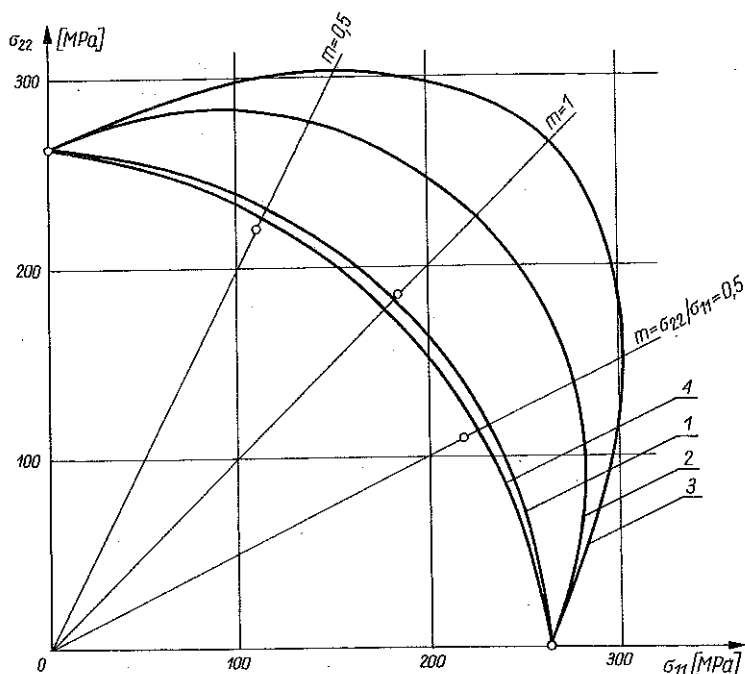
Rys. 22. Porównanie powierzchni teoretycznych plastyczności wg Goldenblata–Kopnowa z wynikami doświadczalnymi dla różnych prędkości intensywności naprężeń

płaszczyznę  $\sigma_{12} = 0$  powierzchni z rysunku 19. W tym przypadku mniej dokładny opis teoretyczny jest dla  $m = 0,5$  i  $m = 2,0$ .

Wyniki porównania wielkości obliczonych z warunku Hubera–Misesa z wynikami badań doświadczalnych przedstawionych w pracy [23] wskazują, że warunek ten ze znacznym błędem opisuje wyniki doświadczalne. Błąd 21% wynosi przy opisie dwuosiowego rozciągania. Ponieważ hipoteza ta nie uwzględnia różnej wytrzymałości tworzywa przy rozciąganiu i ściskaniu, stąd wynikają dodatkowe błędy w opisie wyników doświadczalnych.



Rys. 23. Porównanie powierzchni plastyczności otrzymanych z różnych hipotez wyciężenia z wynikami doświadczalnymi przy jednoczesnym obciążeniu ciśnieniem wewnętrznym i momentem skręcającym dla  $\dot{\sigma}_i = 2,2$  MPa/s i  $m = 0,5$ , 1 — warunek Goldenblata–Kopnowa, 2 — warunek Hubera–Misesa, 3 — warunek Hoffmana



Rys. 24. Porównanie powierzchni plastyczności otrzymanych z różnych hipotez wyężenia z wynikami doświadczalnymi przy obciążeniu ciśnieniem wewnętrznym i siłą osiową dla  $\dot{\sigma} = 2,2$  MPa/s, 1 — warunek Goldenblata-Kopnowa, 2 — warunek Hubera-Misesa, 3 — warunek Hoffmana, 4 — warunek Marina

W pracy [23] przedstawiono doświadczalną weryfikację hipotezy Hoffmana. Hipoteza ta opisuje wyężenie materiału z dużymi błędami, na przykład dla drogi obciążenia  $m = 0,5$  i  $k = 0$  błąd ten wynosi 44,2%. Na rysunkach 23 i 24 przedstawiono porównanie wielkości obliczonych z rozpatrywanych hipotez. Dodatkowo na rys. 24 pokazano wyniki weryfikacji hipotezy Marina, która dobrze opisuje tylko dwuosiove rozciąganie i ściskanie. Z weryfikowanych hipotez wyężenia materiałów anizotropowych w złożonych stanach naprężenia, najbardziej zgodnie z wynikami eksperymentalnymi badanego tworzywa, określa stan krytyczny hipoteza Goldenblata-Kopnowa.

## 5. WNIOSKI KOŃCOWE

1. Przedstawiony podział hipotez wyężenia materiałów anizotropowych umożliwia wstępny dobór warunku wytrzymałościowego dla określonego materiału.

2. Wykorzystując sprzężenie termomechaniczne, podczas obciążania adiabatyicznego, określa się jednoznacznie fizyczną granicę plastyczności nieliniowych tworzyw lepkosprężystych.

3. Doświadczalne badania wykazały duży wpływ prędkości naprężenia na granicę plastyczności, już przy małych prędkościach naprężenia.

4. Zaproponowana metoda opisu matematycznego, wpływu prędkości naprężenia na granicę plastyczności dobrze opisuje stan krytyczny tworzywa badanego w zależności od prędkości naprężenia.

5. Uzupełniony warunek wytrzymałościowy Goldenblata-Kopnowa dobrze opisuje wyniki eksperymentalne lepkosprężystych tworzyw anizotropowych i może być z powodzeniem wykorzystany w praktyce inżynierskiej.

#### LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W. BURZYŃSKI, *Studium nad hipotezami wyteżenia*, Praca doktorska Lwów, Drukarnia Związkowa, 1928.
2. И. И. ГОЛДЕНЬЛАТ, В. А. КОПНОВ, *Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов*, Москва, Изд. Машиностроение 1968.
3. И. И. ГОЛДЕНЬЛАТ, В. А. КОПНОВ, *Прочность стеклопластиков при сложном напряженном состоянии*, *Механика полимеров*, 2, 70—78, 1965.
4. Г. С. ПИСАРЕНКО, А. А. ЛЕБЕДЕВ, *Сопротивление материалов деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии*, Изд. Наукова Думка, Киев 1969.
5. J. ZAWADZKI, *Ciśnienie zredukowane jako jeden z parametrów wyteżenia*, Praca doktorska, Polit. Wrocławska, Wrocław 1954.
6. J. ZAWADZKI, *Ciśnienie zredukowane jako jeden z parametrów wyteżenia. Przyrost właściwej energii swobodnej jako miara wyteżenia*, *Rozpr. Inż.*, 6, 357—398, 1957.
7. Z. GABRYSZEWSKI, *Wybrane zagadnienia teorii plastyczności ciał anizotropowych*, *Zesz. Nauk. Polit. Wrocławskiej, Mechanika*, 26, 203, 1968.
8. R. MISES, *Mechanik der paltschen Formanderung für kristallen*, *Z. Angev. Math. Mech.*, B. 8H 3., 1928.
9. R. HILL, *The mathematical theory of plasticity*, Clarendon Press, Oxford 1950.
10. R. HILL, *A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals*, *Proc. R. Soc.*, No 1033, Serie A. Vol. 193.
11. J. MARIN, *Theories of strength for combined stress and anisotropic materials*, *J. Aeronaut. Sci.*, 4, 1957.
12. К. В. ЗАХАРОВ, *Критерии прочности для слоистых пластмасс*, *Пластические массы*, 8, 61—67, 1961.
13. Л. В. ХУ, Я. МАРИН, *Анизотропные функции нагружения при сложном нагружении в пластической области*, *Механика*, сб. переводов, 1956.
14. L. FISCHER, *How to predict structural behaviour of R. P. lamitantes. I*, *Modern Plates*, 6, 1960.
15. Я. К. АШКЕНАЗИ, *Вопросы анизотропии прочности*, *Механика полимеров*, 2, 79—92, 1965.
16. W. S. CARSWELL, *Failure criteria for reinforced plastics*, *Symp. Reinf. Plast. Anti-Corros Appl.*, Glasgow, 1—8, 1979.
17. S. OCHELSKI, *Analiza pełzania nieliniowych lepkosprężystych tworzyw anizotropowych w złożonej historii obciążenia*, *Dodatek do Biul. WAT.*, 4, 1977.

18. R. CUPISZ, S. OCHELSKI, J. POLAŃSKI, *Urządzenie do badań wytrzymałości w złożonym stanie naprężenia*, X Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego, Warszawa 1982.
19. S. OCHELSKI, *Metoda badań pełzania kompozytów polimerowych w złożonych stanach naprężenia*, I Sympozjum Zagadnień Pełzania Materiałów, Białystok, 177—188, 1983.
20. Y. C. FUNG, *Podstawy mechaniki ciała stałego*, PWN, Warszawa 1969.
21. J. KLEPACZKO, *Sprężenia termomechaniczne w metalach*, Prace IPPT, 11, 1978.
22. S. OCHELSKI, J. POLAŃSKI, *Fizyczna granica plastyczności lepkosprężystych tworzyw anizotropowych*, Biul. WAT, 8, 1984.
23. J. POLAŃSKI, *Wpływ prędkości obciążenia na granicę plastyczności lepkosprężystego tworzywa ortotropowego w złożonych stanach naprężenia*, Rozprawa doktorska, WAT, Warszawa 1984.
24. P. PERZYNA, *Teoria lepkoplastyczności*, PWN, Warszawa 1966.
25. S. OCHELSKI, *Wpływ prędkości obciążenia na granicę plastyczności kompozytu epoksydowo-szkłanego*, Biul. WAT, w druku.

## РЕЗЮМЕ

ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ НАГРУЖЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ПЛАСТИЧНОСТИ  
ВЯЗКОУПРУГОГО ОРТОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА

Работа представляет результаты исследований влияния скорости нагружения на предел пластичности эпоксидно-стеклянного композита в сложных напряженных состояниях. Для определения пределов пластичности использовано явление термомеханического сопряжения. Проведен анализ гипотез натяжения анизотропных материалов и предложен аналитический подход к влиянию скорости напряжения на предел пластичности. Программа исследований охватывала сложные напряженные состояния, реализованные при одновременном действии осевой силы, скручивающего момента и внутреннего давления образца в виде трубки. Три избранные гипотезы натяжения: Фоффмана, Губера—Мизеса и Гольденблата—Копнова подвергнуты проверке экспериментальными исследованиями влияния скорости напряжения на предел пластичности.

## SUMMARY

EFFECT OF LOADING RATE UPON THE YIELD SURFACE  
OF A VISCOPLASTIC ORTHOTROPIC MATERIAL

The effects of loading rate on the yield limit of an epoxy-glass composite in complex stress states are investigated. Thermo-mechanical coupling effects are used to determine the yield limits. Strength hypotheses of anisotropic materials are analyzed, and analytical formulation of the influence of the loading rate upon the yield limit is proposed. The investigations embraced complex states of stress consisting of axial loading, torsion and internal pressure applied to tubular specimens. Three known strength hypotheses proposed by Hoffmann, Huber-Mises and Goldenblat-Kopnov are subject to experimental verification.

Praca została złożona w Redakcji dnia 15 lutego 1985 r.