

## MODEL ZNISZCZENIA ROZCIĄGANEGO PASMA Z OTWOREM KOŁOWYM (\*)

MARCIN CHRZANOWSKI i JANUSZ GERMAN (KRAKÓW)

Zaproponowano opis wzrostu otworu kołowego w rozciągającym pasmie w wyniku powstania i rozwoju pola uszkodzeń związanego z procesami reologicznymi. Otrzymane rozwiązanie numeryczne stanowiło podstawę porównawczą dla zaproponowanych uproszczeń w wyprowadzonych równaniach opisu analitycznego. Przedstawiono możliwość zastosowania uzyskanych wyników do opisu nukleacji pęknięć wzdłuż granic ziaren materiałów polikrystalicznych.

### OZNACZENIA

$\sigma$	naprężenie,
$\sigma_0$	obciążenie,
$\sigma_{\max}$	maksymalne naprężenie główne,
$a_0$	początkowy promień otworu,
$a$	promień otworu w chwili $t$ ,
$\lambda$	rozstaw otworów,
$s$	bezwymiarowy promień otworu,
$S$	powierzchnia frontu zniszczenia,
$t$	czas,
$t_I$	czas pierwszych pęknięć,
$t_R$	czas do zniszczenia,
$\tau$	bezwymiarowy czas,
$\tau_R$	bezwymiarowy czas do zniszczenia,
$\omega$	parametr uszkodzenia,
$A, m$	stałe materiałowe w równaniu Kaczanowa-Rabotnowa.

### 1. WSTĘP

Zagadnienie rozwoju uszkodzeń w rozciągającym pasmie w warunkach pełzania, które jest przedmiotem niniejszej pracy, może mieć znaczenie nie tylko jako przypadek często spotykany w rozwiązaniach konstrukcyjnych, lecz

(\*) Praca wykonana w ramach Problemu Międzyresortowego I-23.

także jako podstawa do budowy modelu narastania uszkodzeń w ciałach polikrystalicznych.

Właściwym celem pracy jest jednak zaproponowanie możliwie prostego opisu wzrostu promienia otworu kołowego w rozciągającym pasmie na skutek rozwoju uszkodzeń rozłożonych w sposób ciągły w tarczy i narastających w czasie. Tak więc przedmiotem analizy nie będą przemieszczenia pelzania ani też propagacja szczeliny zainicjowanej na obwodzie otworu.

W dalszym ciągu posługiwać się będziemy bowiem klasyczną koncepcją Kaczanowa z powodzeniem—i przy tych samych ograniczeniach—stosowaną do takich zagadnień jak zniszczenie przy zginaniu czy skręcaniu. Szczegółowe założenia wynikające z przyjęcia tego opisu zostaną omówione poniżej. Zaznaczmy jedynie, że rozwiązanie zadania napotyka na liczne trudności, zrozumiałe, jeśli uwzględnimy trudności związane nawet z analizą sprężystą.

Możliwość wykorzystania otrzymanych wyników do modelowania procesu tworzenia się pęknięć na granicach ziaren, wspomniane powyżej, zostaną przedyskutowane w ostatnim rozdziale pracy.

## 2. ZAŁOŻENIA

W opisie wzrostu uszkodzeń posłużymy się równaniem kumulacji uszkodzeń Kaczanowa–Rabotnowa [3 i 9]:

$$(2.1) \quad \frac{d\omega}{dt} = A \left( \frac{\sigma_{\max}}{1-\omega} \right)^m,$$

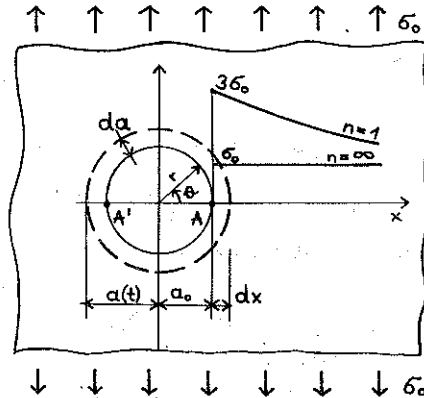
gdzie  $\sigma_{\max}$  oznacza największe naprężenie główne w danym punkcie,  $\omega$  parametr uszkodzenia ( $0 \leq \omega \leq 1$ ) w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku  $\sigma_{\max}$  oraz  $A, m$  stałe materiałowe.

W tarczy nieskończonej szerokości z otworem kołowym, poddanej równomiernemu osiowemu rozciąganiu (rys. 1), największym z dwu naprężeń głównych  $\sigma_r$  i  $\sigma_\theta$  jest to drugie, przy czym największą swoją wartość osiąga w punktach  $A$  i  $A'$ .

W punktach tych zgodnie z przyjętą teorią Kaczanowa (2.1) należy się spodziewać powstania pierwszych spekań, które wystąpią na skutek akumulacji uszkodzeń po upływie czasu  $t_1$ . Dla jego wyznaczenia wystarczająca byłaby znajomość historii naprężenia w tych punktach. Jednak dla czasów  $t > t_1$  nastąpi przesuwanie się wzdłuż osi  $x$  tzw. frontu zniszczenia, to jest punktu, w którym  $\omega = 1$ . Opis ruchu tego frontu wymaga znajomości historii naprężeń we wszystkich punktach na osi  $x$  czyli znajomości rozkładu  $\sigma_\theta(x, \theta = 0; t)$ .

Rozkład ten może zmieniać się w czasie w wyniku dwu zjawisk:

a) pelzania nieustalonego zachodzącego pomiędzy chwilą przyłożenia obciążenia, a osiągnięciem stanu pelzania ustalonego oraz



Rys. 1

b) wyłączania się z pracy konstrukcji tych obszarów materiału, dla których  $\omega = 1$  (ruch frontu zniszczenia).

W stosunku do obu tych zjawisk przyjmujemy założenia umożliwiające analityczny opis procesu.

Odnosnie do rozkładu naprężeń przyjmujemy, że jest on stały w czasie przy danym kształcie konstrukcji (pełzanie ustalone). Jeśli w opisie tego rozkładu posłużymy się założeniami umożliwiającymi wykorzystanie analogii Hoffa (odkształcenia natychmiastowe są pomijalne w porównaniu z odkształceniami pełzania, ma zastosowanie prawo pełzania Bailey'a-Nortona  $\dot{\epsilon} = B\sigma^n$  oraz obciążenia są stałe), to rozkład naprężeń odpowiadający danemu  $n$  będzie się zawierał pomiędzy skrajnymi przypadkami  $n = 1$  (rozwiązanie quasi-sprężyste) i  $n = \infty$  (rozwiązanie quasi-plastyczne) pokazanymi na rys. 1.

Ponieważ uzyskanie rozwiązania analitycznego dla dowolnego  $n$  nie jest możliwe, przeto w dalszym ciągu przyjmujemy w opisie rozkład odpowiadający  $n = 1$ . Oznacza to, że uzyskane wyniki będą oszacowaniem czasu powstania pierwszych pęknięć od dołu, tzn. będą zawierały pewien zapas bezpieczeństwa. Zaznaczmy tu, że celem pracy nie jest opis stanu naprężenia i odkształcenia rozważanej tarczy, lecz ocena dopuszczalnego czasu jej eksploatacji. Warto ponadto zwrócić uwagę na fakt, że podobny sposób postępowania (tj. wykorzystania rozwiązań sprężystych w opisie zniszczenia przy pełzaniu) jest często stosowany, np. dla opisania propagacji szczeliny w warunkach pełzania wykorzystuje się sprężysty współczynnik intensywności naprężeń  $K_I$ , co często znajduje potwierdzenie doświadczalne [2 i 6]. Drugie z podstawowych założeń niniejszej pracy dotyczy zmian kształtu konstrukcji w wyniku rozwoju uszkodzeń. W przedziale czasu  $0 \leq t \leq t_I$  kształt konstrukcji nie ulega zmianie. W chwili  $t_I$  zachodzi warunek  $\omega_A = \omega_{A'} = 1$  i z pracy wyłączony zostaje odcinek o długości  $dx$  (rys. 1).

Zgodnie z metodyką postępowania przyjętą przez Kaczanowa (np. dla opisu zniszczenia przy zginaniu [4]) przyjmujemy, że wyłączeniu z pracy ulega pierścien o szerokości  $da$  wokół otworu o początkowym promieniu  $a_0$ . Zmiana rozkładu naprężeń wynikać będzie więc nie z faktu powstania w punktach  $A$  i  $A'$  nowego koncentratora naprężeń w formie szczeliny, lecz ze zmiany promienia otworu  $a(t)$ .

Ponieważ rozważać będziemy pasmo nieskończonej szerokości, przeto charakter rozkładu nie ulegnie zmianie, lecz jedynie sam rozkład zostanie przesunięty o  $da$ .

Wykorzystując rozwiązanie KIRSCHA [5], dla dowolnego promienia  $a(t)$  otrzymamy następujące wzory na naprężenie główne:

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \sigma_1 = \sigma_\theta(\theta = 0; \pi) &= \frac{\sigma_0}{2} \left( 2 + \frac{a^2}{x^2} + 3 \frac{a^4}{x^4} \right), \\ \sigma_2 = \sigma_r(\theta = 0; \pi) &= \frac{\sigma_0}{2} \left( 3 \frac{a^2}{x^2} - 3 \frac{a^4}{x^4} \right), \end{aligned}$$

gdzie  $a \leq x < \infty$ . Widać, że na brzegu otworu w punktach  $A$  i  $A'$ , czyli dla  $x = \pm a$ , występuje koncentracja naprężeń  $\sigma_1$  ze współczynnikiem koncentracji 3, gdyż  $\sigma_1 = 3\sigma_0$  natomiast  $\sigma_2 = 0$ .

W dalszym ciągu, zgodnie ze wzorem (2.2), przyjmować będziemy  $\sigma_{\max} = \sigma_1(a(t), x)$ .

### 3. STAN ZNISZCZENIA UKRYTEGO ( $0 \leq t \leq t_I$ )

W tej fazie procesu zniszczenia na skutek przyłożonego obciążenia powstają i rozwijają się mikrouszkodzenia w postaci porów i pustek. Faza ta trwa aż do momentu powstania jednego dominującego pęknięcia po czasie  $t_I$ . Parametr uszkodzenia  $\omega$  wzrasta w tej fazie aż do osiągnięcia jedności w tym punkcie, linii, czy na takiej powierzchni, gdzie powstaje pierwsze pęknięcie.

W każdej chwili czasu  $t$  z przedziału  $0 \leq t \leq t_I$  promień  $a$  otworu jest stały i równy promieniowi początkowemu  $a_0$ ; wówczas

$$(3.1) \quad \sigma_{\max} = \sigma_1(x = a_0) = 3\sigma_0.$$

Po scałkowaniu równania (2.1) z warunkami

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \text{dla } t &= 0 & \omega(x = a_0) &= 0, \\ \text{dla } t &= t_I & \omega(x = a_0) &= 1 \end{aligned}$$

otrzymujemy prosty związek opisujący czas pierwszych pęknięć  $t$ :

$$(3.3) \quad t_I = [A(m+1)(3\sigma_0)^m]^{-1}.$$

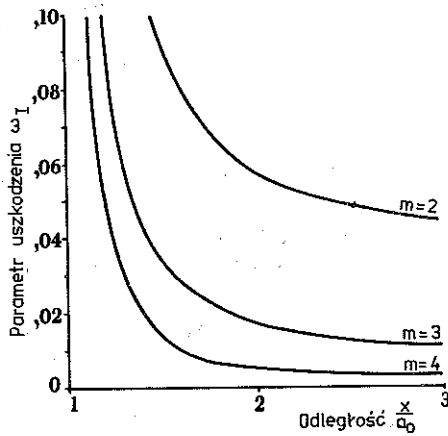
Rozkład parametru uszkodzenia  $\omega$  w chwili  $t_I$  można otrzymać w analogiczny sposób zastępując drugi z warunków (3.2) warunkiem:

$$\text{dla } t = t_I \quad \omega = \omega_I(x)$$

Po wykorzystaniu związków (2.2) i (3.3) otrzymamy

$$(3.4) \quad \omega_I(x) = 1 - \left\{ 1 - \left[ \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \left( \frac{a_0}{x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{a_0}{x} \right)^4 \right]^m \right\}^{\frac{1}{m+1}}$$

Rozkłady  $\omega_I$  dla różnych wartości  $m$  są przedstawione na rys. 2.



Rys. 2

#### 4. RUCH FRONTU ZNISZCZENIA ( $t_I \leq t \leq t_R$ )

Druga faza procesu zniszczenia, tj. ruch frontu zniszczenia, rozpoczyna się w momencie pojawienia się pierwszego pęknięcia. W jego wyniku zmienia się konfiguracja ciała i jest ona inna w każdej chwili czasu  $t > t_I$ .

Skoro na froncie uszkodzeń  $S$  parametr  $\omega(x, t) = 1$ , to zróżniczkowanie tego związku prowadzi do równania ruchu frontu w postaci

$$(4.1) \quad \left. \frac{d\omega}{dt} \right|_S = \left. \frac{\partial \omega}{\partial t} \right|_S + \left. \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{dx}{dt} \right|_S = 0$$

lub w postaci równoważnej

$$(4.2) \quad \left. \frac{du}{dt} \right|_S = \frac{\left. \sigma^m \right|_S}{\left[ \frac{\partial}{\partial u} \int_0^t \sigma^m(\tau) d\tau \right]_S}$$

gdzie  $u$  oznacza normalną do powierzchni frontu, wzdłuż której zachodzi jego ruch.

Założenie o kołowym kształcie strefy zniszczonej powoduje, że związek (2.2)<sub>1</sub> opisujący stan naprężenia może być w dalszym ciągu stosowany w dowolnej chwili czasu  $t$  po wstawieniu w miejsce promienia  $a_0$  wielkości promienia aktualnego  $a(t) > a$ .

Aby obliczyć pochodne w równaniu (4.1), równanie (2.1) zostało scałkowane z warunkiem

$$\text{dla } t = t_I \quad \omega = \omega_I(x).$$

Wziąwszy pod uwagę związek (3.4) można otrzymać wzór

$$(4.3) \quad (1 - \omega)^{m+1} = 1 - A(m+1) \left\{ \left[ \frac{\sigma_0}{2} \left( 2 + \frac{a_0^2}{x^2} + 3 \frac{a_0^4}{x^4} \right) \right]^m t_I + \right. \\ \left. + \int_{t_I}^t \left[ \frac{\sigma_0}{2} \left( 2 + \frac{a^2}{x^2} + 3 \frac{a^4}{x^4} \right) \right]^m dt \right\},$$

opisujący rozkład parametru uszkodzenia  $\omega$  wzdłuż kierunku osi  $x$  w dowolnej chwili czasu  $t$ . Wykorzystując (4.3) obliczono pochodne  $\partial\omega/\partial x$ ,  $\partial\omega/\partial t$  na powierzchni frontu czyli dla  $x = a$ . W efekcie otrzymuje się wzór

$$(4.4) \quad \frac{da}{dt} = \frac{6^m}{2m} \left[ \left( 2 + \frac{a_0^2}{a^2} + 3 \frac{a_0^4}{a^4} \right)^{m-1} \left( \frac{a_0^2}{a^3} + 6 \frac{a_0^4}{a^5} \right) t_I + \right. \\ \left. + 7 \cdot 6^{m-1} \int_{t_I}^t \frac{dt}{a(t)} \right]^{-1},$$

który określa zależność promienia strefy zniszczonej od czasu. Równanie różniczkowo-całkowe (4.4) można przetransformować do równania różniczkowego drugiego rzędu przez jednokrotne zróżniczkowanie. Warunki początkowe mają postać następującą:

$$(4.5) \quad a(t)|_{t=t_I} = a_0, \\ \left. \frac{da}{dt} \right|_{t=t_I} = \frac{3a_0}{7mt_I},$$

przy czym drugi z nich otrzymano wykorzystując (4.4).

Wprowadźmy zmienne bezwymiarowe

$$(4.6) \quad \tau = \frac{t}{t_I}, \quad 1 \leq \tau < \infty, \\ s(\tau) = \frac{a_0}{a}, \quad 0 \leq s \leq 1,$$

w których równania (4.4) i (4.5) przyjmują odpowiednio postacie następujące:

$$\frac{ds}{d\tau} = -\frac{6^m}{2m} s^2 [(2+s^2+3s^4)^{m-1} (s^3+6s^5) + 7 \cdot 6^{m-1} \int_1^\tau s d\tau]^{-1},$$

$$(4.7) \quad s|_{\tau=1} = 1,$$

$$\left. \frac{ds}{d\tau} \right|_{\tau=1} = -\frac{3}{7m}.$$

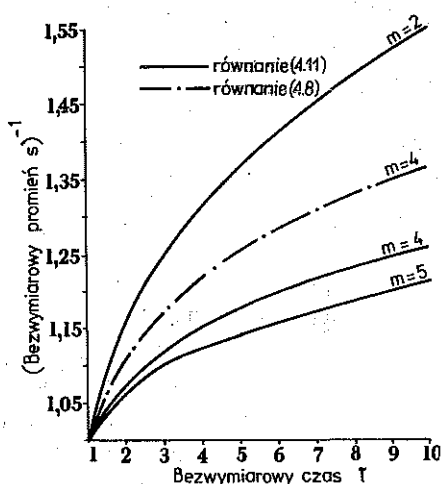
Po zróżniczkowaniu (4.7)<sub>1</sub> względem czasu  $\tau$  i przekształceniach otrzymuje się bezwymiarowe równanie ruchu frontu zniszczenia:

$$(4.8) \quad \frac{d^2 s}{d\tau^2} - \frac{6+7m}{3} \frac{1}{s} \left( \frac{ds}{d\tau} \right)^2 - \frac{2m}{6^m} [2(m-1)(2+s^2+3s^4)^{m-2} \times \\ \times (s^2+12s^4+36s^6) + 3(2+s^2+3s^4)^{m-1}(1+10s^2)] \left( \frac{ds}{d\tau} \right)^3 = 0.$$

Równanie to zostało rozwiązane numerycznie metodą różnic skończonych dla wybranej wartości  $m=4$ , a wykres rozwiązania przedstawia rys. 3. Jeżeli w równaniu (4.8) pominąć wyraz zawierający silnie nieliniowe wyrażenia  $(ds/d\tau)^3$ , to otrzymuje się dużo prostsze równanie

$$(4.9) \quad \frac{d^2 s}{d\tau^2} - \frac{6+7m}{3} \frac{1}{s} \left( \frac{ds}{d\tau} \right)^2 = 0,$$

które posiada rozwiązanie analityczne, wygodne w dalszej analizie. Przekształ-



Rys. 3

cając (4.9) do postaci

$$(4.10) \quad \frac{d}{d\tau} \left[ \ln \frac{ds}{d\tau} - \frac{6+7m}{3} \ln s \right] = 0$$

i korzystając z warunków początkowych (4.7)<sub>2,3</sub>, można uzyskać rozwiązanie w prostej postaci następującej:

$$(4.11) \quad s(\tau) = \left\{ \frac{1}{7m} [(7m+3)\tau - 3] \right\}^{-\frac{3}{7m+3}}$$

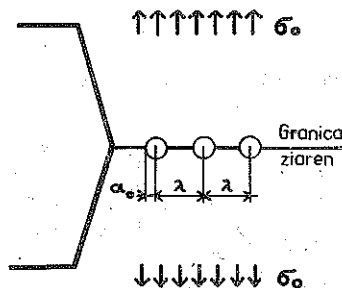
Różnica między wynikami numerycznego pełnego równania (4.8) i rozwiązania analitycznego równania uproszczonego (4.9) jest niewielka i nie przekracza kilku procent (przykładowo, dla  $m=4$  i  $\tau=9$  błąd wynosi 7%). Rysunek 3 pokazuje zmianę promienia strefy zniszczonej w czasie dla różnych wartości wykładnika  $m$  prawa Kaczanowa. Można zauważyć, że zakres tej strefy w ustalonej chwili czasu  $t$  wzrasta wraz ze zmniejszaniem się wartości  $m$ . Dane doświadczalne ODQVISTA [8] dla stali mówią, że  $m$  zależy od temperatury i wraz z jej wzrostem  $m$  maleje, a w każdym razie nie rośnie. Wynika stąd wniosek, potwierdzany przez eksperyment, że kruche pęknięcie zachodzi znacznie szybciej w temperaturach wysokich niż niskich.

## 5. DYSKUSJA

Numeryczne rozwiązania równania (4.8) pozwalają na określenie ruchu frontu zniszczenia i odpowiadającego mu wzrostu promienia otworu. W paśmie nieskończonej szerokości wzrost ten jest nieograniczony. Natomiast dla pasma skończonej szerokości rozwiązanie powyższe można wykorzystać, jeżeli stosunek  $b/a(t)$ , gdzie  $b$  jest połową szerokości pasma, jest znacznie większy od 1. Jeśli stosunek ten wynosi 4 lub więcej, to rozkład naprężeń dany wzorem (2.2)<sub>1</sub> opisuje rzeczywisty rozkład sprężysty z błędem praktycznie zaniedbywalnym [10]. Tak więc, jeśli promień aktualny  $a(t)$  jest taki, że  $a(t) \leq b/4$ , to rozwiązanie tarczy nieskończonej szerokości (rozwiązanie równania (4.8)) można stosować w tarczy skończonej szerokości.

Przy dalszym wzroście otworu rozkład naprężeń ulega istotnej zmianie: następuje silny wzrost maksymalnych naprężeń na brzegu otworu (np. gdy  $b/a=2$ , współczynnik koncentracji naprężeń wynosi 4,3 zamiast 3 jak dla tarczy nieskończonej [10]) i proces rozwoju uszkodzeń, a co za tym idzie również dalszy wzrost otworu, ulega gwałtownemu przyspieszeniu. Czas osiągnięcia przez  $a/a_0$  wartości  $b/4a_0$  odczytany z wykresu na rys. 3 może stanowić dolne oszacowanie czasu zniszczenia pasma skończonej szerokości. Otrzymane rozwiązanie może być wykorzystane także i w innej sytuacji, mianowicie dla pasma zawierającego pewną liczbę otworów kołowych o pro-





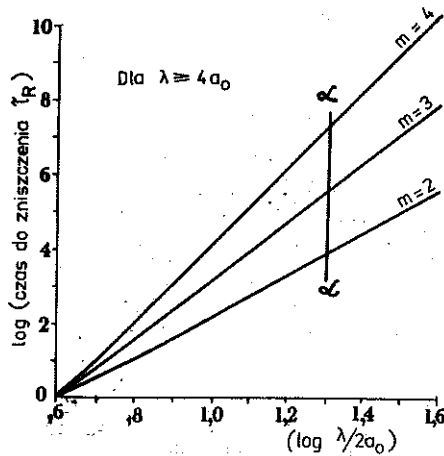
Rys. 4

mieniu początkowym  $a_0$ , rozmieszczonych wzdłuż prostej prostopadłej do kierunku działania obciążenia  $\sigma_0$  w rozstawie  $\lambda$ . Z takim przypadkiem mamy do czynienia, jeśli w warunkach pełzania śledzić będziemy tworzenie się pęknięcia wzdłuż granicy ziaren. Zarodkiem takiego pęknięcia są mikropory i pustki rozmieszczone wzdłuż granicy (rys. 4). Zagadnieniu temu poświęconych jest wiele prac, np. [7], w której autorzy opisują wzrost takich pustek na skutek deformacji pełzania. Zgodnie z przedstawionym powyżej mechanizmem, pęknięcie o długości równej długości granicy ziarna utworzy się, jeśli  $a = \lambda/2$ . Ze względu na fakt wykorzystywania rozwiązania dla jednego otworu w przypadku, w którym mamy wiele otworów, zakładamy, że brak jest wzajemnego oddziaływania otworów. W świetle wcześniejszych uwag interakcję otworów można pominąć, jeżeli  $\lambda/a \geq 4$ . Tak więc możemy tu zaproponować jedynie dolne oszacowanie czasu do chwili zniszczenia, określając go jako  $t = \tau_R$  gdy  $a = \lambda/4$  ( $\tau = \tau_R$ , gdy  $s = 4a_0/\lambda$ ). Zastosowanie wzoru (4.11) daje

$$(5.1) \quad \tau_R = \frac{1}{7m+3} \left[ 7m \left( \frac{\lambda}{4a_0} \right)^{\frac{7m+3}{3}} + 3 \right].$$

Uwzględniając jednak fakt, że przyjęto górne oszacowanie rozkładu naprężeń oraz, że dla  $a > \lambda/4$  przebieg zniszczenia będzie miał charakter lawinowy, czas określony przez równanie (5.1) będzie niewiele się różnił od czasu obliczonego dla rozkładu naprężeń odpowiadającego danemu wykładnikowi  $n$  w prawie pełzania i przy uwzględnieniu w obliczeniach interakcji otworów. Formuła (5.1) wykazuje silną zależność czasu  $\tau_R$  od wykładnika  $m$  prawa zniszczenia (zależność od temperatury) i stosunku  $\lambda/a_0$ . Wraz ze wzrostem tego stosunku, tzn. gdy otwory rozmieszczone są rzadziej, czas zniszczenia rośnie również, przy czym nawet nieznaczny wzrost stosunku  $\lambda/a_0$  wywołuje silne wydłużenie czasu do zniszczenia. Rysunek 5 pokazuje zależność czasu  $\tau_R$  od stosunku  $\lambda/a_0$ .

Widać, że czas  $\tau_R$  jest tym krótszy, im wykładnik  $m$  w równaniu (2.1) jest mniejszy, a zatem im wyższa jest temperatura (linia  $\alpha-\alpha$  na rys. 5). Spójrzmy raz jeszcze na wzór (4.5)<sub>2</sub> określający prędkość wzrostu otworu w chwili  $t_I$



Rys. 5

wystąpienia pierwszego pęknięcia, które po wykorzystaniu (3.3) ma postać

$$-\frac{da}{dt} = C(A, m) a_0 \sigma_{\max}^m.$$

Wzór ten ma analogiczną budowę do często dyskutowanych w literaturze wzorów wzrostu szczeliny  $da/dt = BK_I$  czy  $da/dt = D\sigma_{\text{net}}^r$  (zależności od parametru kontrolującego wzrost szczeliny: współczynnika intensywności naprężeń  $K_I$  lub naprężenia w przekroju osłabionym szczeliną  $\sigma_{\text{net}}$ ).

W modelu zniszczenia przedstawionym w tej pracy parametrem tym jest naprężenie maksymalne  $\sigma_{\max}$ . Możliwość wykorzystania  $\sigma_{\max}$  jako takiego parametru istnieje przy stosowanym tu sposobie opisu jedynie w tym przypadku, gdy powierzchnia frontu zniszczenia jest gładka, gdyż tylko wówczas można określić maksymalne naprężenia na powierzchni frontu. Eliminuje to możliwość zastosowania naszego opisu propagacji frontu zniszczenia do opisu ruchu szczeliny matematycznej, która zgodnie z rozwiązaniem liniowej mechaniki pęknięcia ma w wierzchołku naprężenia o nieograniczonej wartości.

Próbie ominięcia tego istotnego ograniczenia i zastosowania równania Kaczanowa (4.1) do przedstawienia ruchu szczeliny podjęto w pracy [1]. Autorzy zauważając, że nawet w wierzchołku szczeliny naprężenia nie mogą być nieskończone, zaproponowali pewne oszacowanie gradientu  $\partial\sigma/\partial x$ , co umożliwiło im osiągnięcie efektywnych rozwiązań. Wymagało to jednak dodatkowych założeń, które nie mają dotąd potwierdzenia doświadczalnego.

#### LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. M. CHRZANOWSKI, E. DUSZA, *Creep crack propagation in a notched strip*, J. Mech. Appl., 4, 4, 461—474, 1980.

2. R. J. DIMELFI, W. D. NIX, *The stress dependence of the crack growth rate during creep*, Int. J. Fracture, **13**, 341—348, 1977.
3. Л. М. КАЧАНОВ, *О времени разрушения в условиях ползучести*, Изв. АН СССР, **8**, 1958.
4. Л. М. КАЧАНОВ, *Основы механики разрушения*, Изд. Наука, Москва 1974.
5. G. KIRSCH, *Die Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre*, Z. VDI **42**, 797, 1898.
6. G. J. NEATE, M. J. SIVERNS, *The application of fracture mechanics to creep crack growth*, ASME Conference on Creep and Fatigue in Elevated Temperature Applications, Philadelphia, PA 1973.
7. W. D. NIX, D. K. MATLOCK, R. J. DIMELFI, *A model for creep fracture based on the plastic growth of cavities at the tips of grain boundary wedge cracks*, Acta Metallurgica, **25**, 495—503, 1977.
8. F. K. G. ODQVIST, *Mathematical theory of creep and creep rupture*, Oxford Mathematical Monographs, Clarendon Press, 1966.
9. Я. Н. РАБОТНОВ, *Вопросы прочности материалов и конструкций*, Изд. АН СССР, 1959.
10. S. TIMOSHENKO, J. N. GOODIER, *Teoria sprężystości*, Arkady, Warszawa 1962.

## РЕЗЮМЕ

## МОДЕЛЬ РАЗРУШЕНИЯ РАСТЯГИВАЕМОЙ ПОЛОСЫ С КРУГОВЫМ ОТВЕРСТИЕМ

Предложено описание роста кругового отверстия в растягиваемой полосе в результате возникновения и развития поля повреждений. Поле этих повреждений связано с реологическими процессами. Полученное численное решение составляло сравнительную основу для предлагаемых упрощений в выведенных уравнениях аналитического описания. Представлена возможность применения полученных результатов для описания возникновения микротрещин вдоль граней зерен поликристаллических материалов.

## SUMMARY

## A MODEL OF FRACTURE OF THE STRIP WITH CIRCULAR HOLE UNDER TENSION

A description of growth of the circular hole in a strip under tension caused by damage is proposed. The damage field is supposed to be generated by rheological processes occurring in a material. The numerical solutions were compared with the proposed simplified analytical equations. A possibility of application of the obtained results to the description of microcrack formation along grain boundaries in polycrystalline materials is discussed.

POLITECHNIKA KRAKOWSKA  
INSTYTUT MECHANIKI BUDOWLI

Praca została złożona w Redakcji dnia 23 listopada 1984 r.