

ANALIZA STABILNOŚCI RUCHU WÓZKA DWUSIOWEGO JAKO POJAZDU SZYNOWEGO

WŁODZIMIERZ GĄSOWSKI i ZYGMUNT MARCINIAK (POZNAŃ)

Przedstawiono metody analizy stabilności ruchu wózka dwusioowego oraz wyprowadzono równania jego ruchu na torze prostym. Opracowano dwa programy na komputer Odra 1305 w systemie operacyjnym George-3, służące do wyznaczania prędkości krytycznych ruchu wózka. Przeprowadzono analizę wpływu parametrów konstrukcyjnych wózka na jego stabilność. Wnioski z analizy stanowią praktyczne wskazówki dla projektantów nowych wózków oraz modernizacji wózków znajdujących się w eksploatacji.

1. WSTĘP

Wózki pojazdów szynowych powinny zapewnić założone własności biegowo-jezdowe (wagonu, lokomotywy) w całym przedziale prędkości eksploatacyjnych. Wśród wielu zagadnień wymagających analizy podczas projektowania i badań doświadczalnych wózka, ważne znaczenie ma odpowiedni dobór charakterystyk prowadzenia zestawów kołowych. Poprawnie dobrane charakterystyki w istotny sposób wpływają na charakter współpracy pojazdu z torem, szczególnie przy wysokich prędkościach ruchu, znacznie zmniejszając oddziaływanie pojazdu na tor, zapewniając jednocześnie bezpieczeństwo i wysoki komfort jazdy.

Dobór charakterystyk prowadzenia zestawów kołowych w ramie wózka odbywa się najczęściej metodą analizy stabilności ruchu wózka na torze prostym. Zjawiska dynamiczne towarzyszące ruchowi pojazdu na torze prostym zależą od obciążenia pionowego, kształtu geometrycznego główki szyny i obręczy koła oraz od parametrów konstrukcyjnych pojazdu (wymiary, sztywność i tłumienie). Uzyskanie stabilnego ruchu wymaga więc doboru odpowiednich parametrów konstrukcyjnych pojazdu, przy stałym kształcie geometrycznym główki i obręczy koła. Nowoczesne pojazdy szynowe budowane są z reguły jako wózkowe z zachowaniem dobrej izolacji kinematycznej nadwozia względem wózka, co pozwala pominać masę nadwozia w analizie zjawisk dynamicznych w płaszczyźnie poziomej.

Większość budowanych obecnie w Europie wagonów posiada wózki dwusioowe. Obserwuje się również tendencje światowe do stosowania wózków

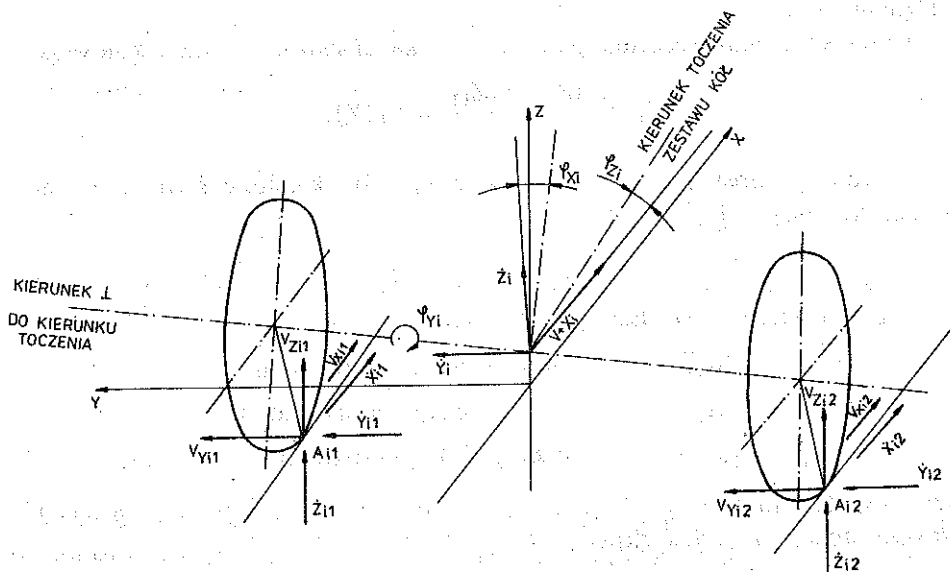
$X_{1,2}, Y_{1,2}, Z_{1,2}$ wzdłużne, poprzeczne i pionowe przemieszczenia liniowe środka masy 1 i 2 zestawu kołowego,
 $\varphi_{X_{1,2}}, \varphi_{Y_{1,2}}, \varphi_{Z_{1,2}}$ kątowe przemieszczenia 1 i 2 zestawu kołowego wokół osi wzdłużnej, poprzecznej i pionowej, przechodzącej przez środek masy zestawu kołowego.

Ponadto założono: 1) symetrię poszczególnych mas ramy wózka i zestawów kołowych, 2) początki układów współrzędnych związanych z poszczególnymi masami zaczepione w środkach ciężkości mas, 3) ustalony ruch wózka na torze prostym, poziomym i doskonale sztywnym oraz 4) obręcze kół posiadające profile zużyte ustabilizowane i współpracujące z nowymi szynami.

3. WIELKOŚCI CHARAKTERYZUJĄCE WSPÓLPRACĘ KÓŁ Z SZYNAMI

Rzeczywisty zestaw kołowy i tor charakteryzują się silnie nieliniowymi kształtami. Pociąga to za sobą nieliniowość zależności (poślizgi kół po szynach i wielkości geometryczne współpracy kół z szynami) występujących w obliczeniach sił wzajemnego oddziaływania zestawu kołowego z torem. Poniżej opisano zależności pomiędzy parametrami zestawu kołowego i toru dla zużytych profili koła [1] i niezużytych profili szyn typu UIC 60.

Poślizgi zestawów kołowych na szynach, zgodnie z rys. 2, można przedstawić za pomocą następujących zależności (znaki górne odnoszą się do koła lewego, dolne — do prawego):



Rys. 2. Składowe wektorów prędkości poślizgów w miejscach styków kół z szynami

poślizgi wzdłużne (wskaźnik w):

$$(3.1) \quad v_{wi1,2} = \frac{1}{V} \left[X_i - R_k \dot{\phi}_{yi} + \frac{V}{R_k} \Delta R_{ki1,2} \pm \dot{\phi}_{zi} \cdot s \right],$$

poślizgi poprzeczne (wskaźnik p):

$$(3.2) \quad v_{pi1,2} = \frac{1}{V} [Y_i + R_k \dot{\phi}_{xi} - \dot{\phi}_{zi} V] \frac{1}{\cos \gamma_{i1,2}},$$

poślizgi wiertne (wskaźnik φ):

$$(3.3) \quad v_{\varphi i1,2} = \frac{1}{V} \left[\pm \frac{V}{R_k} \sin \gamma_{i1,2} + \dot{\phi}_{zi} \cos \gamma_{i1,2} \right],$$

gdzie i oznacza numer zestawu kołowego, 1, 2 numery koła (1 — lewe, 2 — prawe), R_k promień kręgu tocznego kół w położeniu środkowym zestawu kołowego, s połowę rozstawu kręgów tocznych w położeniu środkowym zestawu kołowego, V prędkość jazdy oraz γ kąt pochylenia powierzchni tocznej koła.

Wielkości geometryczne współpracy kół z szynami, niezbędne do określenia sił wzajemnego oddziaływania kół na szynę są następujące:

1) kąt obrotu zestawu kołowego względem osi X

$$\varphi_{xi} = \frac{\Delta Z_{i1} + \Delta Z_{i2}}{2s} = \varphi_{xi}(Y_i),$$

gdzie ΔZ_{i1} i ΔZ_{i2} są wartościami liniowych przemieszczeń pionowych kół względem szyn;

2) liniowe przemieszczenia pionowe środka ciężkości zestawu kołowego

$$Z_i = \frac{\Delta Z_{i1} + \Delta Z_{i2}}{2} = Z_i(Y_i);$$

3) wymiary elipsy styku koła z szyną (rys. 3) określone średnią geometryczną średnicą [4]

$$C_{i1,2} = \sqrt{a_{i1,2} b_{i1,2}};$$

4) współczynniki określające siły tarcia

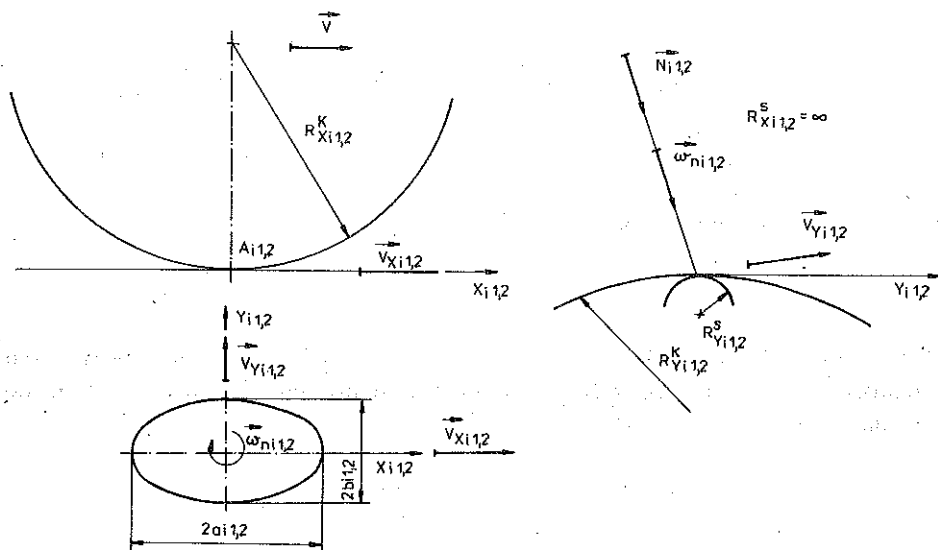
$$\kappa_{wi1,2} = Gc_{i1,2}^2 C_{11} \quad \text{przy poślizgu podłużnym,}$$

$$\kappa_{pi1,2} = Gc_{i1,2}^2 C_{22} \quad \text{przy poślizgu poprzecznym,}$$

$$\kappa_{i1,2} = Gc_{i1,2}^3 C_{23} \quad \text{przy poślizgu wiertnym,}$$

gdzie współczynniki C_{11} , C_{22} , C_{23} są określone w [3] w zależności od wartości stosunku półosi elipsy

$$g_{i1,2} = \frac{a_{i1,2}}{b_{i1,2}};$$



Rys. 3. Parametry charakteryzujące elipsę styku koła z szyną

- 5) zmienności promieni okręgów toczących w miejscu styku obręczy kół z szynami

$$\Delta R_{ki1,2} = \Delta R_{ki1,2}(Y_i);$$

- 6) kąty nachylenia płaszczyzn wspólnie stycznych do kół i szyn w miejscu styku kół z szynami

$$\operatorname{tg} \gamma_{i1,2} = \operatorname{tg} \gamma_{i1,2}(Y_i);$$

- 7) promienie krzywizn szyn i obręczy w punktach styku kół z szynami

$$R_{xi1,2}^s = \infty, \quad R_{xi1,2}^k = \frac{R_k}{\cos \gamma_{i1,2}},$$

$$R_{yi1,2}^s = R_{yi1,2}(Y_i), \quad R_{yi1,2}^k = R_{yi1,2}^k(Y_i),$$

Powyższe wzory charakteryzujące współpracę kół z szynami wyznaczono dla kształtu profilu obręczy ustabilizowanej po zużyciu i nowej szyny, korzystając z prac [1, 4, 9 i 10].

4. SIŁY UOGÓLNIONE DLA ZESTAWU KOŁOWEGO

Korzystając z zależności na siły tarcia kół po szynach [8] otrzymuje się wypadkowe siły i momenty oddziaływania toru na zestawy kołowe. Po zredukowaniu do środka ciężkości i -tego zestawu kołowego wyniosą one odpowiednio

$$\begin{aligned}
 P_{xi} &= T_{wi1} + T_{wi2} = N_{i1} \kappa_{wi1} v_{wi1} + N_{i2} \kappa_{wi2} v_{wi2}, \\
 P_{yi} &= N_{i1} \sin \gamma_{i1} + T_{pi1} \cos \gamma_{i1} - N_{i2} \sin \gamma_{i2} + T_{pi2} \cos \gamma_{i2}, \\
 M_{zi} &= s (T_{wi1} - T_{wi2}), \\
 M_{yi} &= R_k P_{xi},
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

gdzie naciski normalne w punktach styku

$$N_{i1,2} \approx \frac{Q}{\cos \gamma_{i1,2}}.
 \tag{4.2}$$

We wzorach tych, które opisują ruch zestawu kołowego, po podstawieniu wielkości (3.1)–(3.3) oraz (4.2) występuje osiem funkcji nieliniowych o postaci [8] następującej:

$$\begin{aligned}
 f_1^*(Y_i) &= \frac{\kappa_{wi1}}{\cos \gamma_{i1}} + \frac{\kappa_{wi2}}{\cos \gamma_{i2}}, \\
 f_2^*(Y_i) &= \frac{\kappa_{wi1}}{\cos \gamma_{i1}} - \frac{\kappa_{wi2}}{\cos \gamma_{i2}}, \\
 f_3(Y_i) &= \frac{\kappa_{wi1} \Delta R_{ki1}}{\cos \gamma_{i1}} + \frac{\kappa_{wi2} \Delta R_{ki2}}{\cos \gamma_{i2}}, \\
 f_4(Y_i) &= \frac{\kappa_{wi1} \Delta R_{ki1}}{\cos \gamma_{i1}} - \frac{\kappa_{wi2} \Delta R_{ki2}}{\cos \gamma_{i2}}, \\
 f_5(Y_i) &= \operatorname{tg} \gamma_{i1} - \operatorname{tg} \gamma_{i2}, \\
 f_6^*(Y_i) &= \frac{\kappa_{pi1}}{\cos \gamma_{i1}} + \frac{\kappa_{pi2}}{\cos \gamma_{i2}}, \\
 f_7(Y_i) &= \kappa_{\phi i1} \sin \gamma_{i1} - \kappa_{\phi i2} \sin \gamma_{i2}, \\
 f_8^*(Y_i) &= \kappa_{\phi i1} \cos \gamma_{i1} + \kappa_{\phi i2} \cos \gamma_{i2}.
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

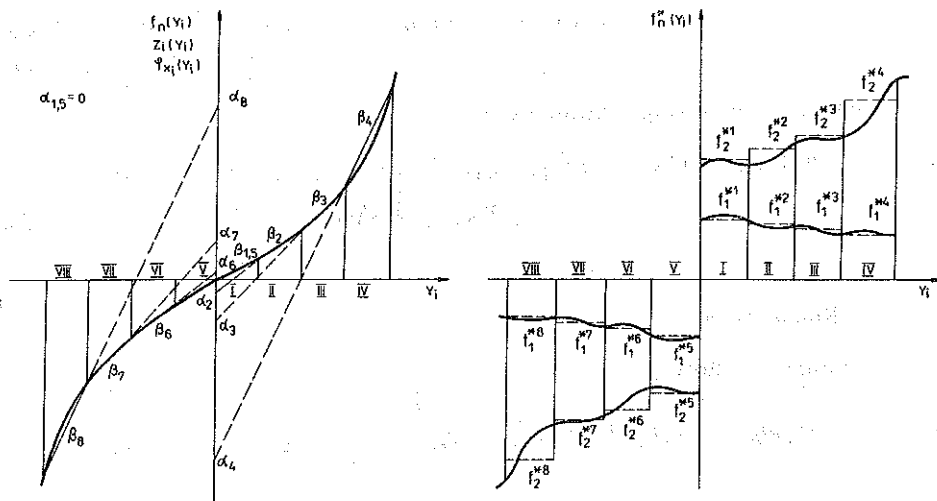
Ze względu na kształt funkcje te podzielono na dwie grupy. Do pierwszej z nich zaliczono f_1^* , f_2^* , f_6^* i f_8^* , które aproksymowano funkcjami schodkowymi; do drugiej funkcje f_3 , f_4 , f_5 i f_7 , które aproksymowano łamanymi o postaci

$$f_n^m = \alpha_n^m + \beta_n^m Y_i,$$

gdzie α , β oznaczają współczynniki równań odcinków (rys. 4), n numer funkcji oraz m numer odcinka ($m = \text{I-VIII}$).

Sposób aproksymacji funkcji f_n^* ($n = 1, 2, 6, 8$), f_n ($n = 3, 4, 5, 7$) oraz ϕ_{xi} i Z_i przedstawiono na rys. 4.

Po aproksymacji siły uogólnione działające na zestawy kołowe przedstawiają się następująco:



Rys. 4. Aproxymacja funkcji charakteryzujących współpracę koła z szyną

$$\begin{aligned}
 -Q_{xi} &= \frac{Q}{V} \left[f_1^{*m} (\dot{X}_i - R_k \dot{\phi}_{yi}) - \frac{V}{R_k} (\alpha_3^m + \beta_3^m Y_i) - s f_2^{*m} \phi_{zi} \right], \\
 -Q_{yi} &= Q (\alpha_5^m + Y_i \beta_5^m) + \frac{Q}{V} (\dot{Y}_i + R_k \dot{\phi}_{xi} - V \phi_{zi}) f_6^{m*} - \\
 &\quad - \frac{Q}{R_k} (\alpha_7^m + \beta_7^m Y_i) + \frac{Q}{V} f_8^{*m} \dot{\phi}_{zi}, \\
 -Q_{\phi_{yi}} &= -R_k Q_{xi}, \\
 -Q_{\phi_{zi}} &= \frac{s Q}{V} \left[-f_2^{*m} (\dot{X}_i - R_k \dot{\phi}_{yi}) + \frac{V}{R_k} (\alpha_4^m + \beta_4^m Y_i) + s f_1^{*m} \dot{\phi}_{zi} \right].
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

5. RÓWNANIA RUCHU WÓZKA NA TORZE PROSTYM

Równania ruchu zostały wyprowadzone metodą sił [5 i 8]. Końcowe równania równowagi sił i momentów dla zestawów kołowych i ramy wózka przedstawiają się następująco:

5.1. Zestawy kołowe:

równania równowagi sił ($i = 1, 2$)

$$(5.1) \quad \{p^2 [m_0] + 2p [C_M^l] + 2 [K_M^l]\} [\delta_{ri}] - \{2p [C_M^l] + 2 [K_M^l]\} \times$$

$$\times [\delta_{rR}] + \{p [C_M^l] [r_{0i}^E] + [K_{\delta M i}^{\phi}]\} [\delta_{\phi i}] - \{p [C_M^l] [r_{Ri}^E] + [K_{RM i}^{\phi}]\} [\delta_{\phi R}] = [Q_{ri}];$$

równania równowagi momentów ($i = 1, 2$)

$$(5.2) \quad \{p^2 [I_0] + 2p [C_{M\phi}] + [K_{\delta M \phi i}^{\phi}]\} [\delta_{\phi i}] - \{2p [C_{m\phi}] + [K_{RM \phi i}]\} \times \\ \times [\delta_{\phi R}] - 2 [K_M^{\phi}] [\delta_{ri}] + 2 [K_M^{\phi}] [\delta_{rR}] = [Q_{\phi i}].$$

5.2. Rama wózka:

równania równowagi sił

$$(5.3) \quad \{p^2 [m_R] + 4p [C_M^l] + 4 [K_M^l]\} [\delta_{rR}] - \sum_{i=1}^2 \{2p [C_M^l] + 2 [K_M^l]\} \times \\ \times [\delta_{ri}] + \{p [C_{R\phi}] + [K_{R\phi}]\} [\delta_{\phi R}] - \sum_{i=1}^2 \{2p [C_{0\phi i}] + \\ + [K_{0\phi i}]\} [\delta_{\phi i}] = [0];$$

równania równowagi momentów

$$(5.4) \quad \{p^2 [I_R] + 4p [C_M] + [K_{MR\phi}]\} [\delta_{\phi R}] - \sum_{i=1}^2 \{2p [C_{M\phi}] + \\ + [K_{M0\phi}]\} [\delta_{\phi i}] + \sum_{i=1}^2 \{2 [K_M^{\phi}]\} [\delta_{ri}] - 4 [K_M^{\phi}] [\delta_{rR}] = [0],$$

gdzie $[m_R]$, $[m_0]$, $[I_R]$ i $[I_0]$ oznaczają tensory mas i momentów bezwładności ramy wózka i zestawów kołowych oraz

gdzie

$$[m_R] = \begin{bmatrix} m_R & 0 & 0 \\ 0 & m_R & 0 \\ 0 & 0 & m_R \end{bmatrix}, \quad [m_0] = \begin{bmatrix} m_0 & 0 & 0 \\ 0 & m_0 & 0 \\ 0 & 0 & m_0 \end{bmatrix}, \\ [I_R] = \begin{bmatrix} I_{Rx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Ry} & 0 \\ 0 & 0 & I_R \end{bmatrix}, \quad [I_0] = \begin{bmatrix} I_{0x} & 0 & 0 \\ 0 & I_0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{0z} \end{bmatrix}.$$

$[C_M^l]$, $[C_M]$ oznaczają macierze współczynników tłumienia tłumików w punktach odpowiednio 11, 12, 21, 22, przy czym

$$[C_M^l] = \begin{bmatrix} C_x & 0 & 0 \\ 0 & C_y & 0 \\ 0 & 0 & C_z \end{bmatrix}, \quad [C_M] = \begin{bmatrix} C_{\phi x} & 0 & 0 \\ 0 & C_{\phi y} & 0 \\ 0 & 0 & C_{\phi z} \end{bmatrix}.$$

$[K_M^l]$, $[K_{\phi}]$, $[K_M^{\phi}]$ oznaczają macierze sztywności przeprowadzenia zestawów kołowych w punktach 11, 12, 21, 22, przy czym

$$[K_M^l] = \begin{bmatrix} K_{Mx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{My} & 0 \\ 0 & 0 & K_{Mz} \end{bmatrix}, \quad [K_{M\varphi}] = \begin{bmatrix} K_{\varphi x} & 0 & 0 \\ 0 & K_{\varphi y} & 0 \\ 0 & 0 & K_{\varphi z} \end{bmatrix},$$

$$[K_M^\varphi] = \begin{bmatrix} 0 & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & 0 & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & 0 \end{bmatrix}.$$

$[r_{Rij}^E]$ i $[r_{0ij}^E]$ oznaczają wektory wodzące i, j -tych punktów ramy wózka i zestawów kołowych względem ich środków ciężkości, przy czym

$$[r_{Rij}^E] = \begin{bmatrix} 0 & z_{ij}^R & -y_{ij}^R \\ -z_{ij}^R & 0 & x_{ij}^R \\ y_{ij}^R & -x_{ij}^R & 0 \end{bmatrix}, \quad [r_{0ij}^E] = \begin{bmatrix} 0 & z_{ij}^0 & -y_{ij}^0 \\ -z_{ij}^0 & 0 & x_{ij}^0 \\ y_{ij}^0 & -x_{ij}^0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\sum_{j=1}^2 [r_{Rij}^E] = [r_{Ri}^E], \quad \sum_{j=1}^2 [r_{0ij}^E] = [r_{0i}^E].$$

Ponadto

$$[\delta_{ri}] = \begin{bmatrix} \delta_{xi} \\ \delta_{yi} \\ \delta_{zi} \end{bmatrix}, \quad [\delta_{rR}] = \begin{bmatrix} \delta_{xR} \\ \delta_{yR} \\ \delta_{zR} \end{bmatrix},$$

$$[\delta_{\varphi i}] = \begin{bmatrix} \delta_{\varphi xi} \\ \delta_{\varphi yi} \\ \delta_{\varphi zi} \end{bmatrix}, \quad [\delta_{\varphi R}] = \begin{bmatrix} \delta_{\varphi xR} \\ \delta_{\varphi yR} \\ \delta_{\varphi zR} \end{bmatrix},$$

$$[Q_{ri}] = \begin{bmatrix} Q_{xi} \\ Q_{yi} \\ Q_{zi} \end{bmatrix}, \quad [Q_{\varphi i}] = \begin{bmatrix} Q_{\varphi xi} \\ Q_{\varphi yi} \\ Q_{\varphi zi} \end{bmatrix},$$

$$[K_{0Mi}^\varphi] = [K_M^l] \times [r_{0i}^E] + 2 [K_M^\varphi],$$

$$[K_{RMi}^\varphi] = [K_M^l] \times [r_{Ri}^E] + 2 [K_M^\varphi],$$

$$[K_{0M\varphi i}^\varphi] = - \sum_{j=1}^2 [K_{ME}^\varphi] \times [r_{0ij}^E] + 2 [K_{M\varphi}],$$

$$[K_{RM\varphi i}^\varphi] = - \sum_{j=1}^2 [K_{ME}^\varphi] \times [r_{Rij}^E] + 2 [K_{M\varphi}],$$

$$[K_{ME}^\varphi] = [K_M^\varphi] + [r_{0ij}^E] \times [K_M^l],$$

$$[K_{R\varphi}] = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 [K_M^l] \times [r_{Rij}^E] + 4 [K_M^\varphi],$$

$$[K_{0\varphi i}] = \sum_{j=1}^2 [K_M^l] \times [r_{0ij}^E] + 2 [K_M^\varphi],$$

Tablica 1. Równania ruchu wózka

| | Y_R | φ_{ZR} | Y_1 | φ_{Z1} | Y_2 | φ_{Z2} |
|----------------|--|--|---|--|--|--|
| Y_R | $m_R p^2 + 4C_y p + 4K_{My}$ | $4K_{yz}$ | $-2(C_y p + K_{My})$ | $-2K_{yz}$ | $-2(C_y p + K_{My})$ | $-2K_{yz}$ |
| φ_{ZR} | $I_{RZ} p^2 + 4(l^2 C_y + d^2 C_x) p + 4(l^2 K_{My} + d^2 K_{Mx})$ | $I_{RZ} p^2 + 4(l^2 C_y + d^2 C_x) p + 4(l^2 K_{My} + d^2 K_{Mx})$ | $-2lC_y p + 2(K_{zy} - lK_{My})$ | $-2d^2(C_{xp} + K_{Mx})$ | $2lC_y p + 2(K_{zy} + lK_{My})$ | $-2d^2(C_x p + K_{Mx})$ |
| Y_1 | $-2(C_y p - K_{My})$ | $-2lC_y p - 2(K_{yz} + lK_{My})$ | $(m_0 + I_{Ox} \beta_{ox}^{2m} + m_0 \beta_z^{2m}) p^2 + \left[2C_y + \frac{Q^2}{V} f_6^{*m} \times (1 + R_k \beta_{ox}^m) \right] p + Q(\beta_5^m - \beta_7^m/R_k) + 2K_{y1}$ | $\frac{Q}{V} f_8^{*m} p + 2K_{yz} - Q^2 f_6^{*m}$ | 0 | 0 |
| φ_{Z1} | $2K_{zy}$ | $-2d^2(C_x p + K_{Mx})$ | $-2K_{zy} + \frac{Q^2 s}{R_k} \beta_4^m$ | $I_{Ox} p^2 + (2d^2 C_x + \frac{Q^2 s^2}{V} f_1^{*m}) p + 2d^2 K_{Mx}$ | 0 | 0 |
| Y_2 | $-2(C_y p + K_{My})$ | $2lC_y p + 2(lK_{My} - K_{yz})$ | 0 | 0 | $(m_0 + I_{Ox} \beta_{ox}^m + m_0 \beta_z^{2m}) p^2 + \left[2C_y + \frac{Q^2}{V} f_6^{*m} \times (1 + R_k \beta_{ox}^m) \right] p + Q(\beta_5^m - \beta_7^m/R_k) + 2K_{y2}$ | $\frac{Q}{V} f_8^{*m} p + 2K_{yz} - Q^2 f_6^{*m}$ |
| φ_{Z2} | $2K_{zy}$ | $-2d^2(C_x + K_{Mx})$ | 0 | 0 | $I_{Ox} p^2 + (2d^2 C_x + \frac{Q^2 s^2}{V} f_1^{*m}) p + 2d^2 K_{Mx}$ | $I_{Ox} p^2 + (2d^2 C_x + \frac{Q^2 s^2}{V} f_1^{*m}) p + 2d^2 K_{Mx}$ |

$$[K_{MR\varphi}] = - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 [K_M^{\varphi}] x [r_{Rij}^E] + 4 [K_{M\varphi}],$$

$$[K_{M0\varphi}] = - \sum_{j=1}^2 [K_M^{\varphi}] x [r_{0ij}^E] + 2 [K_{M\varphi}],$$

$$[C_{R\varphi}] = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 [C_M^l] x [r_{Rij}^E],$$

$$[C_{0\varphi i}] = \sum_{j=1}^2 [C_M^l] [r_{0ij}^E].$$

Powyższe równania dadzą się sprowadzić do układu osiemnastu równań różniczkowych określających drgania wymuszone wózka w płaszczyźnie pionowej i poziomej.

Pomijając drgania pionowe wózka [8] i podstawiając siły uogólnione (4.3), otrzymano układ sześciu równań ruchu wózka dwuosiowego, który przedstawiono w tablicy 1. Układ ten służy do analizy stabilności ruchu wózka dwuosiowego lub wagonu dwuosiowego z jednostopniowym zawieszeniem.

6. BADANIA STABILNOŚCI RUCHU WÓZKA

Stabilność ruchu wózka na podstawie równań zlinearyzowanych bada się za pomocą: 1) kryterium Routha–Hurwitza [5] oraz 2) wyznaczania tzw. „stopnia stabilności” [6].

Kryterium Routha–Hurwitza podaje warunek konieczny i dostateczny stabilności podstawowego ruchu pojazdu. Wynika z niego, że ruch podstawowy jest stabilny wtedy, gdy spełnione są następujące warunki:

1. Wszystkie współczynniki równania charakterystycznego

$$A_0 p^n + A_1 p^{n-1} + A_2 p^{n-2} + \dots + A_{n-1} p + A_n = 0,$$

są dodatnie, czyli

$$A_i > 0 \quad \text{dla} \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1, n.$$

Równanie charakterystyczne tworzy się ze współczynników równań ruchu, rozwiązując wyznacznik przedstawiony w tablicy 1 [5]. W przypadku badania stabilności ruchu wózka dwuosiowego otrzymuje się równanie charakterystyczne 12-stopnia, tzn. $n = 12$.

2. Wszystkie podwyznaczniki aż do rzędu $n-1$ wynikające z wyznacznika utworzonego ze współczynników równania charakterystycznego są dodatnie.

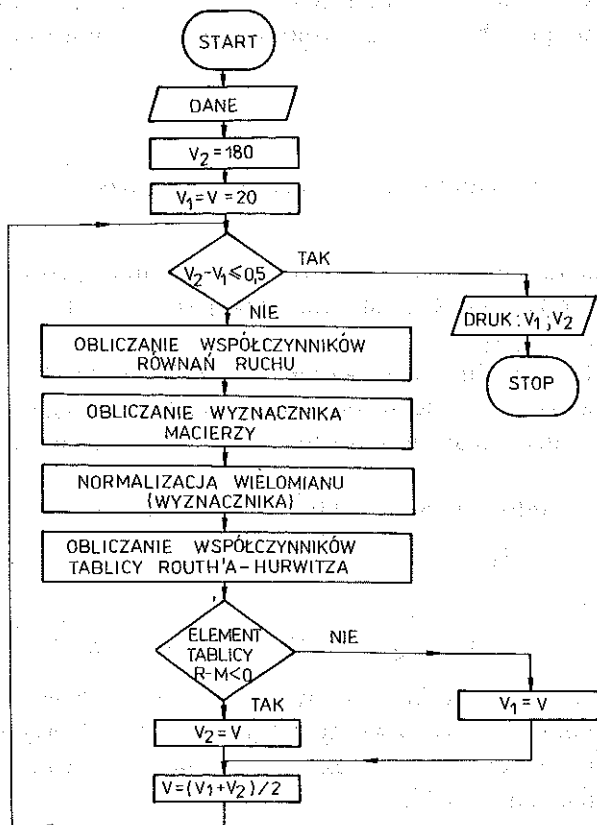
Kryterium stabilności Routha–Hurwitza zapewnia możliwość ustalenia, czy układ jest stabilny, czy też nie, tzn. wyznaczenia prędkości krytycznej V_{kr} , powyżej której układ (wagon, wózek) traci stabilność dla danego wariantu parametrów (sztywność, tłumienie, parametry kinetyczne i geometryczne) układu. Jest to w wielu przypadkach warunek nie wystarczający dla określenia wpływu parametrów konstrukcyjnych badanego wózka na stabilność ruchu.

Wprowadzono więc pojęcie „stopnia stabilności” [6] dla układów stabilnych, rozumianego jako bezwzględna wartość minimalnej rzeczywistej części pierwiastka równania charakterystycznego

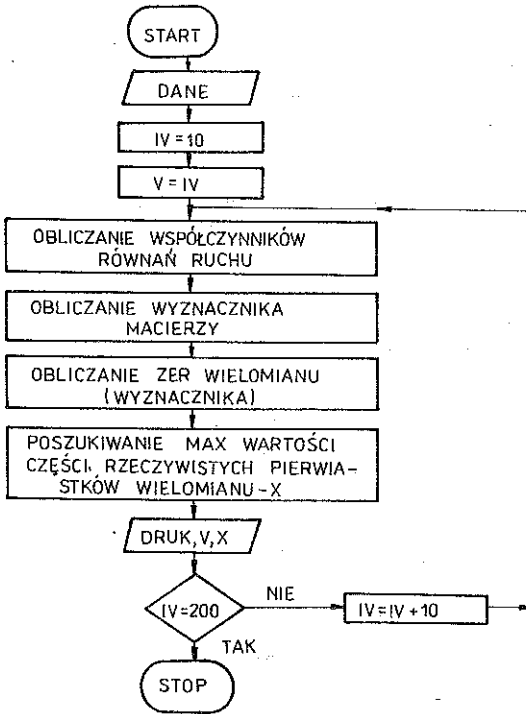
$$\varepsilon = \min |R_e p_i| \quad \text{dla} \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Pojęcie to rozszerzono również na układy niestabilne, w których „stopień stabilności” w tym przypadku oznacza wartość maksymalnej rzeczywistej części pierwiastka równania charakterystycznego

$$\eta = \max R_e p_i \quad \text{dla} \quad i = 1, 2, \dots, n.$$



Rys. 5. Schemat blokowy programu (kryterium Routha–Hurwitza)



Rys. 6. Schemat blokowy programu („stopień stabilności”)

Układ jest stabilny wówczas, gdy $\eta < 0$, natomiast niestabilny, gdy $\eta > 0$. Prędkością krytyczną wózka V_{kr} (prędkość, przy której układ traci stabilność) będzie prędkość, przy której $R_e p_i$ staje się dodatnie.

Rozwiązanie równania charakterystycznego otrzymuje się w postaci

$$p_i = \lambda_i \pm \sqrt{-1} \omega_i \quad \text{dla} \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

z której wynika wiele prędkości krytycznych odpowiadających określonym postaciom drgań układu.

Ruch wózka uważa się za niestabilny wówczas, gdy prędkość jazdy przewyższy najmniejszą z obliczonych prędkości krytycznych, występujących w różnych postaciach drgań mechanicznych wózka. Przedstawione powyżej kryteria badania stabilności ruchu pojazdu zostały zaprogramowane na komputer Odra 1305 w systemie operacyjnym George-3.

Pierwszy z programów, którego uproszczony schemat blokowy przedstawiono na rys. 5, wyznacza wartości prędkości krytycznych pojazdu. Drugi z programów (rys. 6) oparto na obliczeniu pierwiastków wielomianu charakterystycznego układu równań.

O stabilności układu decydują wartości rzeczywistych części tych pierwiastków. Prędkość, przy której choć jedna z nich osiąga wartość zero, jest tzw. prędkością krytyczną.

7. WPŁYW PARAMETRÓW WÓZKA NA STABILNOŚĆ RUCHU I PRĘDKOŚĆ KRYTYCZNA

Korzystając z programów przedstawionych na rys. 5 i 6 przeprowadzono analizę wpływu parametrów wózka na jego stabilność i prędkość krytyczną.

Tablica 2. Parametry wózka

| Wielkość | Oznaczenia | Wartość | Jednostka |
|---|----------------------|----------------|------------------|
| Współczynniki tłumienia wiskotycznego w prowadzeniu zestawu kołowego przypadające na jedno łożysko osiowe | C_x, C_y | 0 | kg/s |
| Szywność prowadzenia zestawu kołowego w ramie wózka w kierunku wzdłużnym przypadająca na jedno łożysko osiowe | K_{M_x} | $2 \cdot 10^7$ | N/m |
| Szywność prowadzenia zestawu kołowego w ramie wózka w kierunku poprzecznym przypadająca na jedno łożysko osiowe | K_{M_y} | $2 \cdot 10^6$ | N/m |
| Szywność kąto-liniowa prowadzenia zestawu kołowego w ramie wózka, przypadająca na jedno łożysko osiowe | K_{yz} K_{zy} | 0 | N/m |
| Masa ramy wózka | m_R | 3000 | kg |
| Masa zestawu kołowego | m_0 | 1500 | kg |
| Moment bezwładności ramy wózka względem osi pionowej przechodzącej przez środek masy | I_{RZ} | 4850 | kgm ² |
| Moment bezwładności zestawu kołowego względem osi wzdłużnej i pionowej przechodzącej przez środek masy | I_{0x} I_{0z} | 920 | kgm ² |
| Obciążenie pionowe szyn pochodzące od ciężaru wózka i nadwozia | Q | 55000 | N |
| Promień kręgu tocznego kół w położeniu środkowym zestawu kołowego | R_k | 0,46 | m |
| Połowa bazy wózka | l | 1,25 | m |
| Połowa rozstawu poprzecznego elementów prowadzących zestaw kołowy | d | 1,0 | m |
| Połowa rozstawu kręgów tocznych w położeniu środkowym zestawu kołowego | s | 0,75 | m |

Jako parametry wyjściowe do analizy posłużyły dane wózka przedstawione w tablicy 2 oraz wielkości charakteryzujące współpracę koła z szyną przedstawione w tablicy 3.

Tablica 3. Współczynniki funkcji charakteryzujących współpracę zestawu kołowego z torem

| Zakresy przemieszczeń poprzecznych zestawu kołowego | | Przemieszczenia poprzeczne Y_i zestawu kołowego [m] | | | |
|---|-------------------|---|-----------------|-----------------|----------|
| | | I | II | III | IV |
| Współczynnik dla $i = 1, 2$ | | 0 + 0,0015 | 0,0015 ÷ 0,0035 | 0,0035 ÷ 0,0055 | > 0,0055 |
| $f_{1i}^* (Q^{\frac{2}{3}})$ | $N^{\frac{1}{3}}$ | 19280 | 19170 | 18757,2 | 19500 |
| $f_{6i}^* (Q^{\frac{2}{3}})$ | $N^{\frac{1}{3}}$ | 22350 | 22263 | 21960 | 22800 |
| $f_{8i}^* (Q)$ | m | 0,7908 | 0,7890 | 0,7842 | 0,7980 |
| β_{2i} | — | -0,0043 | -0,0218 | -0,039 | -0,09766 |
| $\beta_{4i} (Q^{\frac{2}{3}})$ | $N^{\frac{1}{3}}$ | 666,7 | 1600,005 | 3000 | 17758,05 |
| β_{5i} | m^{-1} | 14,546 | 14,546 | 14,546 | 124,86 |
| β_{7i} | — | 5,055 | 5,055 | 5,704 | 50,943 |
| $\beta_{\varphi_{xt}}$ | m^{-1} | -0,00427 | -0,0228 | -0,042 | -0,1154 |

Poszczególne parametry oraz ich wpływ na stabilność ruchu wózka i jego prędkość krytyczną przedstawiają się następująco:

7.1. Przemieszczenia poprzeczne zestawów kołowych w torze

Zestaw kołowy przemieszczając się wraz z ramą wózka po torze prostym może przyjmować różne położenia w zakresie luzów występujących pomiędzy nim i szynami. Wpływ różnych wartości przemieszczeń poprzecznych zestawów kołowych na wartość prędkości krytycznych, przy których wózek traci stabilność przedstawiono w tablicy 4. Przy większych przemieszczeniach zestawu przedniego względem tylnego, prędkości krytyczne są niższe niż w sytuacji odwrotnej, a czym zestawy kołowe są bardziej wychylone poprzecznie tym prędkości krytyczne ruchu wózka są wyższe. Największe wartości prędkości uzyskano dla przemieszczeń powyżej 5,5 mm, czyli dla zakresu nieliniowego. Doboru parametrów konstrukcyjnych dokonano dla przemieszczeń względnych obydwu zestawów kołowych, których wartość mieści się najczęściej w zakresie od -1,5 do +1,5 mm [7].

Tablica 4. Prędkości krytyczne wózka dla różnych przemieszczeń zestawów kołowych

| Zakres przemieszczeń poprzecznych [mm] | | | | Prędkość krytyczna V_{kr} | |
|--|-----------|-------------------------|-----------|-----------------------------|-------|
| 1 zestaw kołowego Y_1 | | 2 zestaw kołowego Y_2 | | m/s | km/h |
| I | 0 ÷ 1,5 | I | 0 ÷ 1,5 | 84,06 | 302,6 |
| I | 0 ÷ 1,5 | II | 1,5 ÷ 3,5 | 60,62 | 218,2 |
| I | 0 ÷ 1,5 | III | 3,5 ÷ 5,5 | 36,87 | 132,7 |
| I | 0 ÷ 1,5 | IV | > 5,5 | < 20 | < 72 |
| II | 1,5 ÷ 3,5 | I | 0 ÷ 1,5 | 89,84 | 323,4 |
| II | 1,5 ÷ 3,5 | II | 1,5 ÷ 3,5 | 73,44 | 264,4 |
| II | 1,5 ÷ 3,5 | III | 3,5 ÷ 5,5 | 55,16 | 198,6 |
| II | 1,5 ÷ 3,5 | IV | < 20 | < 20 | < 72 |
| III | 3,5 ÷ 5,5 | I | 0 ÷ 1,5 | 92,81 | 334,1 |
| III | 3,5 ÷ 5,5 | II | 1,5 ÷ 3,5 | 80,94 | 291,4 |
| III | 3,5 ÷ 5,5 | III | 3,5 ÷ 5,5 | 66,56 | 239,6 |
| III | 3,5 ÷ 5,5 | IV | > 5,5 | < 20 | < 72 |
| IV | > 5,5 | I | 0 + 1,5 | 101,09 | 383,9 |
| IV | > 5,5 | II | 1,5 + 3,5 | 95,94 | 345,4 |
| IV | > 5,5 | III | 3,5 + 5,5 | 89,06 | 320,6 |
| IV | > 5,5 | IV | > 5,5 | 57,19 | 205,9 |

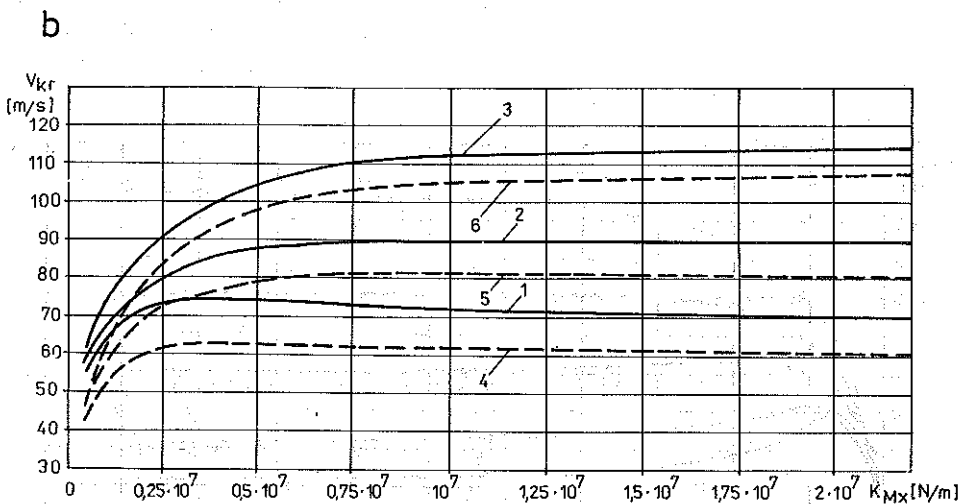
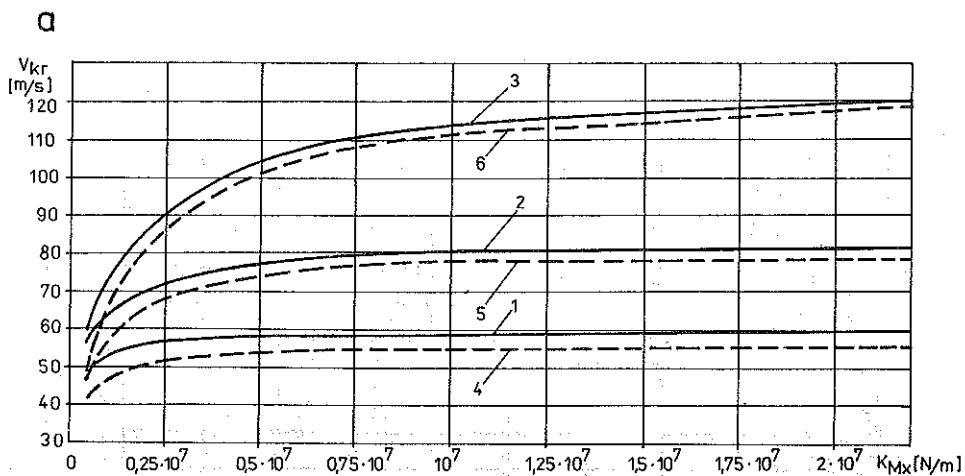
7.2. Poślizg wiertny

Poślizg wiertny w opisie sił uogólnionych wyrażony jest przez funkcje charakteryzujące współpracę koła z szyną f_7 i f_8^* . Wpływ uwzględnienia poślizgu wiertnego na stabilność ruchu wyznaczono w funkcji sztywności wzdłużnej K_{Mx} prowadzenia zestawów kołowych w ramie wózka.

Krzywą $V_{kr} = f(K_{Mx})$ pokazano na rys. 7a i 7b. Linią przerywaną zaznaczono rozwiązania dla pełnego układu równań ruchu wózka, natomiast linią ciągłą dla równań ruchu z pominięciem poślizgu wiertnego. Okazało się, że uwzględnienie poślizgu wiertnego w równaniach ruchu wózka wpływa destabilizująco, tzn. wózek dla niższych prędkości traci stabilność. Uwzględnienie poślizgu wiertnego wyraźnie zmienia wyniki obliczeń, przybliżając je do doświadczalnych.

7.3. Sztywność wzdłużna K_{Mx} prowadzenia zestawów kołowych w ramie wózka

Na rys. 8a przedstawiono krzywe zmiany prędkości krytycznej wózka w funkcji wzdłużnej sztywności prowadzenia zestawów kołowych w ramie

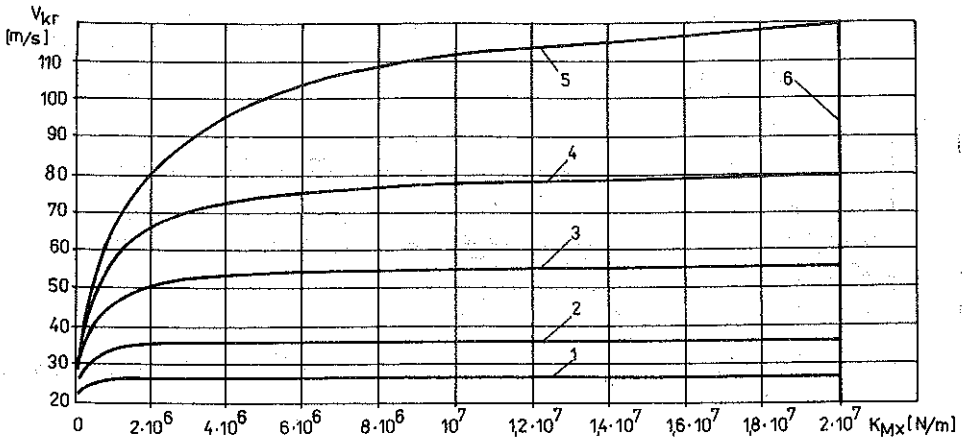


Rys. 7. Krzywe $V_{kr} = f(K_{Mx})$ dla $Q = 55000$ N

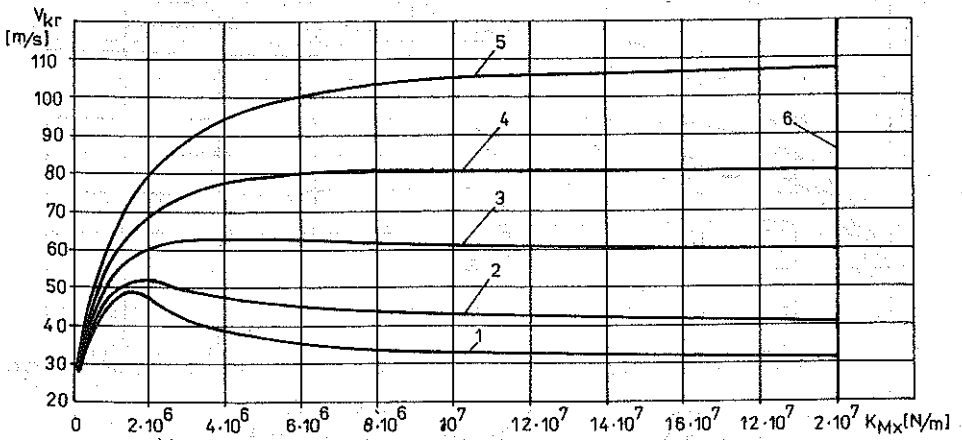
a) przy $C_x = C_y = 0$, b) przy $C_x = C_y = 4 \cdot 10^4$ kg/s

- | | |
|---------------------------------|---|
| 1 — $K_{My} = 5 \cdot 10^5$ N/m | } bez uwzględnienia poślizgu wiertnego; |
| 2 — $K_{My} = 10^6$ N/m | |
| 3 — $K_{My} = 2 \cdot 10^6$ N/m | |
| 4 — $K_{My} = 5 \cdot 10^5$ N/m | } z uwzględnieniem poślizgu wiertnego; |
| 5 — $K_{My} = 10^6$ N/m | |
| 6 — $K_{My} = 2 \cdot 10^6$ N/m | |

a



b



Rys. 8. Krzywe $V_{kr} = f(K_{Mx})$ dla $Q = 55000 \text{ N}$
 a) przy $C_x = C_y = 0$, b) przy $C_x = C_y = 4 \cdot 10^4 \text{ kg/s}$

1 — $K_{My} = 10^5 \text{ N/m}$,

2 — $K_{My} = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}$,

3 — $K_{My} = 5 \cdot 10^5 \text{ N/m}$,

4 — $K_{My} = 10^6 \text{ N/m}$,

5 — $K_{My} = 2 \cdot 10^6 \text{ N/m}$,

6 — faktyczną wartość sztywności wzdłużnej K_{Mx}

wózka przy braku tłumienia C_x i C_y . Dla małych wartości sztywności poprzecznej K_{My} krytyczna prędkość wózka wzrasta wraz ze wzrostem sztywności wzdłużnej do $K_{Mx} = 10^6$ N/m. Dalszy wzrost K_{Mx} nie powoduje wzrostu prędkości krytycznej wózka (V_{kr} ustala się na poziomie 26 m/s dla $K_{My} = 10^5$ N/m i 36 m/s dla $K_{My} = 2 \cdot 10^5$ N/m).

Natomiast dla wyższych wartości K_{My} następuje ustalenie prędkości krytycznej na jednym poziomie, przy wysokich wartościach K_{Mx} .

Na rys. 8b pokazano te same zależności, przy czym na każdym łożysku osiowym zestawu kołowego zamocowano tłumiki, których współczynniki tłumienia $C_x = C_y = 4 \cdot 10^4$ kg/s.

Okazuje się, że wzrost sztywności wzdłużnej K_{Mx} do wartości 10^6 N/m powoduje wzrost V_{kr} . Dalszy wzrost K_{Mx} do około 10^7 N/m (dla małych wartości K_{My}) powoduje spadek wartości V_{kr} . Dla wartości K_{Mx} powyżej 10^7 N/m następuje ustalenie V_{kr} na jednym poziomie. Przy czym dla wyższych wartości sztywności poprzecznej (powyżej $5 \cdot 10^5$ N/m) ustalenie V_{kr} na jednym poziomie następuje szybciej tj. dla $K_{Mx} = 8 \cdot 10^6$ N/m. Zaznacza się tutaj wpływ tłumienia poprzecznego i wzdłużnego. Dla małych wartości sztywności poprzecznej do około $5 \cdot 10^5$ N/m tłumienie wpływa stabilizująco na ruch wózka. Natomiast czym wyższa jest sztywność poprzeczna prowadzenia zestawu kołowego, tym mniejszy jest wpływ C_x i C_y na V_{kr} , a nawet zauważa się tendencje do destabilizacji ruchu (za małe są wartości współczynników tłumienia przy dużych wartościach sztywności K_{Mx} i K_{My}).

7.4. Sztywność poprzeczna K_{My} prowadzenia zestawów kołowych w ramie wózka

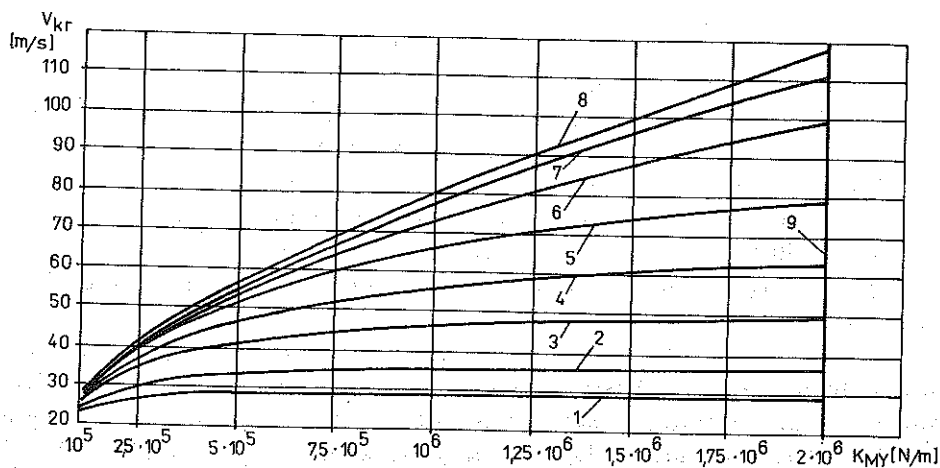
Wpływ sztywności K_{My} na prędkość krytyczną wózka przedstawiono na rys. 9a i 9b.

Zarówno przy braku tłumienia C_x i C_y , jak również gdy $C_x = C_y = 4 \cdot 10^4$ kg/s, wzrost sztywności poprzecznej K_{My} powoduje wzrost prędkości krytycznej. Dla małych wartości sztywności wzdłużnej K_{Mx} , wzrost ten jest nieznaczny, a nawet V_{kr} ustala się na jednym poziomie. Natomiast im wyższa jest sztywność K_{Mx} tym szybszy jest wzrost V_{kr} . Podobny charakter jak na poprzednich wykresach (rys. 8a i 8b) ma wpływ tłumienia — wyraźny dla małych wartości K_{Mx} i nieznaczny względnie destabilizujący dla wyższych wartości K_{Mx} .

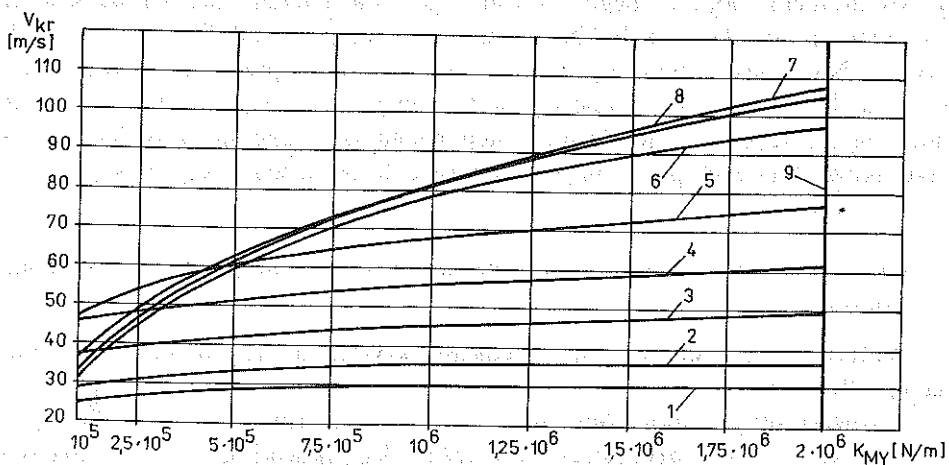
7.5. Tłumienie wzdłużne C_x i poprzeczne C_y

Wpływ współczynników tłumienia C_x i C_y na stabilność ruchu wózka przedstawiono w formie wykresów $\eta = f(V)$, tj. zależności stopnia stabilności η od prędkości ruchu wózka (rys. 10 i 11). Dla $\eta < 0$ ruch wózka jest stabilny, dla $\eta = 0$ — prędkość krytyczna, a dla $\eta > 0$ ruch wózka staje się

a



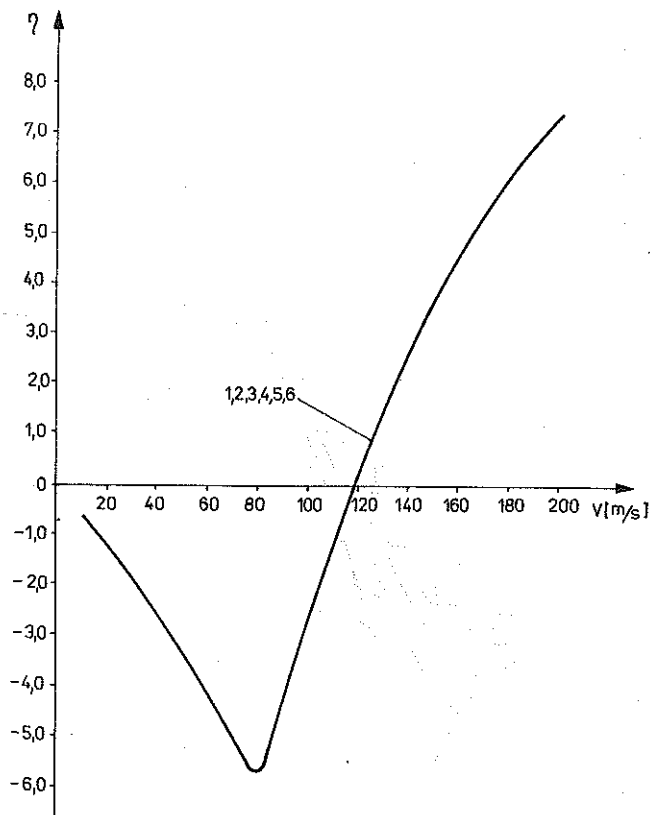
b



Rys. 9. Krzywe $V_{kr} = f(K_{My})$ dla $Q = 55000$ N

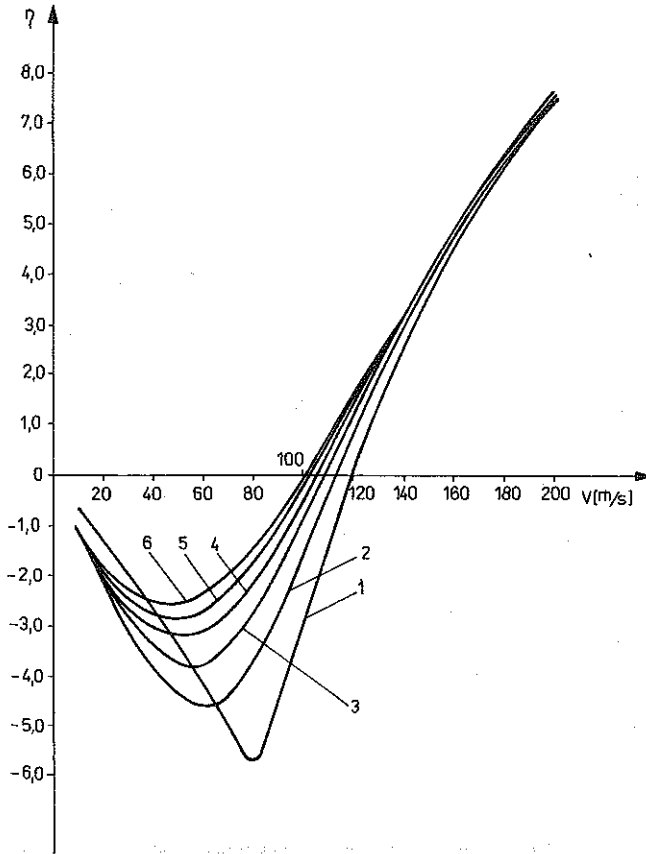
a) przy $C_x = C_y = 0$; b) przy $C_x = C_y = 4 \cdot 10^4$ kg/s

- 1 — $K_{Mx} = 10^5$ N/m,
- 2 — $K_{Mx} = 2 \cdot 10^5$ N/m,
- 3 — $K_{Mx} = 5 \cdot 10^5$ N/m,
- 4 — $K_{Mx} = 10^6$ N/m,
- 5 — $K_{Mx} = 2 \cdot 10^6$ N/m,
- 6 — $K_{Mx} = 5 \cdot 10^6$ N/m,
- 7 — $K_{Mx} = 10^7$ N/m,
- 8 — $K_{Mx} = 2 \cdot 10^7$ N/m,
- 9 — faktyczna wartość sztywności poprzecznej K_{My}



Rys. 10. Wpływ współczynnika tłumienia C_x w prowadzeniu zestawów kołowych w ramie wózka na stopień stabilności η wózka dwuosiowego

- 1 — $C_x = 0$ kg/s,
- 2 — $C_x = 2 \cdot 10^4$ kg/s,
- 3 — $C_x = 4 \cdot 10^4$ kg/s,
- 4 — $C_x = 6 \cdot 10^4$ kg/s,
- 5 — $C_x = 8 \cdot 10^4$ kg/s,
- 6 — $C_x = 10^5$ kg/s



Rys. 11. Wpływ współczynnika tłumienia C_y w prowadzeniu zestawów kołowych w ramie wózka na stopień stabilności η wózka dwuosiowego

- 1 — $C_y = 0$ kg/s,
- 2 — $C_y = 2 \cdot 10^4$ kg/s,
- 3 — $C_y = 4 \cdot 10^4$ kg/s,
- 4 — $C_y = 6 \cdot 10^4$ kg/s,
- 5 — $C_y = 8 \cdot 10^4$ kg/s,
- 6 — $C_y = 10^5$ kg/s

niestabilny. Z rys. 10 wynika, że tłumienie wzdłużne C_x dla założonych sztywności K_{Mx} i K_{My} (tablica 2) nie ma wpływu na wartości prędkości krytycznych ruchu. Natomiast niewielki wpływ na prędkość krytyczną ma tłumienie poprzeczne C_y (rys. 11). Im większa jest wartość C_y , tym szybciej wózek traci stabilność. Dzieje się to jednak znacznie powyżej prędkości eksploatacyjnych ($V > 100$ m/s, tj. 360 km/h).

8. ZAKOŃCZENIE

Przedstawione programy, umożliwiają analizę stabilności ruchu pojazdu szynowego z jednostopniowym usprężynowaniem. Pierwszy z nich wyznacza wrażliwość rozpatrzonych parametrów pojazdu na prędkości krytyczne na podstawie kryterium stabilności Routha–Hurwitza. Za pomocą tego programu można jedynie wyznaczyć graniczną wartość prędkości, powyżej której ruch modelu pojazdu określony równaniami ruchu staje się niestabilny. Drugi z programów, oparty na obliczaniu pierwiastków wielomianu, umożliwia wyznaczenie częstotliwości poszczególnych postaci drgań pojazdu oraz prędkości krytycznej.

Programy te pozwalają przeprowadzić szeroką analizę stabilności ruchu pojazdu. Przedstawione wyniki obliczeń wykazały, że sztywność i tłumienie w prowadzeniu zestawów kołowych istotnie wpływają na stabilność ruchu wózka na torze prostym.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. P. BOMMEL, *Application de la theorie des vibrations non-lineaires sur la probleme du mouvement de laçet d'un vehicule de Chemin de Fer*, Dissertation, Delft 1964.
2. W. GAŚOWSKI, Z. MARCINIAK, *Rozwój konstrukcji lokomotyw o układzie osi $B_0-B_0-B_0$ i $B-B-B$* , *Trakcja i Wagony*, 32, 10, 217–221, 1985.
3. P. ЖОЛИ, *Исследование поперечной устойчивости движения железнодорожного подвижного состава при движении с высокими скоростями*, *Железные дороги мира*, 12, 2, 23–50, 1973.
4. J. J. KALKER, *On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction*, Dissertation, Delft 1967.
5. E. KRYSKOŃIAK, Z. MARCINIAK, *Stabilność prostoliniowego ruchu wózka dwuosiowego. Obliczenia stabilności ruchu wózka w systemie operacyjnym George*—3. OR-6421 [praca nie publikowana OBRPS Poznań 1981].
6. В. Н. НАГИНАЕВ, *К вопросу об устойчивости движения железнодорожных экипажей*, *Труды МИИЖТ*, выпуск 374, 161–171, 1971.
7. A. NEFTZGER, *Lautechnische Erkenntnisse aus den Schnellfahrungsuntersuchungen der Deutschen Bundesbahn*, *Glaser's Annalen*, 93, 11, 337–346, 1969.
8. Z. MARCINIAK, *Uproszczona metoda analizy stabilności ruchu wózka dwuosiowego łącznie z przykładem obliczeniowym*, Praca OBRPS, OR-6025, Poznań 1978.

9. H. SOBOLEWSKI, *Metoda doboru parametrów konstrukcyjnych części biegowych pojazdów szynowych z wózkami dwuosiowymi dla zapewnienia stateczności ruchu na torze prostym*, Praca Instytutu Transportu P.W., 1, Warszawa 1974.
10. *Problems of interaction of vehicles and tract*, Raport 6, ORE-C9, 1962.

РЕЗЮМЕ

АНАЛИЗ СТАБИЛЬНОСТИ ДВИЖЕНИЯ ДВУХОСНОЙ ТЕЛЕЖКИ
КАК РЕЛЬСОВОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

Представлены методы анализа стабильности движения двухосной тележки, а также выведены уравнения ее движения на прямолинейном пути. Разработаны две программы для компьютера Одра 1305 в операционной системе Джорж-3, служащие для определения критических скоростей движения тележки. Проведен анализ влияния конструктивных параметров тележки на ее стабильность. Следствия из анализа составляют практические указания для проектировщиков новых тележек, а также для модернизации тележек, находящихся в эксплуатации.

SUMMARY

ANALYSIS OF MOTION OF A FOUR-WHEELED RAIL-VEHICLE

Method of stability analysis of motion of a four-wheeled car are presented, and equations of motion along a straight-lined track of such a vehicle are given. Two programs for the Odra 1305 — computer written in the George-3 system are used to determine the critical velocities of the car. Effects of structural parameters of the vehicle on its stability are analyzed. The results obtained may be used to design new types of rail-vehicles and to modernize the existing ones.

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 26 listopada 1985 r.