

STAN NAPRĘŻENIA W DWUPRZESŁOWEJ PERFOROWANEJ TARCZY PROSTOKĄTNEJ SPRĘŻONEJ KABELEM ZAKRZYWIONYM

JAN FEDOROWICZ i LIDIA FEDOROWICZ (GLIWICE)

W pracy przedstawiono sposób określania stanu naprężenia w wieloprzesłowych perforowanych tarczach prostokątnych o stałej grubości, sprężonych kablami krzywoliniowymi. Rozwiązanie zadania osiąga się drogą superpozycji rozwiązania ścisłego tarczy nieograniczonej obciążonej działaniem napiętego kabla o danej trasie i rozwiązania numerycznego trzeciego (mieszanego) podstawowego zagadnienia brzegowego dla perforowanej tarczy prostokątnej.

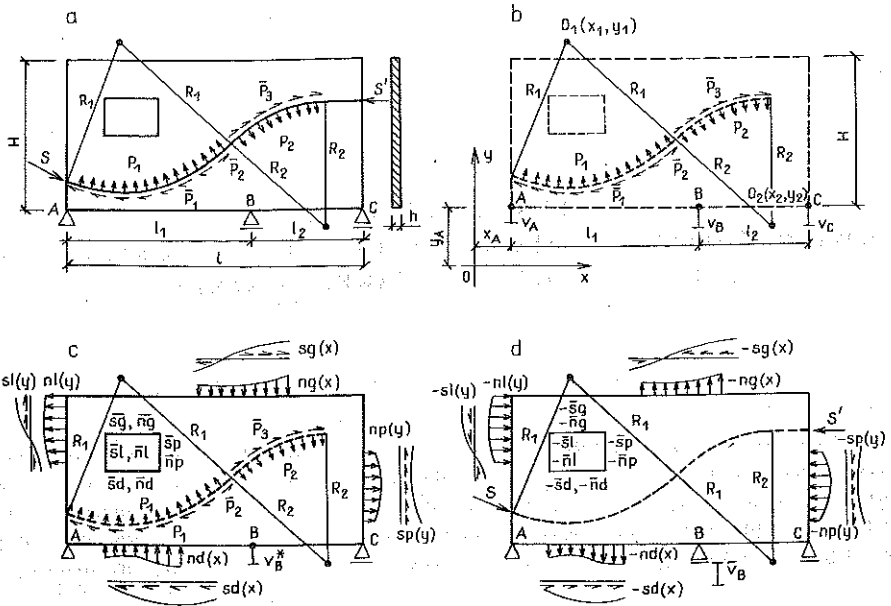
1. WSTĘP

Sposobowi określania stanu naprężenia w izotropowych tarczach jednorodnych o stałej grubości, sprężonych kablami prostymi lub kablami o trasie kołowej poświęcone są prace [1, 2 i 3]. Przypadkami bardziej złożonego przebiegu tras kabli sprężających zajmują się autorzy prac [4, 5, 6 i 7]. Stan naprężenia w perforowanej, swobodnie podpartej tarczy prostokątnej o stałej grubości sprężonej kablem krzywoliniowym przedstawiono w pracy [8]. Niniejsza praca stanowi rozwinięcie sposobu obliczania tarcz sprężonych kablami krzywoliniowymi przedstawionego w [8] na przypadki tarcz perforowanych podpartych w sposób statycznie niewyznaczalny.

2. ZAŁOŻENIA

Rozpatruje się perforowaną tarczę prostokątną o stałej grubości, wykonaną z materiału liniowo sprężystego, podpartą w sposób statycznie niewyznaczalny (rys. 1a). Przyjmuje się założenia klasycznej liniowej teorii sprężystości dotyczące płaskiego zagadnienia stanu naprężenia.

Rozważa się tarczę pod działaniem samozrównoważonego układu sił wywołanych działaniem napiętego kabla krzywoliniowego. Przyjmuje się przy tym, iż napięty kabel krzywoliniowy oddziałuje na tarczę przez zakotwienie siłami S , S' , przez naciski radialne p_i oraz siły tarcia osłony kabla o przyległy materiał tarczy \bar{p}_i . Zakłada się, że siły tarcia na odcinkach krzywoliniowych



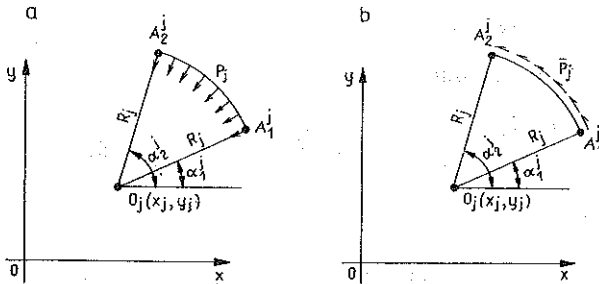
Rys. 1.

kabla są proporcjonalne do nacisków kabla. Siły tarcia powodują spadek sił naciągu wzdłuż długości kabla, a tym samym również spadek nacisków radialnych na odcinkach krzywoliniowych kabla. Dzielic jednak linię kabla na odpowiednio małe części, przyjmuje się, iż na każdej z tych części zarówno siły tarcia jak i siła naciągu, a więc zarazem naciski radialne odcinków zakrzywionych kabla są stałe i równe średniej arytmetycznej ich wartości na końcach tych części.

O trasie kabli zakłada się, że zbudowana jest z odcinków prostych i odcinków łuku kołowego w taki sposób, aby zapewnić gładkie przejście z jednego łuku w drugi, bądź z łuku w prostą. Rozwiązania poszukuje się na drodze superpozycji rozwiązania ścisłego tarczy nieograniczonej obciążonej oddziaływaniem napiętego kabla o danej trasie oraz rozwiązania numerycznego perforowanej tarczy prostokątnej obciążonej w określony sposób na brzegach.

3. ROZWIĄZANIE PROBLEMU

W celu określenia stanu naprężenia w tarczy z rys. 1a rozważa się w pierwszej kolejności tarczę nieograniczoną z rys. 1b. Obciążenie tarczy nieograniczonej stanowią siły oddziaływania na przyległy materiał tarczy napiętego kabla krzywoliniowego o trasie jak na rys. 1a, a występujące wewnątrz tarczy (rys. 1a).



Rys. 2

Rozwiązanie ściśle tego zadania ma postać

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \sum_{j=1}^n (\sigma_x^{(Rj)} + \sigma_x^{(Sj)}), \\
 \sigma_y &= \sum_{j=1}^n (\sigma_y^{(Rj)} + \sigma_y^{(Sj)}), \\
 \tau &= \sum_{j=1}^n (\tau^{(Rj)} + \tau^{(Sj)}), \\
 u &= \sum_{j=1}^n (u^{(Rj)} + u^{(Sj)}), \\
 v &= \sum_{j=1}^n (v^{(Rj)} + v^{(Sj)}),
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

gdzie n oznacza liczbę odcinków łuków kołowych, na które podzielono krzywoliniową część trasy kabla; $\sigma_x^{(Rj)}$, $\sigma_y^{(Rj)}$, $\tau^{(Rj)}$, $u^{(Rj)}$, $v^{(Rj)}$ składowe tensora stanu naprężenia oraz wektora przemieszczenia dla tarczy nieograniczonej obciążonej naciskiem radialnym p_j , rozłożonym wzdłuż odcinka łuku kołowego o promieniu R_j i środku okręgu w punkcie $O_j(x_j, y_j)$ (rys. 2a); $\sigma_x^{(Sj)}$, $\sigma_y^{(Sj)}$, $\tau^{(Sj)}$, $u^{(Sj)}$, $v^{(Sj)}$ składowe tensora naprężenia oraz wektora przemieszczenia dla tarczy nieograniczonej obciążonej siłami stycznymi \bar{p}_j rozłożonymi wzdłuż odcinka łuku kołowego o promieniu R_j i środku okręgu w punkcie $O_j(x_j, y_j)$ (rys. 2b).

Szczegółowe postacie analityczne funkcji opisujących wielkości $\sigma_x^{(Rj)}$, $\sigma_y^{(Rj)}$, $\tau^{(Rj)}$, $u^{(Rj)}$, $v^{(Rj)}$, $\sigma_x^{(Sj)}$, $\sigma_y^{(Sj)}$, $\tau^{(Sj)}$, $u^{(Sj)}$, $v^{(Sj)}$ podano w pracy FEDOROWICZA [6].

Tak np. funkcje opisujące naprężenia normalne $\sigma_x^{(Rj)}$ i $\sigma_x^{(Sj)}$ dla tarcz z rys. 2 mają postać następującą:

Dla tarczy z rys. 2a

1) dla punktów płaszczyzny za wyjątkiem punktów okręgu $(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2 = R_j^2$ i punktu $O_j(x_j, y_j)$

$$\sigma_x^{(Rj)} = \frac{p_j R_j}{4\pi h} \sum_{i=1}^7 Q_i M_i;$$

2) dla punktów okręgu $(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2 = R_j^2$ z wyjątkiem punktów przyłożenia obciążenia (łuk $\widehat{A_1 A_2}$)

$$\sigma_x^{(R_j)} = \frac{P_j R_j}{4\pi h} \left[(1-\nu) \sum_{i=1}^2 q_i \tilde{M}_i + (3-\nu) \sum_{i=3}^4 q_i \bar{M}_i - 2q_2 \right];$$

3) dla punktu $O_j(x_j, y_j)$

$$\sigma_x^{(R_j)} = -\frac{P_j}{4\pi h} \left[(1+\nu) (\alpha_2^j - \alpha_1^j) + \sin 2\alpha_2^j - \sin 2\alpha_1^j \right].$$

Dla tarczy z rys. 2b

1) dla punktów płaszczyzny z wyjątkiem punktów okręgu $(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2 = R_j^2$ i punktu $O_j(x_j, y_j)$

$$\sigma_x^{(S_j)} = \frac{\bar{p}_j R_j}{4\pi h} \sum_{i=1}^7 Q_i B_i;$$

2) dla punktów okręgu $(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2 = R_j^2$ z wyjątkiem punktów przyłożenia obciążenia (łuk $\widehat{A_1 A_2}$)

$$\sigma_x^{(S_j)} = \frac{\bar{p}_j R_j}{4\pi h} \left[\sum_{i=1}^4 q_i \tilde{B}_i - \frac{\nu}{2R_j} q_1 - 2(1+\nu) \sum_{i=3}^4 q_i \bar{B}_i \right],$$

3) dla punktu $O_j(x_j, y_j)$

$$\sigma_x^{(S_j)} = -\frac{\bar{p}_j}{4\pi h} \left[2(\sin^2 \alpha_2^j - \sin^2 \alpha_1^j) + (1+\nu) (\cos^4 \alpha_2^j - \cos^4 \alpha_1^j) \right].$$

We wzorach tych przyjęto następujące oznaczenia: h oznacza grubość tarczy, ν liczbę Poissona oraz

$$\bar{x} = x - x_j,$$

$$\bar{y} = y - y_j,$$

$$a = \bar{x}^2 + \bar{y}^2 + R_j^2 + 2\bar{x}R_j,$$

$$q_1 = \ln \left(\frac{a \sin \alpha_1^j - 4\bar{y}R_j \cos^2(0,5\alpha_1^j)}{a \sin \alpha_2^j - 4\bar{y}R_j \cos^2(0,5\alpha_2^j)} \right),$$

$$Q_1 = q_2 = 0,5 (\alpha_2^j - \alpha_1^j),$$

$$Q_2 = \arctg \left(\frac{a \sin(0,5\alpha_2^j) - 2\bar{y}R_j \cos(0,5\alpha_2^j)}{\cos(0,5\alpha_2^j) (\bar{x}^2 + \bar{y}^2 - R_j^2)} \right) - \arctg \left(\frac{a \sin(0,5\alpha_1^j) - 2\bar{y}R_j \cos(0,5\alpha_1^j)}{\cos(0,5\alpha_1^j) (\bar{x}^2 + \bar{y}^2 - R_j^2)} \right),$$

$$Q_3 = \ln \left(\frac{\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + R_j^2 - 2\bar{x}R_j \cos \alpha_1^j - 2\bar{y}R_j \sin \alpha_1^j}{\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + R_j^2 - 2\bar{x}R_j \cos \alpha_2^j - 2\bar{y}R_j \sin \alpha_2^j} \right),$$

$$Q_4 = q_3 = \cos^2(0,5\alpha_2^j) - \cos^2(0,5\alpha_1^j),$$

$$Q_5 = q_4 = 0,5(\sin \alpha_2^j - \sin \alpha_1^j),$$

$$Q_6 = \frac{\cos^2(0,5\alpha_2^j)}{\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + R_j^2 - 2\bar{x}R_j \cos \alpha_2^j - 2\bar{y}R_j \sin \alpha_2^j} - \frac{\cos^2(0,5\alpha_1^j)}{\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + R_j^2 - 2\bar{x}R_j \cos \alpha_1^j - 2\bar{y}R_j \sin \alpha_1^j},$$

$$Q_7 = \frac{\sin \alpha_2^j}{2(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + R_j^2 - 2\bar{x}R_j \cos \alpha_2^j - 2\bar{y}R_j \sin \alpha_2^j)} - \frac{\sin \alpha_1^j}{2(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + R_j^2 - 2\bar{x}R_j \cos \alpha_1^j - 2\bar{y}R_j \sin \alpha_1^j)},$$

$$M_1 = \frac{(1-\nu)R_j(\bar{x}^2 - \bar{y}^2)}{(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2} - \frac{1+\nu}{R_j},$$

$$M_2 = -\frac{(1-\nu)R_j(\bar{x}^2 - \bar{y}^2)}{(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2} + \frac{1+\nu}{R_j},$$

$$M_3 = -\frac{(1-\nu)\bar{x}\bar{y}R_j}{2(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2},$$

$$M_4 = -B_5 = \frac{(3-\nu)\bar{y}}{\bar{x}^2 + \bar{y}^2},$$

$$M_6 = \frac{\bar{y}(1+\nu)(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 - R_j^2)(R_j^2 + \bar{y}^2 - 3\bar{x}^2)}{a(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)},$$

$$M_7 = \frac{(1+\nu)(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 - R_j^2)[2R_j(\bar{x}^2 - \bar{y}^2) - 3\bar{x}\bar{y}^2 + \bar{x}^3 + \bar{x}R_j^2]}{a(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)},$$

$$B_1 = B_2 = \frac{4\bar{x}\bar{y}R_j}{(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2},$$

$$B_3 = \frac{2R_j^2(\bar{x}^2 - \bar{y}^2) - (\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2}{2R_j(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^2} \frac{\nu}{2R_j},$$

$$B_6 = \frac{\bar{x}(1+\nu)(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 - R_j^2)(3\bar{y}^2 - \bar{x}^2 + R_j^2)}{a(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)},$$

$$B_7 = -\frac{\bar{y}(1+\nu)(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 - R_j^2)(\bar{y}^2 - 3\bar{x}^2 - R_j^2 - 4\bar{x}R_j)}{a(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)},$$

$$\tilde{B}_2 = -4\tilde{M}_1 = \frac{4\bar{x}\bar{y}}{R_j^3},$$

$$\tilde{B}_1 = \frac{4\bar{x}^2 - 3R_j^2}{2R_j^3},$$

$$\tilde{B}_3 = 8\bar{B}_3 = -4\bar{M}_4 = -\frac{4\bar{x}}{R_j^2},$$

$$\tilde{B}_4 = 8\bar{B}_4 = 4\bar{M}_3 = \frac{4\bar{y}}{R_j^2},$$

$$\tilde{M}_2 = \frac{2\bar{x}^2}{R^3}.$$

Znane są zatem składowe tensora stanu naprężenia oraz składowe wektora przemieszczenia punktów tarczy nieograniczonej, w szczególności pionowe przemieszczenia względne v_A , v_B , v_C punktów A , B , C (rys. 1b), odpowiadających punktom podparcia tarczy z rys. 1a. Wyodrębniając z tarczy nieograniczonej (rys. 1b) prostokątny podobszar z otworem przystający do tarczy z rys. 1a tak, aby oprócz konturów zewnętrznych tarczy przystające były również trasa kabla i brzegi otworu, otrzymano rozwiązanie ściśle swobodnie podpartej tarczy prostokątnej (rys. 1c).

Brzegowe obciążenia otrzymanej tarczy (funkcje $sl(y)$, $nl(y)$, $sg(x)$, $\bar{sg}(x)$) itd. (rys. 1c) stanowią naprężenia styczne i normalne występujące w tarczy nieograniczonej (rys. 1b) w przekrojach odpowiadających jej brzegom zewnętrznym i brzegom otworu. Na rys. 1b przekroje te zaznaczono linią przerywaną. Funkcje rozkładu obciążeń brzegowych tarczy (rys. 1c) wyznacza się więc ze wzorów (3.1); np.: $nl(y) = \sigma_x(x_A, y)$, $sp(y) = \tau(x_A + l, y)$, $sg(x) = \tau(x, y_A + H)$, $ng(x) = \sigma_y(x, y_A + H)$ itd.

Przemieszczenie pionowe v_B^* punktu B tarczy (rys. 1c) jest również znane i wynosi

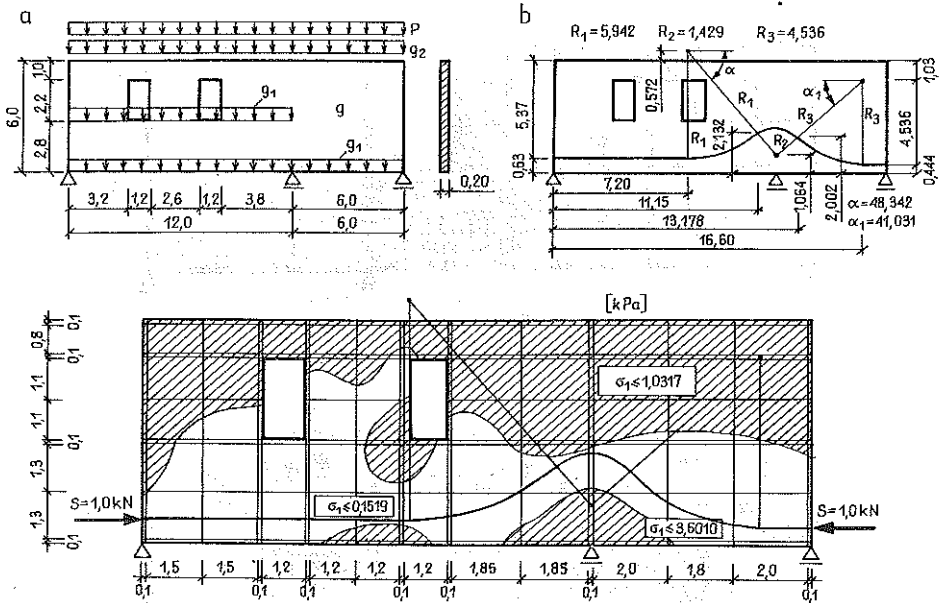
$$v_B^* = v_B - \frac{1}{l}(v_A l_2 + v_C l_1).$$

Aby uzyskać rozwiązanie tarczy (rys. 1a) wystarczy na otrzymane rozwiązanie ściśle tarczy (rys. 1c) nałożyć rozwiązanie tarczy z rys. 1d. Brzegowe obciążenia tarczy (rys. 1d) stanowią „odwrócone” brzegowe obciążenia tarczy z rys. 1c oraz siły skupione S , S' odpowiadające działaniu zakotwień kabla na tarczę. Dodatkowo dane jest pionowe przemieszczenie podpory B o wartości $v_B = -v_B^*$. Otrzymano więc trzecie (mieszane) podstawowe zagadnienie obliczania tarcz, które stosując metodę sił, można sprowadzić do pierwszego podstawowego zagadnienia obliczania tarcz, a więc do zadania obliczania tarczy obciążonej jedynie na brzegach.

W pracy rozwiązanie zadania z rys. 1d przeprowadza się numerycznie metodą sztywnych elementów skończonych, której wykorzystanie do zagadnień statyki przedstawiono w [9].

4. PRZYKŁAD LICZBOWY

Rozpatruje się tarczę prostokątną o stałej grubości $h = 0,2 \text{ m}$ z dwoma otworami, podpartą jak na rys. 3. Obciążenia tarczy stanowią: ciężar własny tarczy g [kN/m^2], obciążenia stałe g_1, g_2 [kN/m] przekazywane przez stropy na tarczę, a pochodzące od ciężaru własnego stropów i ciężaru konstrukcji wspierającej się na nich oraz obciążenie użytkowe p [kN/m] rozłożone równomiernie wzdłuż górnego brzegu tarczy.

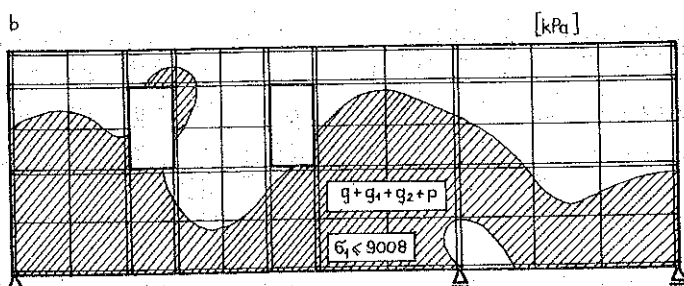
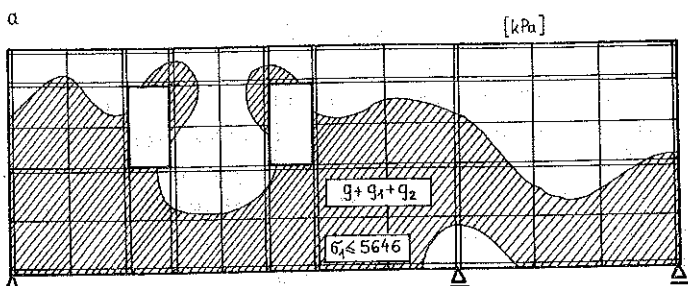


Rys. 3

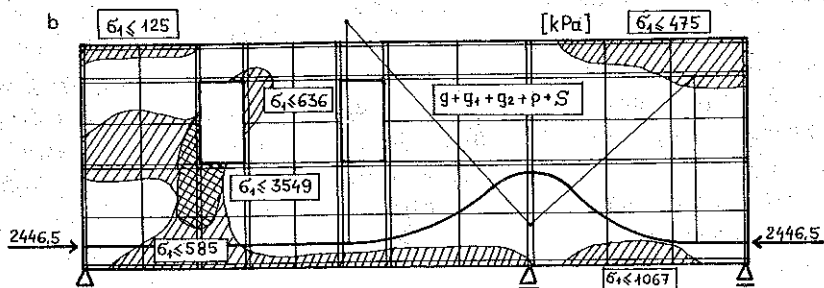
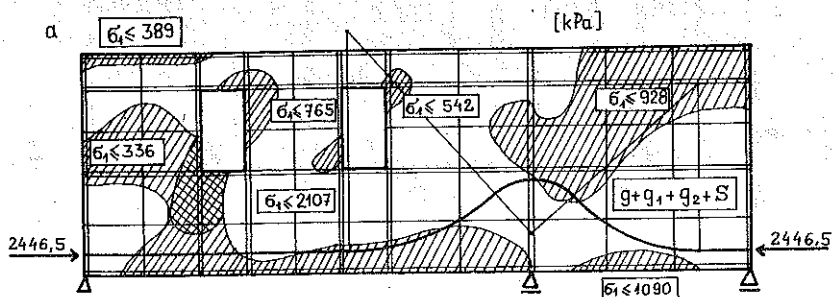
Obliczenia przeprowadzono na komputerze ODRA 1204 sposobem przedstawionym w p. 3 przy użyciu programów własnych MSET [9] i JANTAR [6]. Program MSET wyznacza metodę sztywnych elementów skończonych wartości naprężeń i przemieszczeń w perforowanej tarczy prostokątnej dla dowolnych obciążeń brzegowych i ciężaru własnego tarczy. Program JANTAR natomiast wyznacza ze wzorów (3.1) w węzłach dowolnej siatki dyskretnej wartości naprężeń i przemieszczeń podobszaru wyodrębnionego z tarczy nieograniczonej obciążonej działaniem napiętego kabla krzywoliniowego o zadanej trasie.

Do obliczeń przyjęto: ciężar objętościowy materiału tarczy $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$ czyli $g = 25 \cdot 0,2 = 5 \text{ kN/m}^2$, $g_1 = 40 \text{ kN/m}$, $g_2 = 60 \text{ kN/m}$, $p = 100 \text{ kN/m}$, $\nu = \frac{1}{6}$ oraz $E = 3,0 \cdot 10^7 \text{ kPa}$.

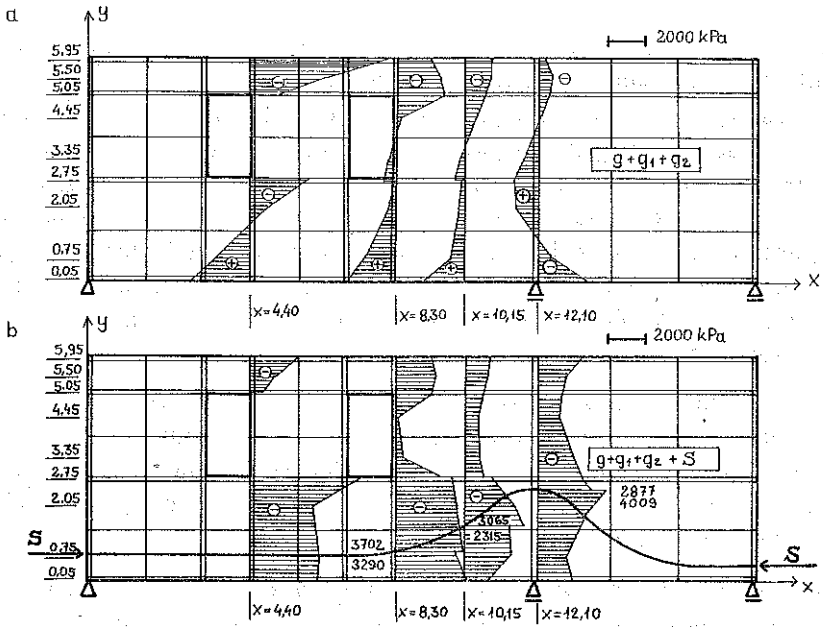
Rozwiązania tarczy dla obciążeń brzegowych i działania ciężaru własnego otrzymano przy użyciu programu MSET dla siatki podziału tarczy na sztywne



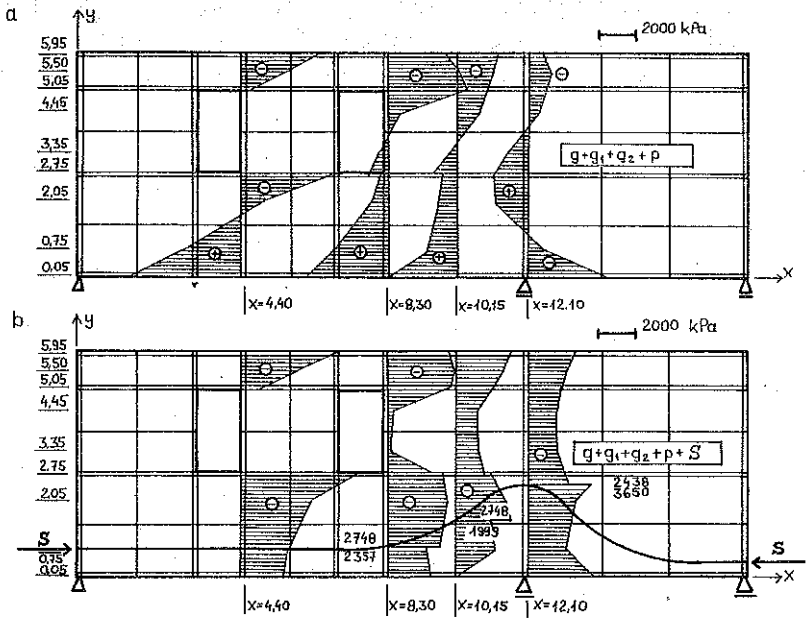
Rys. 4



Rys. 5



Rys. 6



Rys. 7

elementy skończone pokazanej na rys. 3c. Przyjęto dla uproszczenia, że poszukiwana jest siła sprężająca kabel wypadkowy, a siły tarcia wyeliminowane zostają w trakcie sprężania. W celu określenia trasy kabla wypadkowego wyznaczono w pierwszej kolejności linie ciągnięć poziomych w tarczy dla obciążeń $(g+g_1+g_2)$ i $(g+g_1+g_2+p)$, czyli linie przebiegające przez wyznaczone środki ciężkości dodatnich pól wykresów naprężeń normalnych σ_x sporządzonych w kolejnych pionowych przekrojach tarczy. Traktując następnie wyznaczone linie ciągnięć poziomych jako linie orientacyjnego przebiegu trasy kabli opracowywano szereg różnych wariantów przebiegu trasy kabla.

Trasę kabla wypadkowego wyznaczono na drodze porównania efektywności opracowanych wariantów tras tak, aby przy najmniejszej wartości siły sprężającej uzyskać eliminację ciągnięć głównych z możliwie największego obszaru tarczy, a na pozostałym obszarze zredukować je do wartości, które bezpiecznie przeniesie materiał tarczy.

Kształt przyjętej do obliczeń trasy kabla przedstawia rys. 3b, na którym wszystkie wielkości geometryczne podano w metrach, a kąty w stopniach. Wartość siły sprężającej w kablu wypadkowym wyznaczonej przez porównanie rozwiązań dla obciążeń programowych bez sprężenia (rys. 4) oraz dla działania kabla napiętego siłą $S = 1,0$ kN (rys. 3c) wynosi 2446,5 kN. Na rys. 4 i 5 pokazano dla podstawowych kombinacji obciążeń zasięg obszarów

Tablica 1

Odcięta punktu [m]	Rzędna punktu [m]	Naprężenia σ_x [kPa]			
		rys. 5a	rys. 6a	rys. 5b	rys. 6b
4,40	0,05	3517	5876	-3668	-1308
	0,75	2012	3205	-3808	-2614
	2,05	-267	-409	-3526	-3667
	2,75	-2727	-4297	-5496	-7066
	3,35	0	0	0	0
	4,45	0	0	0	0
	5,05	-601	-924	-532	-856
	5,50	-2344	-3754	-1495	-2906
	5,95	-4115	-6676	-2455	-5016
8,30	0,05	2561	4064	-3902	-2399
	0,75	1581	2517	-3535	-2600
	2,05	218	364	-3260	-3114
	2,75	6	50	-3230	-3186
	3,35	16	230	-161	-153
	4,45	-128	-209	-67	-148
	5,05	-2638	-4184	-2053	-3599
	5,50	-2496	-3990	-2219	-3713
	5,95	-2123	-3430	-2201	-3508

Tablica 2

Odcięta punktu [m]	Rzędna punktu [m]	Naprężenia σ_x [kPa]			
		rys. 5a	rys. 6a	rys. 5b	rys. 6b
10,15	0,05	2069	3367	-1298	0,109
	0,75	871	1401	-2388	-1858
	2,05	188	291	-2588	-2485
	2,75	106	143	-1589	-1552
	3,35	28	23	-996	-1001
	4,45	-385	-631	-945	-1190
	5,05	-902	-1446	-1419	-1963
	5,50	-1213	-1903	-1808	-2498
	5,95	-1410	-2156	-2120	-2867
12,10	0,05	-2441	-3976	-1895	-3430
	0,75	-198	-315	-1705	-1822
	2,05	517	+838	-2943	-2621
	2,75	539	+870	-2430	-2099
	3,35	227	356	-1969	-1839
	4,45	-138	-228	-1494	-1584
	5,05	-281	-450	-1588	-1757
	5,50	-339	-540	-1879	-2080
	5,95	-214	-342	-2343	-2471

występowania ciągnięć głównych w tarczy (obszary zakreskowane) oraz podano maksymalne ich wartości.

Na rys. 6 i 7 przedstawiono przykładowo wykresy naprężeń normalnych σ_x dla podstawowych kombinacji obciążeń w czterech przekrojach tarczy, przy czym 1) rys. 6a przedstawia wykresy naprężeń σ_x przy działaniu wyłącznie ciężaru własnego g i obciążenia stałego g_1+g_2 , 2) rys. 6b — wykresy naprężeń σ_x przy działaniu ciężaru własnego g , obciążenia stałego g_1+g_2 i sprężenia siłą $S = 2446,5$ kN, rys. 7a — wykresy naprężeń σ_x dla pełnego obciążenia programowego (bez sprężenia) $g+g_1+g_2+p$ oraz 4) rys. 7b — wykresy naprężeń σ_x przy działaniu pełnego obciążenia programowego $g+g_1+g_2+p$ i sprężenia siłą $S = 2446,5$ kN.

Wartości naprężeń w poszczególnych przekrojach podano w tablicach 1 i 2.

Na rys. 5 wyodrębniono przez podwójne zakreskowanie mały obszar koncentracji naprężeń w okolicy dolnego naroża lewego otworu tarczy, w którym po sprężeniu rozciągające naprężenia główne osiągają jeszcze stosunkowo wysoki poziom. Uznać to można za skutek działania karbu, a także znacznych obciążeń pionowych przyłożonych na poziomie dolnej krawędzi otworu oraz dolnego brzegu tarczy. Wartości tych ciągnięć, jak również ciągnięć w pozostałych obszarach ich występowania możnaby jeszcze znacznie zredukować przez sprężanie kablami prostymi w kierunku pionowym tarczy.

5. ZAKOŃCZENIE

Przedstawiony sposób obliczeń pozwala na stosunkowo proste i szybkie określenie stanu naprężenia w perforowanych tarczach prostokątnych sprężonych kablami krzywoliniowymi. Ma on tę zaletę, że do określenia stanu naprężenia w tarczy, wywołanego oddziaływaniem napiętego kabla krzywoliniowego wewnątrz obszaru tarczy posłużono się wyprowadzonym w [6] rozwiązaniem ścisłym tarczy nieograniczonej. Rozwiązanie to pozwala na sprawdzenie zagadnienia obliczania tarcz podpartych w sposób statycznie niewyznaczalny i obciążonych danym obciążeniem brzegowym oraz wewnątrz obszaru tarczy działaniem napiętych kablów krzywoliniowych do trzeciego (mieszanego) zagadnienia obliczania tarcz, które w pracy rozwiązuje się numerycznie metodą sztywnych elementów skończonych.

Tym samym w przypadku „wariantowania” tras kablów sprężających zmianie ulega każdorazowo jedynie wektor obciążeń. Zaleta ta nabiera szczególnego znaczenia w przypadkach wymagających zastosowania dwukierunkowego sprężania dźwigarów tarczowych kablami krzywoliniowymi, a także wówczas gdy poszukiwane są nie tylko trasy kablów wypadkowych lecz również trasy kablów rzeczywistych. Odpada zatem konieczność zagęszczania siatki dyskretnej w obszarach przebiegu tras kablów sprężających, co miałyby miejsce przy bezpośrednim użyciu do rozwiązania zadania metod odkształcalnych lub sztywnych elementów skończonych. Ponadto przy bezpośrednim zastosowaniu metody odkształcalnych elementów skończonych konieczne byłoby również dostosowywanie kształtu elementów skończonych do trasy kabla, co prowadziłoby do każdorazowej zmiany macierzy sztywności ustroju.

Jak już powiedziano wyżej uzyskane w pracy wyniki są sumą dwóch rozwiązań, z których pierwsze przy przyjęciu założeń teorii sprężystości jest rozwiązaniem ścisłym, drugie zaś numerycznym, łatwo osiągalnym, ponieważ dotyczy tarczy ograniczonej, dla której dane są obciążenia brzegowe i przemieszczania punktów podparcia tarczy. Dokładność uzyskanych wyników zależeć więc będzie jedynie od dokładności rozwiązania numerycznego.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. F. ANDERMANN, *Tarcze prostokątne, obliczenia statyczne*, Arkady, Warszawa 1966.
2. F. ANDERMANN, *Tarcze kwadratowe i prostokątne sprężone kablem o trasie kołowej*, Sprawozdanie z Zebrań Naukowych Oddziału Gliwickiego PTMTS, Zesz. 7, Gliwice 1961.
3. H. HAMPE, *Vorgespannte Konstruktionen*, b. 2, Veb Verlag für Bauwesen, Berlin 1965.
4. W. SCHLEEß, *Bauteile mit zweiachsigem Spannungszustand (Scheiben)*, Beton-Kalender, Teil II, 1972 i 1978.
5. F. ANDERMANN, J. FEDOROWICZ, *Obliczanie tarcz prostokątnych sprężonych kablami o trasie krzywoliniowej*, Arch. Inżyn. Łąd., 2-3, 1984.
6. J. FEDOROWICZ, *Stan naprężenia w wieloprzęsłowych tarczach prostokątnych sprężonych kablem zakrzywionym*, Praca Doktorska, Gliwice 1983.

7. J. FEDOROWICZ, *Wpływ sił tarcia napiętego kabla krzywoliniowego na stan naprężenia tarczy prostokątnej*, Zesz. Nauk. Pol. Śl., Budown. 60, 1985.
8. J. FEDOROWICZ, L. FEDOROWICZ, *Stan naprężenia w tarczy prostokątnej z otworami sprzężonej kablami krzywoliniowymi*, Zesz. Nauk. Pol. Śl., Budown., 60, 1985.
9. L. FEDOROWICZ, *Metoda sztywnych elementów skończonych analizy statycznej monolitycznych i prefabrykowanych ścian budynku*, Praca Doktorska, Gliwice 1982.

РЕЗЮМЕ

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ В ДВУХПРОЛЕТНОМ ПЕРФОРИРОВАННОМ ПРЯМОУГОЛЬНОМ ДИСКЕ СОПРЯЖЕННОМ ИСКРИВЛЕННЫМ КАБЕЛЕМ

В работе представлен способ определения напряженного состояния в многопролетных перфорированных прямоугольных дисках постоянной толщины, сопряженных криволинейными кабелями. Решение задачи достигается путем суперпозиции точного решения неограниченного диска, нагруженного действием натянутого кабеля с данной трассой и численного решения третьей (смешанной) основной краевой задачи для перфорированного прямоугольного диска.

SUMMARY

STRESSES IN TWO-SPAN PERFORATED RECTANGULAR DISC PRESTRESSED BY A CURVED CABLE

In the paper a method is given for determining the stresses in multi-span perforated rectangular discs with a constant width prestressed by curved cables. The solutions of this problem is obtained by superposition of an exact solution for an unlimited disc loaded by a prestressing cable with a given profile and of a numerical solution of the third (mixed) basic boundary problem for perforated rectangular disc.

POLITECHNIKA ŚLĄSKA
INSTYTUT KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH, GLIWICE

Praca została złożona w Redakcji dnia 18 listopada 1985 r.