

NIELINIOWA ANALIZA BELEK ŻELBETOWYCH PODDANYCH DZIAŁANIU OBCIĄŻEŃ IMPULSOWYCH

CZĘŚĆ II. ANALIZA NUMERYCZNA I PORÓWNANIE Z WYNIKAMI EKSPERYMENTALNYMI

GRZEGORZ BĄK i ADAM STOLARSKI (WARSZAWA)

Celem pracy jest weryfikacja numeryczno-porównawcza dyskretnego sformułowania problemu dynamiki belki żelbetowej przedstawionego w pierwszej części niniejszej pracy. Jako podstawę analizy porównawczej przyjęto wyniki doświadczalne i teoretyczne zaczerpnięte z literatury. Wykazano zgodność uzyskanych rozwiązań numerycznych z tymi wynikami. Przeprowadzono dyskusję wyczerpania nośności strefy ściskanej w przekroju krytycznym belki.

1. WSTĘP

Weryfikacja przedstawionego w pracy [1] dyskretnego sformułowania problemu dynamiki belki żelbetowej w zakresie odkształceń niesprężystych — może być przeprowadzona na podstawie porównań prognozy teoretycznej z opublikowanymi wynikami badań doświadczalnych. Wysoki stopień szczególności analizy numerycznej, przeprowadzonej na poziomie odkształceń i naprężeń w warstwach przekroju poprzecznego, wymaga odniesienia się do doświadczeń, w których określono zmienności w czasie charakterystycznych parametrów ruchu i wyteżenia badanych elementów oraz podano komplet niezbędnych informacji o geometrii elementu, materiałach i zmienności obciążenia w czasie. Informacje te warunkują przeprowadzenie wiernej symulacji numerycznej doświadczenia i decydują o wiarygodności oceny analizowanego sformułowania dyskretnego.

Sprężysto-plastyczne zachowanie belek żelbetowych obciążonych dynamicznie jest tematem pewnej liczby prac. Można wśród nich wymienić pracę [2], której autorzy przedstawili wyniki badań belek o różnej mocy zbrojenia rozciąganego. Krótkotrwałe obciążenie dynamiczne zrealizowano za pomocą rozpierania belek parami. Podstawowe zagadnienie wymienionej pracy dotyczy opisu mechanicznego sposobu wymuszania obciążenia. Przedstawione wyniki szczegółowe stanowią uzasadnienie wniosków typu jakościowego o wpływie własności stali na dynamiczną nośność belki. Nie analizowano wpływu dynamicznych efektów materiałowych betonu i stali na zachowanie

belek żelbetowych. Obszerną pracą naukową na rozważany temat jest praca [3]. Przedstawiono w niej wyniki badań doświadczalnych belek żelbetowych wraz z wynikami badań dotyczących dynamicznej granicy plastyczności stali oraz wytrzymałości betonu stwierdzonej na pryzmatycznych próbkach wydłużonych. Próbom dynamicznym poddawano belki pojedynczo zbrojone o różnym stopniu zbrojenia rozciąganego. Wskazano, że stosunek przemieszczeń granicznych do maksymalnych przemieszczeń sprężystych zależy silnie od stopnia zbrojenia. Podano przemieszczeniowy warunek wyczerpania nośności strefy ściskanej betonu. Warunek ten może być traktowany jako kryterium osiągnięcia stanu dynamicznej nośności belki żelbetowej. Podkreślono, że w silnie zbrojonych belkach nie wykorzystuje się bardzo dużych zdolności odkształceniowych stali w zakresie lepkoplastycznym. W pracy [4] są cytowane wyniki doświadczeń M. E. B. Noisseira, przeprowadzone na przegubowo podpartych belkach obciążonych spadającym ciężarem. Wyniki te umożliwiły ocenę rozwiązań teoretycznych wg metody elementów skończonych, która została sformułowana w [4]. Mechanizmy zniszczenia belek żelbetowych, wywołane oddziaływaniem dynamicznym wzbudzonym przez gwałtowne usunięcie podpór w elementach prętowych o znacznych rozpiętościach, są przedstawione w [5]. Stwierdzono, że zachowanie stref lokalnych uplastycznień może być teoretycznie opisane idealnymi przegubami plastycznymi.

Wyniki eksperymentalne zamieszczone w omówionych pracach trudno wykorzystać do przeprowadzenia wiarygodnych analiz porównawczych. Główną przyczyną jest brak pełnych informacji albo o własnościach materiałów, albo o zmienności w czasie obciążenia lub charakterystycznych parametrów ruchu belki. W pełni użyteczne są kompleksowe wyniki doświadczalne zamieszczone w pracy [6]. Wyniki tych samych badań są cytowane również w [7]. Z wymienionymi pracami łączy się ściśle praca [8], w której podano wyniki badań dynamicznych stali zbrojeniowej, stosowanej w badanych belkach żelbetowych. Belki obciążano siłą skupioną, która stanowiła symulację uderzenia samolotem w budowlę oporową. W doświadczeniach belki były z reguły doprowadzane do zniszczenia.

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki analizy numerycznej opierając się na algorytmie obliczeniowym właściwym sformułowaniu różnicowemu wg [1]. Analizę przeprowadzono dla zasadniczych danych zaczerpniętych w pracy [6], przy czym niektóre uzupełniające dane dostosowano do rozważanych tam sytuacji doświadczalnych. Na tej podstawie dokonano porównań, które wskazują, że zaproponowana w [1] metoda wyznaczania sprężysto-plastycznych przemieszczeń belek żelbetowych obciążonych dynamicznie prowadzi do wyników zbieżnych z doświadczeniem. Ponadto przedstawiono wyniki szczegółowe symulacji numerycznej zjawiska wyczerpania zdolności odkształceniowych strefy ściskanej betonu na podstawie zastosowanego modelu odkształceniowego przekroju poprzecznego. Przeprowadzono dyskusję tych wyników wskazując, że pojęciu hipotetycznych odkształceń granicznych

betonu na ściskanie ε_f odpowiada początek bardzo silnej niestateczności w zachowaniu zginanego przekroju żelbetowego.

2. DANE DO ANALIZY NUMERYCZNEJ I PORÓWNAWCZEJ

Analizę numeryczną przeprowadzono dla belek żelbetowych, które były przedmiotem badań eksperymentalnych i teoretycznych F. EMRICHA, J. HERTERA i G. PUFFERA [6]. W pracy tej badano belki przegubowo podparte, obciążone dynamicznie siłą skupioną przyłożoną w środku rozpiętości.

Przedstawiamy analizę porównawczą wyników otrzymanych proponowaną w pracy [1] metodą różnicową z przytoczonymi w pracy [6] wynikami doświadczalnymi oraz wynikami uzyskanymi za pomocą systemu programów metody elementów skończonych ADINA. Jako podstawę analizy porównawczej przyjęto wyniki dla belki oznaczonej jako „Test 115”. Autorzy pracy [6] uznają wyniki tego testu jako najbardziej wiarygodne spośród kilku innych przedstawionych w tej pracy.

Na podstawie pracy [6] przyjęto następujące grupy danych:

1. Zmienne w czasie obciążenie dynamiczne siłą skupioną $P(t)$ przyłożoną w środku rozpiętości belki (rys. 1).

2. Przyjęto następujące dane geometryczne: rozpiętość teoretyczna belki $l = 3,20$ m; liczba punktów podziału osi podłużnej belki $l = 13$; przekrój poprzeczny (oznaczenia wg [1] (rys. 3));

$$b = 0,25 \text{ m}, \quad h = 0,30 \text{ m}, \quad a = 0,022 \text{ m}, \quad a' = 0,020 \text{ m},$$

$$F_a (4 \phi 14) = 6,16 \text{ cm}^2, \quad F_{ac} (4 \phi 10) = 3,14 \text{ cm}^2;$$

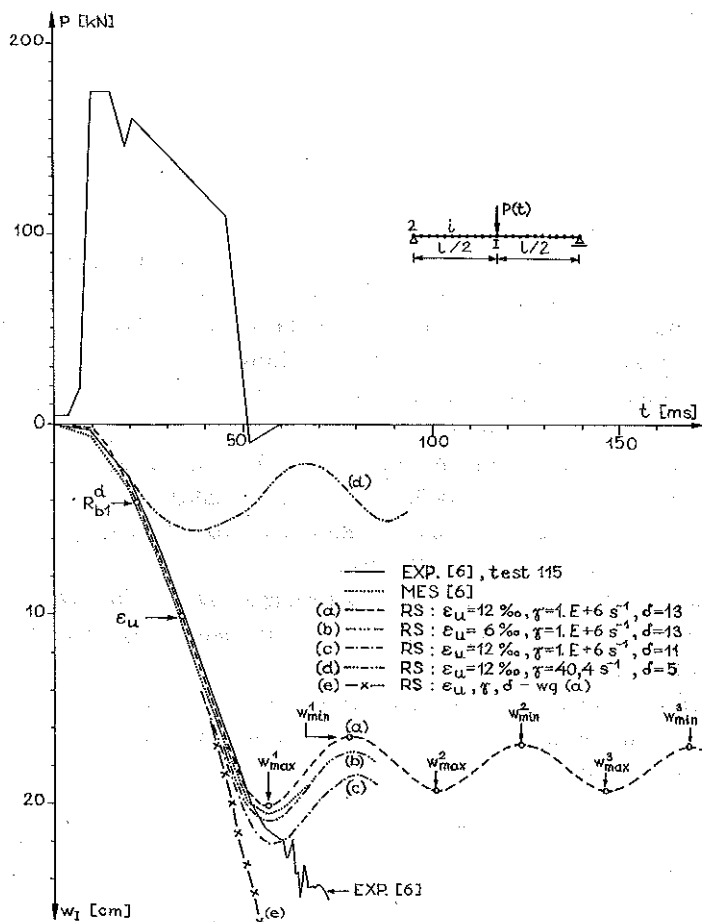
liczba warstw przekroju poprzecznego $K = 10$.

3. Stałe materiałowe: masa właściwa belki $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$.

BETON: wytrzymałość statyczna $R_b^{st} = 41 \text{ MPa}$; moduł odkształcenia $E_b = 39000 \text{ MPa}$ oraz stałe w kryterium wytrzymałości dynamicznej $\alpha_b = 17,75$, $t_{b0} = 0,80 \text{ s}$; odkształcenia ε_R i $\varepsilon_u - \varepsilon_R = 2^\circ/\text{‰}$, $\varepsilon_u = 12^\circ/\text{‰}$.

STAL BSt 420/500 RK: statyczna granica plastyczności $\sigma_0 = 420 \text{ MPa}$; moduł odkształcenia $E = 210000 \text{ MPa}$; współczynnik lepkości $\gamma = 1,0 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$; wykładnik potęgowy funkcji $\Phi(F) - \delta = 13$.

Niektóre spośród powyższych danych materiałowych (tj. stałe w kryterium wytrzymałości dynamicznej betonu α_b , t_{b0} , odkształcenia ε_R i ε_u charakteryzujące model fizyczny betonu oraz dla stali — współczynnik lepkości γ i wykładnik potęgowy δ w funkcji nadwyżki $\Phi(F) = F^\delta$) nie mogły być przyjęte na podstawie pracy źródłowej [6]. W omawianej tam analizie teoretycznej wykorzystywano inne uproszczone modele fizyczne betonu i stali. Wartości wymienionych stałych materiałowych dla betonu ustalono więc na podstawie rozważań własnych [1]. Natomiast w celu określenia stałych materiałowych γ i δ dla stali wykorzystano charakterystyki dynamiczne



Rys. 1

$\sigma = \sigma(\varepsilon)$ stali BSt 420/500 RK zamieszczone w pracach [6 i 8]. Charakterystyki te sporządzono na podstawie badań próbek dla różnych prędkości odkształceń, od $\dot{\varepsilon} = 5 \cdot 10^{-5} s^{-1}$ do $\dot{\varepsilon} = 8,5 s^{-1}$. W badaniach tych stwierdzono, że stal nie wykazuje efektu opóźnienia plastycznego. Wobec tego miarodajnym modelem fizykalnym opisującym dynamiczne zachowanie stali BSt 420/500 RK jest model materiału sprężysto/lepko-idealnie plastycznego P. PE-RZYNY [9], ale dla wyznaczonych stałych $\gamma = 1,0 \cdot 10^6 s^{-1}$ i $\delta = 13$. Należy zaznaczyć, że są to wartości krańcowo różne od ogólnie przyjmowanych dla tzw. stali miękkich, tj. $\gamma = 40,4 s^{-1}$, $\delta = 5$.

3. WYNIKI ANALIZY PORÓWNAWCZEJ

Analizę porównawczą przeprowadzono w odniesieniu do tych parametrów ruchu belki, które zostały przedstawione w pracy [6]. Porównano zmiany

w czasie przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia punktu środkowego, zależności „moment — kąt obrotu” w przekroju środkowym oraz formy ugięcia belki.

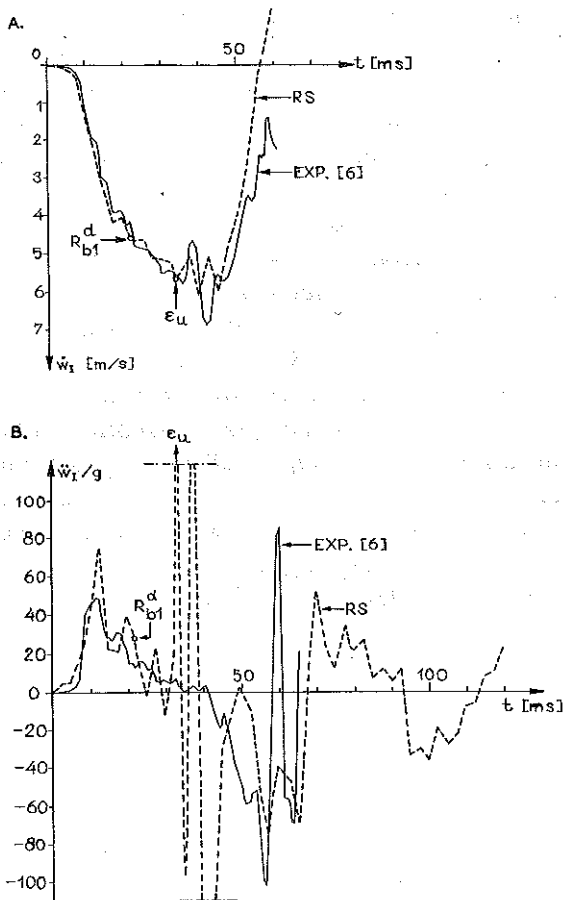
Na rys. 1 przedstawiono zmianę w czasie ugięcia punktu środkowego belki $w_I(t)$. Linia ciągłą oznaczono wynik doświadczalny wg pracy [6], a linią kropkowaną — wynik analizy metodą elementów skończonych uzyskany w cytowanej pracy. Pozostałe wyniki podane na rys. 1 dotyczą metody różnicowej. Linie oznaczone jako (a), (b) i (c) ilustrują rozwiązania, w których przy podziale przekroju poprzecznego na dziesięć warstw realizowano w procedurze numerycznej wyłączenie skrajnej warstwy ściskanej betonu po osiągnięciu odkształceń równych ϵ_u . Warstwa skrajna stanowiła w chwili wyłączenia całą strefę ściskaną betonu. Po pewnym czasie funkcje strefy ściskanej betonu przejmowała warstwa betonowa położona niżej. Rozwiązanie oznaczone linią (a) uzyskano dla podstawowego kompletu danych materiałowych podanych w punkcie 2. Wyniki odpowiadające liniom (b) i (c) ilustrują wrażliwość rozwiązania różnicowego na zmianę (w stosunku do danych podstawowych) jednego tylko z parametrów materiałowych, tj. odkształceń $\epsilon_u = 6\text{‰}$ (linia (b)) albo wykładnika potęgowego $\delta = 11$ (linia (c)). Linia (d) przedstawia rozwiązanie, dla którego zmiany w danych podstawowych wprowadzono w odniesieniu do stali, tj. przyjęto tzw. standardowe wartości współczynnika lepkości $\gamma = 40,4 \text{ s}^{-1}$ i wykładnika potęgowego $\delta = 5$. W tym przypadku, ze względu na małe wartości przemieszczeń, nie nastąpiło wyłączenie skrajnej warstwy ściskanej betonu. Kolejne rozwiązanie przedstawione linią (e) zostało otrzymane dla danych z rozwiązania (a) z tą różnicą, że zastosowano inny sposób symulowania procesu wyczerpania nośności strefy ściskanej. Mianowicie, uznano, że osiągnięcie wartości odkształceń $\epsilon_u = 12\text{‰}$ w skrajnej warstwie betonowej przekroju poprzecznego oznacza zniszczenie rozległego obszaru betonu, czyli „wyłupanie” całej strefy ściskanej. Wówczas na ściskanie reaguje w przekroju tylko stal górna F_{ac} .

Wszystkie otrzymane wyniki numeryczne wskazują, że zastosowanie metody różnicowej sformułowanej w [1], dla właściwie określonych danych materiałowych, umożliwia wyznaczenie prognozy przemieszczeń z dobrą dokładnością w zakresie umiarkowanie intensywnych odkształceń niesprężystych w betonie oraz poprawne wnioskowanie o wystąpieniu zniszczenia belki żelbetowej. Przede wszystkim należy podkreślić bardzo istotny wpływ stałych materiałowych γ i δ określających odpowiednie lepkoplastyczne własności stali zbrojeniowej na maksymalną amplitudę przemieszczeń (linia (d)). Wartości $\gamma = 40,4 \text{ s}^{-1}$ i $\delta = 5$ uznawane są jako „standardowe” w odniesieniu do tzw. stali miękkich i bywają często przyjmowane w analizach teoretycznych belek żelbetowych obciążonych impulsowo, np. w pracy [10]. W przedstawionym w tej pracy przypadku przyjęcie tych wartości γ i δ prowadzi do zupełnego braku zgodności z wynikami doświadczalnymi. Pewien wpływ na przemieszczenia ma również stała ϵ_u określająca teoretyczne zdolności

odkształceniowe betonu wg przyjętego modelu fizycznego. Zwrócimy uwagę, że dla odkształceń ε_u przyjęto jako wartość podstawową $\varepsilon_u = 12\text{‰}$. Wartość ta znajduje uzasadnienie pośrednie we wnioskach pracy [11]. Stwierdzono tam, że przemieszczenie $w_* = l/32$ jest wartością charakteryzującą graniczny stan przemieszczeń belek żelbetonowych o stopniu zbrojenia nie przekraczającym 2%. W rozwiązaniach (a), (c) i (e) odkształcenia $\varepsilon_u = 12\text{‰}$ osiągnęto przy wartości przemieszczenia $l/31,5 \cong w_*$. Natomiast w rozwiązaniu (b) odkształcenia $\varepsilon_u = 6\text{‰}$ osiągnięto przy przemieszczeniach znacznie mniejszych od przemieszczeń granicznych $l/54,6 \ll w_*$. Dalsza reakcja rozważanej belki po osiągnięciu w skrajnej warstwie betonowej odkształceń $\varepsilon_u = 12\text{‰}$ była możliwa ze względu na znaczną ilość zbrojenia ściskanego, którego rola w przejmowaniu naprężeń ściskających istotnie rosła. Wyłączenie warstwy skrajnej betonu ściskanego o grubości $0,1h$ powodowało tworzenie się strefy ściskanej w warstwach betonowych położonych niżej. W konsekwencji model obliczeniowy belki wykazywał drgania tłumione lepkoplastycznym zachowaniem stali zbrojeniowej o myksymalnych amplitudach przemieszczeń nieco mniejszych niż przemieszczenie trwałe, stwierdzone doświadczalnie. Wynik zilustrowany linią (e), uzyskany dla numerycznej symulacji totalnego wylupania strefy ściskanej betonu, może być interpretowany jako zniszczenie elementu ze względu na nadmierną wartość przemieszczenia środka belki.

Na rys. 2 przedstawiono zmienność w czasie odpowiednio prędkości $\dot{w}_1(t)$ (rys. 2A) i przyspieszenia $\ddot{w}_1(t)$ (rys. 2B) punktu środkowego belki. Linią ciągłą oznaczono wyniki doświadczalne wg [6], linią przerywaną — wyniki analizy różnicowej dla danych podstawowych wg punktu 2. Na rysunkach zaznaczono chwile osiągnięcia wytrzymałości dynamicznej R_{b1}^d oraz odkształceń $\varepsilon_u = 12\text{‰}$ w zewnętrznej warstwie betonowej. Wyniki doświadczalne potwierdzają wyznaczoną numerycznie zmienność w czasie prędkości $\dot{w}_1(t)$ wraz z pewnymi jej nieregularnościami. Nieregularności te występują głównie w okresie, w którym prędkość przemieszczeń punktu środkowego belki jest największa. W analizie numerycznej jest to okres rozpoczynający się bezpośrednio przed osiągnięciem wartości odkształceń ε_u w skrajnej warstwie przekroju poprzecznego. Warstwa ta stanowi wówczas całą doznającą osłabienia strefę ściskania betonu, a po osiągnięciu odkształceń ε_u jest pomijana w procedurze numerycznej. Należy podkreślić, że niemal pełna zgodność pod względem czasu wystąpienia wymienionej nieregularności zmian prędkości świadczy również o poprawnym ustaleniu wartości odkształceń ε_u dla celów analizy numerycznej.

Z teoretyczną prognozą zmienności $\dot{w}_1(t)$ jest w pełni skorelowana zmienność przyspieszenia $\ddot{w}_1(t)$ w rozwiązaniu numerycznym. Przyspieszenia wyznaczone numerycznie są ogólnie zgodne z eksperymentalnymi. Niezgodności występują w omawianym wyżej okresie osłabiania strefy ściskanej betonu oraz podczas osiągnięcia stanu wyczerpania nośności w eksperymencie. W procesie osłabiania strefy ściskanej betonu, a następnie po jej wyłączeniu,

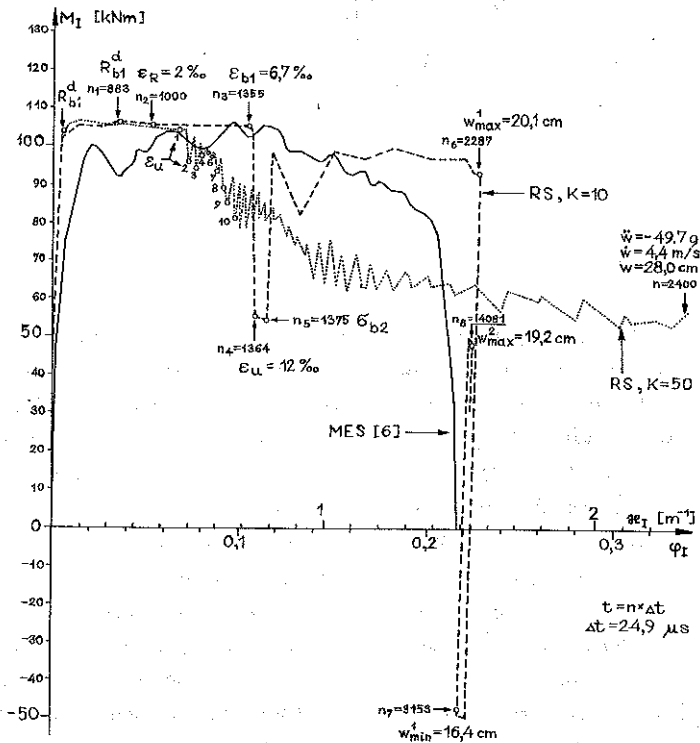


Rys. 2

w rozwiązaniu numerycznym stwierdza się gwałtowne zmiany przyspieszenia, z których wynikają wspomniane nieregularności prędkości $\dot{w}_1(t)$ wyznaczonej numerycznie. Takich zmian przyspieszenia w tym okresie nie zarejestrowano doświadczalnie. O ich występowaniu świadczą jednak silne nieregularności doświadczalnej krzywej $\dot{w}_1(t)$. Fakt ten nie został w pracy [6] zauważony. Należy podkreślić, że gwałtowne, ale krótkotrwałe zmiany przyspieszenia teoretycznego, znajdujące pewne odzwierciedlenie na wykresie prędkości teoretycznej $\dot{w}_1(t)$, praktycznie nie wpływają na zmienność przemieszczenia (linie (a), (c) i (e) na rys. 1). Z kolei, w okresie wyczerpania nośności belki i jej zniszczenia w doświadczeniu stwierdza się silne zmiany przyspieszenia: od -100 g do 85 g. Rozważania numeryczne dla tego okresu nie wykazują takich zmian przyspieszenia, ponieważ prognoza teoretyczna po osiągnięciu odkształceń ϵ_u w strefie ściskanej betonu nie ujmuje wiernie silnie nieregularnego i losowego przebiegu zjawiska niszczenia elementu.

Zastosowane sposoby symulacji numerycznej tego zjawiska, tj. sukcesywne wyłączanie kolejnych warstw betonowych, albo całkowite pomijanie betonu w przekroju krytycznym elemencie po osiągnięciu odkształceń ε_u w warstwie zewnętrznej, mogą być uważane za sposoby jakościowo skrajnie szacujące rzeczywisty mechanizm całkowitego wyczerpania nośności belki.

Na rys. 3 przedstawiono zależność „moment — kąt obrotu” w środkowym przekroju belki. Linia ciągłą przedstawiono wynik uzyskany w [6] na podstawie analizy metodą elementów skończonych. Linia przerywaną oznaczono podstawowy wynik analizy numerycznej metodą różnicową [1], dla danych wg punktu 2. Na rysunku oznaczono chwile $t = n\Delta t$ osiągnięcia dynamicznej wytrzymałości R_{b1}^d ($n_1 = 883$), odkształceń $\varepsilon_R = 2\text{‰}$ ($n_2 = 1000$) i $\varepsilon_u = 12\text{‰}$ ($n_4 = 1364$) w zewnętrznej warstwie ($k = 1$) betonowej oraz chwile osiągnięcia kolejnych amplitud przemieszczeń punktu środkowego belki: pierwszej maksymalnej w_{\max}^1 ($n_6 = 2287$), pierwszej minimalnej w_{\min}^1 ($n_7 = 3153$) i drugiej maksymalnej w_{\max}^2 ($n_8 = 4081$). Zwraca uwagę fakt gwałtownego, chwilowego spadku momentu, wywołanego procesem osłabiania i następnie „wyłączenia” z pracy jedynej pracującej na ściskanie warstwy betonowej. Pomimo takiego chwilowego skoku momentu można stwierdzić



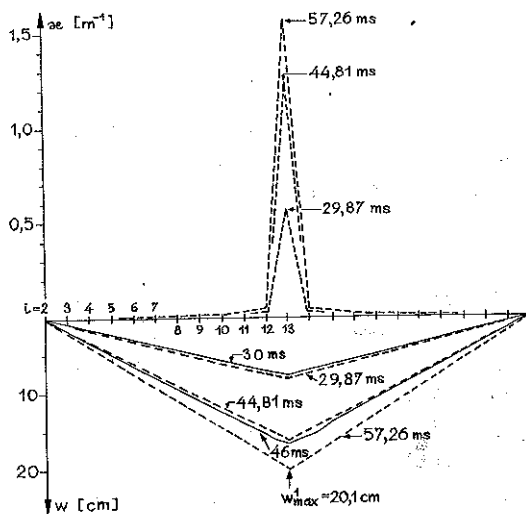
Rys. 3

ogólną zgodność omawianego rozwiązania wg metody różnicowej [1] z rozwiązaniem MES uzyskanym w [6]. Wrażliwość wyników procedury numerycznej na liczbę warstw przekroju poprzecznego ilustruje rozwiązanie otrzymane przy podziale przekroju betonowego na $K = 50$ warstw, przedstawione linią kropkowaną na rys. 3. Na wykresie tym oznaczono chwile osiągnięcia odkształceń ε_u w kolejnych dziesięciu górnych warstwach betonowych. Porównanie z rozwiązaniem otrzymanym dla $K = 10$ warstw wskazuje, że w zakresie odkształceń sprężystych i początkowych odkształceń sprężysto-plastycznych obydwa rozwiązania są prawie identyczne. Zwiększanie liczby warstw przekroju poprzecznego powoduje jednak zmianę przebiegu symulowanego numerycznie procesu wyczerpywania nośności strefy ściskanej betonu w zakresie intensywnych odkształceń plastycznych. W tym zakresie obserwuje się zupełny brak zgodności rozwiązania uzyskanego dla $K = 50$ warstw z wynikami doświadczalnymi dla przemieszczeń $w_I(t)$ i prędkości $\dot{w}_I(t)$ punktu środkowego. Sygnalizując to wartości przemieszczeń i prędkości podane dla chwili $t = 2400 \Delta t$.

W obydwu przedstawionych na rys. 3 rozwiązaniach (dla $K = 10$ i $K = 50$) symulację wyczerpywania nośności strefy ściskanej wykonywano sposobem sukcesywnego wyłączania warstw betonowych. Przy dużej liczbie bardzo cienkich warstw betonowych realizował się więc mechanizm ciągłego wyczerpywania zdolności odkształceniowych strefy ściskanej. Mechanizm ten nie znajduje jednak potwierdzenia w doświadczeniach, które wskazują na globalne wylupywanie strefy ściskanej w krytycznych obszarach belki. Teoretyczną analizę globalnego zniszczenia całej strefy ściskanej w belce żelbetowej zawiera praca [12]. W niniejszej pracy tego typu mechanizm zrealizowano w rozwiązaniu (e) — (rys. 1) przez całkowite pominięcie pracy betonu na ściskanie po osiągnięciu odkształceń ε_u w skrajnej warstwie betonowej.

Szczegółową analizę wyników numerycznych w odniesieniu do wyczerpania nośności strefy ściskanej betonu w przekroju środkowym belki przedstawiono oddzielnie w następujących punktach pracy.

Na rys. 4 przedstawiono rozkład przemieszczeń na długości belki w niektórych chwilach czasowych. Linią ciągłą oznaczono wyniki doświadczalne uzyskane w [6] dla $t_1 = 30$ ms i $t_2 = 46$ ms, a liniami przerywanymi — wyniki wg przedstawionego rozwiązania numerycznego dla chwil $t_1 = 29,87$ ms, $t_2 = 44,81$ ms oraz dla chwili $t_3 = 57,26$ ms, odpowiadającej maksymalnemu przemieszczeniu punktu środkowego belki. Ponadto na rysunku zaznaczono teoretyczny rozkład krzywizny κ osi ośrodkowej na długości belki dla tych samych chwil czasowych. Zwraca uwagę fakt znacznej koncentracji krzywizny na środkowym odcinku belki o długości równej ok. $2\Delta x$. Jest to wynikiem zarówno sposobu obciążania, jak również zastosowanego zbrojenia przekroju poprzecznego z silnym zbrojeniem ściskanym. Formy ugięcia oraz znaczna koncentracja krzywizny na odcinku środkowym wskazują na utworzenie się



Rys. 4

mechanizmu zniszczenia, którego dobrą idealizacją może być układ sztywnych odcinków połączonych przegubem plastycznym w środku rozpiętości belki.

4. WYNIKI SZCZEGÓLOWE ANALIZY NUMERYCZNEJ

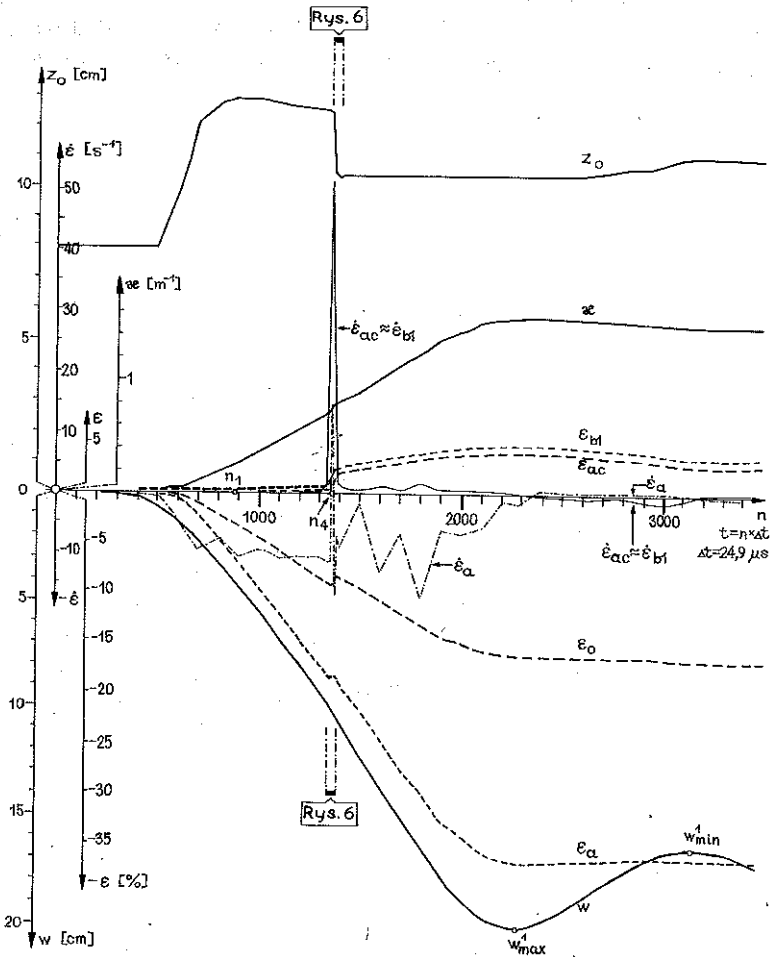
Przeprowadzona analiza dynamiczna umożliwiła wnikliwe śledzenie procesu odkształcania i naprężania przekrojów poprzecznych belki żelbetowej, której zachowanie aproksymuje przyjęty w [1] model obliczeniowy. W przekonaniu autorów pracy, interesujące będzie wniknięcie w istotę zjawisk realizujących się w symulowanym numerycznie procesie dynamicznego odkształcania przekroju środkowego belki ($i=1$). W rozważanym zadaniu przekrój ten jest przekrojem krytycznym, decydującym o wyłączeniu całej belki. Wykażemy, że wyniki teoretyczne, otrzymane podczas konsekwentnej realizacji różnicowej procedury numerycznej, mogą być taktowane jako pewna prognoza prawdopodobnych zachowań rzeczywistych. Brak jest możliwości oceny tej prognozy przez konfrontację z tak szczegółowymi wynikami doświadczalnymi. Świadomość tej prognozy może być jednak użyteczna zarówno w planowaniu doświadczeń jak również w interpretacji i ocenie wyników doświadczalnych.

Szczegółowe wyniki numeryczne dla przekroju krytycznego belki zostały uzyskane dla danych wg punktu 2. Podkreślamy, że liczba warstw betonowych w przekroju poprzecznym wynosi $K=10$.

Na rys. 5 przedstawiono zmienne w czasie następujące wielkości: 1) krzywiznę κ i odkształcenie osi środkowej ε_0 ; 2) położenie osi obojętnej (osi

chwilowego obrotu płaskiego przekroju), wyznaczone współrzędną z_0 mierzoną od osi środkowej (rys. 3, praca [1]); 3) odkształcenie w stali dolnej ε_a i górnej ε_{ac} oraz w zewnętrznej ($k=1$) warstwie betonowej ε_{b1} ; 4) prędkość odkształceń w stali $\dot{\varepsilon}_a$ i $\dot{\varepsilon}_{ac}$ oraz 5) przemieszczenie w .

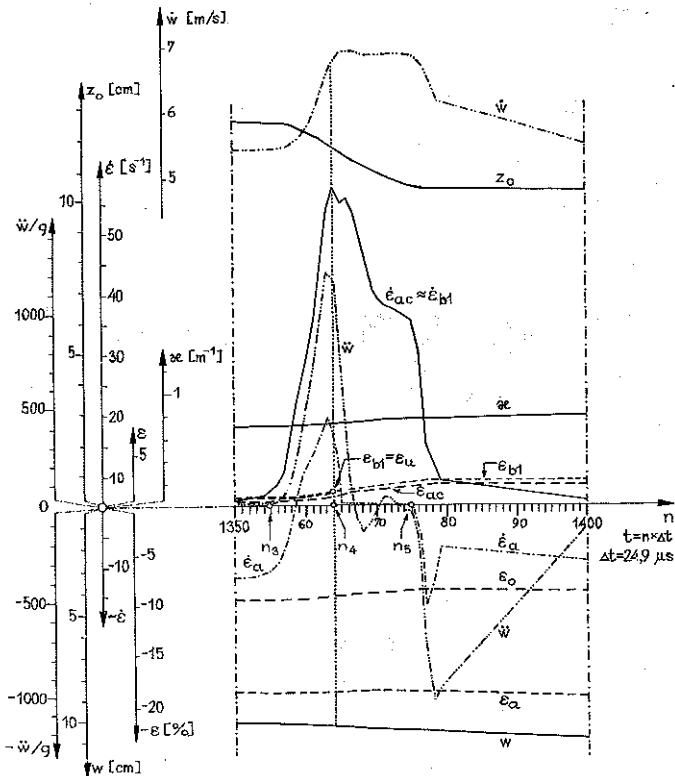
Charakter zmienności w czasie z_0 wskazuje na występowanie zasadniczo trzech faz odkształcenia przekroju do chwili osiągnięcia pierwszej maksymalnej amplitudy przemieszczenia punktu środkowego belki w_{max}^1 . Początkowa faza sprężysta cechuje się stałym położeniem osi obojętnej. W drugiej fazie — po rozwinięciu lepkoplastycznej reakcji w stali F_a i po osiągnięciu dynamicznej wytrzymałości betonu w warstwie skrajnej ($\sigma_{b1} = R_{b1}^d$ w kroku czasowym $n_1 = 883$) — położenie osi obojętnej prawie ustala się na pewien okres. W fazie tej następuje szybka ewolucja dopiero w końcu procesu osłabiania



Rys. 5

betonu, tj. po osiągnięciu odkształceń $\varepsilon_{b1} = 6,7\text{‰}$ w korku czasowym $n_3 = 1355$. Następna faza formuje się po wyłączeniu w procedurze obliczeniowej skrajnej warstwy betonowej. Położenie osi obojętnej nie ulega zasadniczym zmianom przynajmniej do osiągnięcia w_{\max}^1 . Wymienione fazy są rozdzielone krótkotrwałymi okresami przejściowymi, w których są obserwowane znaczne zmiany prędkości odkształceń w stali rozciąganej $\dot{\varepsilon}_a$ i ściskanej $\dot{\varepsilon}_{ac}$. Bardzo intensywne zmiany dotyczą prędkości $\dot{\varepsilon}_{ac}$ w okresie ujawniania się efektów osłabiania betonu strefy ściskanej. Okres ten (tj. przedział $1350 \leq n \leq 1400$) zaznaczono na rys. 5, a zmienność poszczególnych parametrów procesu odkształcania w tym okresie przedstawiono szczegółowo na rys. 6.

Informacje na rys. 6 uzupełniono przez podanie zmienności przyspieszenia $\ddot{w}(t)$ i prędkości $\dot{w}(t)$ punktu środkowego belki. Zwracają uwagę bardzo gwałtowne, ale krótkotrwałe zmiany $\ddot{w}(t)$ w przybliżeniu od 20 g w krokach czasowych $n < n_3 = 1355$ do 1200 g w chwili wyłączenia skrajnej warstwy betonowej ($n_4 = 1364$) oraz do -1100 g po kroku czasowym $n_5 = 1375$,

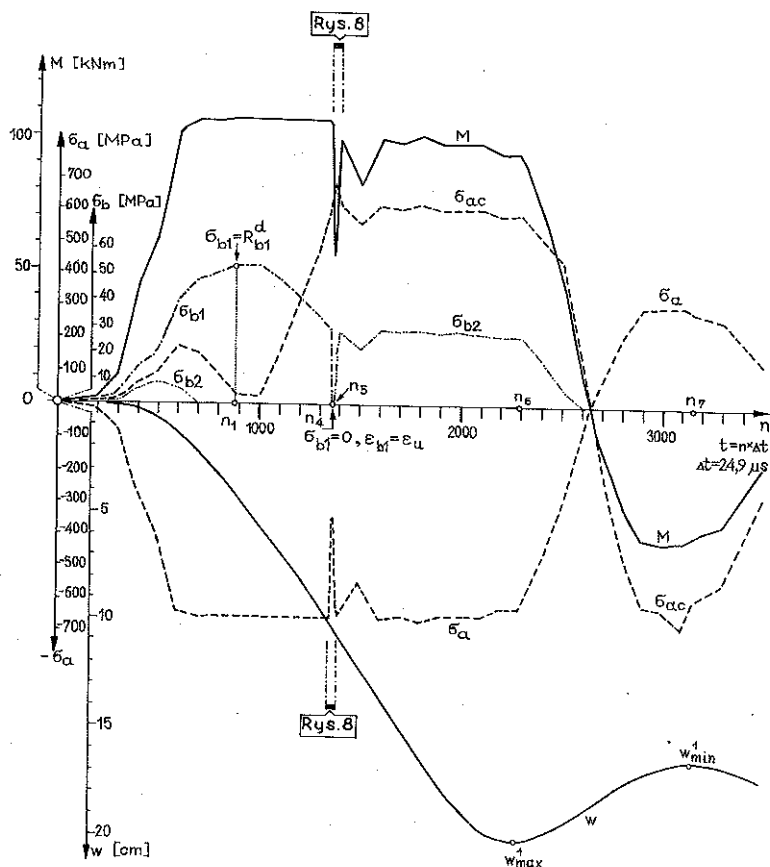


Rys. 6

w którym włączyła się druga warstwa betonowa, powtórnie odkształcająca się na ściskanie. Te skokowe zmiany przyspieszeń zaznaczyły się na wykresie prędkości $\dot{w}(t)$ i przez to na wykresach $\dot{\epsilon}_a(t)$ i $\dot{\epsilon}_{ac}(t)$. Konsekwencje tych zmian nie są natomiast zauważalne na wykresie przemieszczeń $w(t)$.

Na rys. 7 przedstawiono zmiany w czasie następujących wielkości 1) momentu zginającego M w przekroju środkowym belki, 2) naprężeń w stali dolnej σ_a i górnej σ_{ac} , 3) naprężeń w warstwach betonowych: zewnętrznej ($k = 1$) — σ_{b1} , drugiej ($k = 2$) — σ_{b2} .

Wykres momentu zginającego w okresie bezpośrednio po kroku czasowym $n_3 = 1375$ wskazuje na silne niestateczne zachowanie przekroju środkowego belki. Bezpośrednio po wystąpieniu tej niestateczności następuje wyczerpanie zdolności odkształceniowych ścisanej warstwy betonowej skrajnej, tj. osiągnięcie $\epsilon_{b1} = \epsilon_u$ w kroku czasowym $n_4 = 1364$. Warstwa skrajna stanowiła wówczas całą strefę ścisaną betonu, ponieważ warstwa $k = 2$ stała się uprzednio



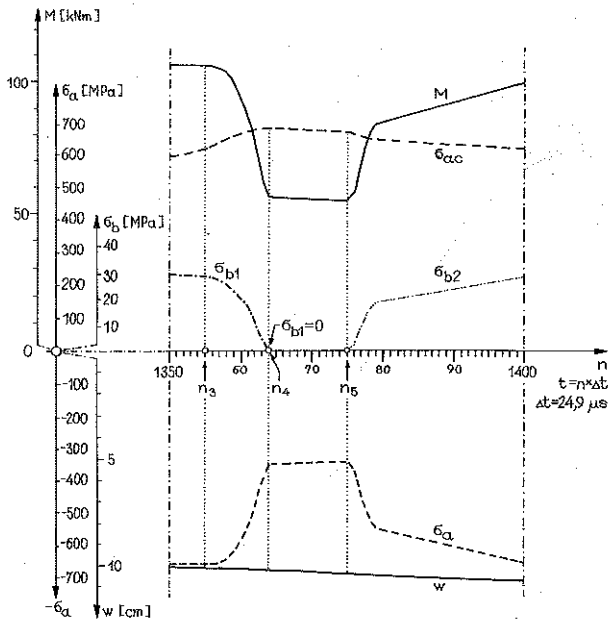
Rys. 7

warstwą bierną (por. wykresy σ_{b1} i σ_{b2} na rys. 7). Po wyłączeniu skrajnej warstwy betonowej warstwa $k=2$ stała się od kroku czasowego $n_5 = 1375$ ponownie warstwą czynną, odkształcającą się w procesie ściskania. W okresie osłabienia betonu skrajnej warstwy, a szczególnie w okresie po kroku czasowym $n_5 = 1375$, bardzo istotną rolę odgrywa stal ściskana F_{ac} . Naprężenia w tej stali rosną. Do pracy na ściskanie włącza się warstwa betonowa położona niżej i następuje prawie zupełne odzyskanie ubytku nośności przekroju krytycznego. Takie zjawisko odzyskania nośności przekroju nie występuje, jeżeli chwilę osiągnięcia odkształceń ϵ_u w zewnętrznej warstwie betonu ściskanego potraktować jako chwilę jednoczesnego zniszczenia również niżej położonych warstw betonowych (rozwiązanie (e) omówione w komentarzu do rys. 1).

Szczegółową ilustrację zmian momentu zginającego oraz naprężeń w betonie i stali, realizujących się w okresie gwałtownego niestatecznego zachowania przekroju krytycznego, przedstawiono na rys. 8.

5. DYSKUSJA ZACHOWANIA PRZEKROJU KRYTYCZNEGO BELKI

Stwierdzona w analizie numerycznej silna niestateczność w zachowaniu przekroju żelbetowego zginanego dynamicznie wymaga przeprowadzenia pewnych dodatkowych rozważań. Przede wszystkim należy odpowiedzieć na



Rys. 8

pytania: 1) czy przyczyną niestateczności jest jedynie czynnik natury fizycznej (osłabienie betonu) i nie ma na nią wpływu numeryczna metoda jawnego całkowania równań ruchu? 2) czy istnieją przesłanki teoretyczne uzasadniające wystąpienie tej niestateczności przed osiągnięciem odkształceń ε_u w zewnętrznej warstwie ściskanej betonu?

Stosowana metoda jawnego całkowania równań ruchu jest warunkowo stabilna. W procedurze numerycznej warunek stabilności był spełniony. Konieczne jest jednak badanie zbieżności rozwiązań ze względu na niski rząd metody ($r = 2$). Badania takie przeprowadzono zmniejszając wartość kroku czasowego. Ponadto dokonywano prób numerycznych z większą liczbą węzłów podziału osi podłużnej belki. Uzyskane poprzednio wyniki potwierdziły się. Rozwiązano również analizowany problem, wykorzystując niejawną metodę całkowania równań różniczkowych drugiego rzędu przedstawioną w pracy [13]. Zastosowano układ wzorów ekstrapolacyjno-interpolacyjnych o dokładności rzędu $r = 5$:

$$(5.1) \quad w_p^{n+1} = 2w^{n-1} - w^{n-3} + \frac{4}{3} \Delta t^2 (\ddot{w}^n + \ddot{w}^{n-1} + \ddot{w}^{n-2}) \quad (\text{predictor}),$$

$$w_c^{n+1} = 2w^n - w^{n-1} + \frac{1}{12} \Delta t^2 (\ddot{w}^{n+1} + 10\ddot{w}^n + \ddot{w}^{n-1}) \quad (\text{corrector}).$$

W rozwiązaniu zastosowano jednokrotną modyfikację wzoru korygującego. Uzyskane tą metodą rozwiązanie nie różni się zasadniczo od wyników przedstawionych w punktach 3 i 4. Różnice dla przemieszczeń nie przekraczały 10%, przy czym przemieszczenia lepiej zgadzały się z wynikami eksperymentu [6] w stosunku do poprzedniego rozwiązania przedstawionego na rys. 1. Różnice dla momentu zginającego w przekroju środkowym nie są większe niż -5%. Uzyskane rozwiązanie potwierdza również występowanie niestatecznego zachowania przekroju, objawiającego się jako krótkotrwały ubytek nośności na zginanie i chwilowe bardzo duże zmiany przyspieszenia $\ddot{w}(t)$ o wartościach prawie dokładnie zgodnych z wynikami przedstawionymi w punkcie 4. Wynika stąd, że zjawisko silnej niestateczności w zachowaniu przekroju krytycznego ma wyłącznie przyczyny natury fizycznej: wynika z uwzględnienia gałęzi osłabienia w modelu odkształcania betonu.

Inną osobliwością niestatecznego zachowania przekroju krytycznego jest chwila wystąpienia tej niestateczności. Przede wszystkim należy zauważyć, że niestateczność ta nie powstała równocześnie z rozpoczęciem procesu osłabienia betonu ściskanego, ponieważ beton stanowi tylko jeden ze składników zginanego przekroju żelbetowego. Symptomy tego zjawiska wystąpiły dopiero w zaawansowanym stanie osłabienia betonu, tj. w kroku czasowym $n_3 = 1355$. Odkształcenie skrajnej warstwy betonowej, stanowiącej wówczas całą strefę ściskaną przekroju, osiągnęło wówczas wartość $\varepsilon_{b1} \approx 6,7\%$. Wartość ta

wskazuje również na fakt, że niestateczności nie należy wiązać tylko z wyłączeniem w procedurze numerycznej warstwy betonowej, co dokonywało się dopiero po osiągnięciu wartości odkształceń $\varepsilon_u = 12\text{‰}$. Objawem niestateczności był gwałtowny spadek nośności przekroju krytycznego belki, w tym przypadku w przybliżeniu o 50%. Do kroku czasowego $n_3 = 1355$ wartość momentu zginającego ciągle rosła i osiągała w tym kroku wartość największą. Wartość momentu zginającego w korku czasowym $n_3 = 1355$ może być więc określana jako pierwotna nośność na zginanie przekroju podwójnie zbrojonego, właściwa dla rozpatrywanego procesu dynamicznego odkształcania. Stowarzyszoną wartość odkształcenia betonu w skrajnej warstwie $\varepsilon_{b1} = 6,7\text{‰}$ można uznać za wartość hipotetycznego odkształcenia granicznego ε_f dla całej strefy ściskanej.

Osiągnięcie nośności przekroju zginanego dla $\varepsilon_f < \varepsilon_u$ jest zgodne z teorią R. Leviego omówioną w monografii [14] oraz opierającą się na podobnych założeniach teorią L. E. Younga przedstawioną w pracy [15]. Wg tych teorii nośność żelbetowego przekroju zginanego nie może być określona dla przyjętego a priori granicznego odkształcenia betonu ε_f . Wg R. Leviego nośność przekroju jest wynikiem rozwiązania zadania dotyczącego ekstremum warunkowe funkcji $M(\alpha)$, gdzie α jest stosunkiem odkształcenia ε_{b1} w skrajnej warstwie strefy ściskanej do odkształcenia ε_R , $\alpha = \varepsilon_{b1}/\varepsilon_R$. Wartość odkształceń ε_R jest związana z maksymalnym naprężeniem $\sigma_{b\max} = R_b$ na krzywoliniowym wykresie $\sigma_b = \sigma(\varepsilon)$. Warunkiem w rozpatrywanym zadaniu jest równanie zgodności sił ściskających i siły rozciągającej w przekroju. Rozwiązanie zadania nośności żelbetowego przekroju zginanego jest określone pewną wartością α_f , dla której $M(\alpha_f) = \max M(\alpha)$. Wartość α_f wyznacza odkształcenie graniczne $\varepsilon_f = \alpha_f \varepsilon_R$, które należy do zakresu osłabienia materiałowego, $\varepsilon_R \leq \varepsilon_f \leq \varepsilon_u$. W przeprowadzonej w niniejszej pracy analizie numerycznej rozwiązanie takiego zadania odpowiada stanowi odkształceń i naprężeń dla kroku czasowego $n_3 = 1355$, a więc dla $\varepsilon_f = \varepsilon_u = 6,7\text{‰}$. Wystąpienie bezpośrednio po kroku n_3 procesu dynamicznego bardzo gwałtownego spadku nośności przekroju zginanego wskazuje na zasadność formułowania odkształceniowego kryterium nośności przekroju żelbetowego na zginanie. Odkształcenie graniczne ε_f należy wobec tego traktować jako wielkość, której może być przypisany sens fizyczny. Mianowicie, do chwili osiągnięcia odkształceń ε_f żelbetowy przekrój zginany zachowuje się statecznie ($dM/dx > 0$), a po osiągnięciu ε_f rozpoczyna się zachowanie niestateczne ($dM/dx < 0$).

Analiza numeryczna wykazała, że w fazie gwałtownego spadku nośności przekroju krytycznego wygenerowały się równie gwałtowne zmiany przyspieszenia punktu środkowego belki od 20 g do 1200 g. Fakt ten wiąże się z jednoczesnym znacznym wzrostem prędkości odkształceń w betonie. Taki wzrost prędkości odkształceń osłabiającego się betonu jest intuicyjnie jasny. Matematycznie można go uzasadnić na podstawie rozwiązania równania

różniczkowego dla skrócenia $u(x, t)$ osłabianej warstwy betonu ściskanego w otoczeniu przekroju krytycznego:

$$(5.2) \quad u_{,tt} + a^2 u_{,xx} = 0, \quad a^2 = \frac{R_b^d}{\varepsilon_u - \varepsilon_R} \cdot \frac{1}{\varrho}.$$

Równanie to różni się od równania drgań podłużnych ściskanego pręta sprężystego, znakiem drugiego składnika lewej strony ze względu na „ujemny moduł odkształcenia” charakteryzujący liniową gałąź osłabienia w przyjętym modelu fizycznym betonu. Gałąź ta modeluje zachowanie betonu w fazie degradacji. Należy pamiętać, że skrócenie warstwy skrajnej nie zachodzi swobodnie ze względu na współpracę z pozostałymi warstwami przekroju żelbetowego. Fakt ten nie został uwzględniony w równaniu (5.2). Wobec tego na podstawie rozwiązania równania (5.2) można otrzymać jedynie jakościowe oszacowanie procesu odkształcania osłabianej warstwy betonowej. Założymy, że skrócenie $u(x, t)$ w otoczeniu przekroju krytycznego może być aproksymowane przez formę z rozdzielonymi zmiennymi w postaci

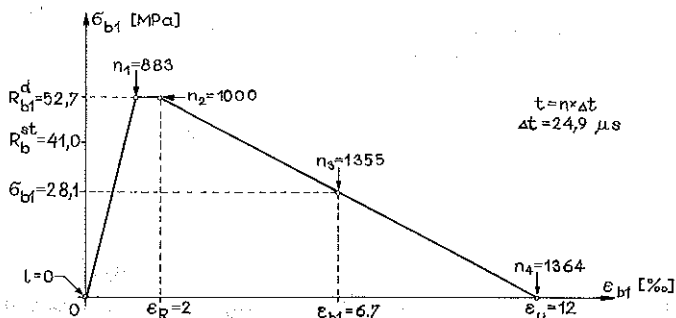
$$(5.3) \quad u(x, t) = T(t) \sin \frac{\pi x}{c},$$

gdzie c jest charakterystycznym wymiarem liniowym dla danego zagadnienia. Otrzymamy wówczas rozwiązanie równania (5.2):

$$(5.4) \quad T(t) = A \operatorname{sh} \omega(t - t_R) + B \operatorname{ch} \omega(t - t_R), \quad t_R = n_2 \Delta t.$$

Ta postać rozwiązania wskazuje, że proces odkształcania w fazie osłabienia materiałowego musi realizować się z prędkością rosnącą potęgowo i nieograniczenie. Istotnie duże prędkości odkształceń pojawiają się w okresie, dla którego $\omega(t - t_R) \gg 1$. W rezultacie wytwarza się sytuacja, w której warstwa betonowa odkształca się tak szybko, że dąży do osiągnięcia stanu warstwy neutralnej albo nawet bezwładnie obciążającej przekrój poprzeczny. W ciągu kilku kroków czasowych w rozwiązaniu numerycznym osiągnięte jest wyłączenie skrajnej warstwy betonowej.

Dynamikę procesu odkształcania betonu ściskanego dobrze ilustruje rys. 9 z charakterystyką dynamiczną $\sigma_{b1} - \varepsilon_{b1}$, na której zaznaczono poszczególne chwile czasowe. Zwraca uwagę fakt bezpośredniego sąsiedztwa kroków czasowych $n_3 = 1355$ i $n_4 = 1364$, w których odkształcenia w strefie ściskanej usytuowanej w warstwie skrajnej osiągały odpowiednio $\varepsilon_f = 6,7^\circ/\infty$ i $\varepsilon_u = 12^\circ/\infty$. Wynika stąd, że rozwiązanie numeryczne wyznaczone na podstawie kryterium całkowitego zniszczenia strefy ściskanej betonu bezpośrednio po osiągnięciu



Rys. 9

odkształceń ϵ_f praktycznie nie różniłoby się od rozwiązania oznaczonego jako (e) na rys. 1.

6. ZAKOŃCZENIE

Przedstawiona w niniejszej pracy analiza porównawcza i dyskusja szczegółowych wyników numerycznych wskazuje na użyteczność sformułowania różnicowego i algorytmu obliczeniowego przedstawionych w pracy [1] dla zagadnień dynamiki belek żelbetonowych poddanych działaniu obciążeń impulsowych o dużej intensywności. Ocenę metody należy zróżnicować w zależności od zakresu jej stosowania. Po pierwsze, można oczekiwać, że rozwiązania numeryczne będą charakteryzować się dobrą dokładnością w odniesieniu do oszacowań pierwszych maksymalnych przemieszczeń niesprężystych, zwłaszcza jeżeli nie analizować zakresu przemieszczeń właściwych zniszczeniu elementu zginanego. Sposób dyskretyzacji osi belki i jej przekroju poprzecznego nie wpływa na wyniki, jeżeli podział jest dostatecznie gęsty ze względu na zbieżność rozwiązania, a ponadto w przekroju krytycznym elementu nie wystąpi zjawisko niestatecznego zachowania. Po drugie, nie można spodziewać się przeprowadzenia wiernej symulacji numerycznej nieregularnego przebiegu zniszczenia belki oraz osiągnięcia dobrej prognozy przemieszczeń w tym zakresie. Analiza procesu zniszczenia, możliwa do przeprowadzenia na podstawie zaproponowanego algorytmu, nie pretenduje do miana analizy ścisłej. Opiera się na rozważaniach obejmujących jednowymiarowy stan naprężeń i odkształceń w warstwach o apriorycznie ustalonej grubości. W zakresie przemieszczeń po wystąpieniu zjawiska niestatecznego zachowania przekroju krytycznego, grubość tych warstw rzutuje na wyniki, ponieważ ma wpływ na modelowany numerycznie mechanizm wyczerpywania nośności przekroju krytycznego belki. Analiza traci wówczas cechy obiektywności: sposób dyskretyzacji kształtuje jakościowo i ilościowo analizowane zjawisko

fizyczne. Tym niemniej wyniki numeryczne dla tego zakresu umożliwiają wnioskowanie o zniszczeniu elementu.

Szczegółowa analiza numeryczna wykazała występowanie zjawiska dynamicznie rozwijającej się niestateczności zachowania przekroju krytycznego belki. Wskazano na ścisłą zależność występowania tego zjawiska z przyjętą charakterystyką $\sigma = \sigma(\epsilon)$ dla betonu, zawierającą gałąź osłabienia materiałowego. Zaobserwowano, że początek niestateczności odpowiada największej wartości momentu zginającego w przekroju krytycznym. Wartość ta może być traktowana jako pierwotna nośność przekroju przed wystąpieniem defektu strefy ściskanej betonu w danym procesie dynamicznego obciążania. Wystąpienie niestateczności może być uważane za inicjację mechanizmu wyczerpania nośności przekroju krytycznego i w konsekwencji całego elementu. Chwilę rozpoczęcia tego gwałtownie przebiegającego procesu wygodnie jest łączyć ze szczególną wartością odkształceń ϵ_f w skrajnej warstwie ściskanej betonu. Wartość należy do zakresu odkształceń osłabienia materiałowego, $\epsilon_R < \epsilon_f < \epsilon_u$. O wartości tej decydują własności betonu, ale jednocześnie nie należy negować wpływu innych czynników, np. proporcji zbrojenia górnego i dolnego, historii obciążania. Wpływ wymienionych czynników może wyjaśniać duże trudności ujednoczenia wartości ϵ_f na podstawie wyników badań doświadczalnych różnych autorów. Z przeprowadzonych w niniejszej pracy analiz wynika, że wielkość ϵ_f ujmuje efekty, których źródłem jest osłabienie materiałowe betonu. Tylko ta własność betonu decyduje o przebiegu zjawiska wyczerpania zdolności odkształceniowych strefy ściskanej przekroju.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. G. BĄK, A. STOLARSKI, *Nieliniowa analiza belek żelbetowych poddanych działaniu obciążeń impulsowych. Część I. Dyskretyzacja problemu dynamiki belki żelbetowej*, Rozpr. Inżyn., 36, 3, 1988.
2. F. T. MAVIS, F. A. RICHARDS, *Impulse testing of concrete beams*, J. ACI, 52, 9, 93—102, 1955.
3. И. К. БЕЛОВРОВ, В. И. ЩЕРБИНА, *Влияние быстрых загрузжений на прочность железобетонных балок*, Сборник НИИЖБ „Влияние скорости нагружения, гибкости и крутящих моментов на прочность железобетонных конструкций”, Стройиздат, 37—87, Москва 1970.
4. M. J. MIKKOLA, H. S. SINSALO, *Nonlinear analysis of reinforced concrete structures*, Proc. RILEM-CEB-IABSE-IAAS – Interassociation Symposium “Concrete Structures Under Impact and Impulsive Loading”, Berlin (West), 534—547, June 2—4, 1982.
5. W. AMMANN, *Applicability of dynamic plasticity theorem to impulsively loaded reinforced concrete structures*, Structural Impact and Crashworthiness, vol. 2, Conference Papers, 605—616, Elsevier Applied Science Publishers, London, New York 1984.
6. F. EMRICH, J. HERTER, G. PEFFER, *Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete beams under impact load in comparison with experimental results*, Proc. RILEM-CEB-

- IABSE-IAAS -- Interassociation Symposium "Concrete Structure Under Impact and Impulsive Loading", Berlin (West), 455—471, June 2—4, 1982.
7. F. EMRICH, J. HERTER, G. PEFFER, *Nichtlineare, zweidimensionale Finite-Element-Analyse van Stahlbetonbalken unter Stosseinwirkung*, Beton- und Stahlbetonbau, 12, 329—335, 1985.
 8. E. LIMBERGER, K. BRANDES, J. HERTER, *Influence of mechanical properties of reinforcing steel on the ductility of reinforced concrete beams with respect to high strain rates*, Proc. RILEM-CEB-IABSE-IAAS — Interassociation Symposium "Concrete Structures Under Impact and Impulsive Loading", Berlin (West), 134—145, June 2—4, 1982.
 9. P. PERZYNA, *The constitutive equations for rate sensitive plastic materials*, Quart. Appl. Math., 20, 321—332, 1963.
 10. K. BRANDES, *Strain rate effects appearing in the mechanical behaviour of reinforced concrete structures under impact load*, Proc. of the International Symposium "Mechanics of Inelastic Media and Structures", Warsaw, September 8—13, 1978, 73—85, PWN, Warszawa 1982.
 11. Н. Н. ПОПОВ, Б. С. РАСТОРГУЕВ, *Динамический расчет железобетонных конструкций*, Стойиздат, Москва 1974.
 12. B. B. BROMS, *Stress distribution, crack patterns and failure mechanisms of reinforced concrete members*, J. ACI, 61, 12, 1535—1556.
 13. A. RALSTON, *Wstęp do analizy numerycznej*, PWN, Warszawa 1971.
 14. W. OLSZAK, S. KAUFMAN, C. EIMER, Z. BYCHAWSKI, *Teoria konstrukcji sprężonych*, PWN, Warszawa 1961.
 15. T. GODYCKI-CWIRKO, *Mechanika betonu*, Arkady, Warszawa 1982.

Резюме

НЕЛИНЕЙНЫЙ АНАЛИЗ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК ПОДВЕРГНУТЫХ
ДЕЙСТВИЮ ИМПУЛЬСНЫХ НАГРУЖЕНИЙ
ЧАСТЬ II. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ И СРАВНЕНИЕ
С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ

Целью работы является проверка численно-сравнительной дискретной формулировки задачи динамики железобетонной балки, представленной в первой части настоящей работы. За основу сравнительного анализа приняты экспериментальные и теоретические результаты, взятые из литературы. Показано совпадение полученных численных решений с этими результатами. Проведено обсуждение исчерпания несущей способности сжимаемой зоны в критическом сечении балки.

SUMMARY

NONLINEAR ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS UNDER
IMPULSIVE LOAD
PART II. NUMERICAL ANALYSIS AND COMPARISON
WITH EXPERIMENTAL RESULTS

The purpose of the paper is the numerical—comparative verification of the discrete formulation of dynamic R/C beams problem introduced in the first part. Experimental

and theoretical results known from literature are taken as the basis of the comparative analysis. The agreement of the obtained numerical solutions with these results is shown. Exhausting of the load-carrying capacity of the compression zone in the critical section of the beam is discussed.

WOJSKOWA AKADEMIA TECHNICZNA

Praca została złożona w Redakcji w dniu 9 września 1987 r.
