

SYNTEZA SYGNAŁÓW WYMUSZAJĄCYCH W BADANIACH STANOWISKOWYCH

WACŁAW GIERULSKI (KIELCE)

W pracy przedstawiono metodę syntezy sygnałów wymuszających dla stanowiskowych badań symulacyjnych. Sygnały wymuszające uzyskano drogą syntezy zapewniając minimalny błąd symulacji określony w dziedzinie częstości. Wskazano możliwości eliminacji wpływu sygnałów zakłócających na proces syntezy sygnałów wymuszających, na podstawie informacji uzyskanych przez pomiar dodatkowego sygnału w wybranym punkcie obiektu. Poddano dyskusji potrzebę stosowania eliminacji tych sygnałów. Przedstawiono procedury syntezy sygnałów wymuszających na przykładzie przeprowadzonych badań symulacyjnych wybranego obiektu oraz przedstawiono przykład syntezy sygnałów wymuszających, w których eksperyment rzeczywisty zastąpiono eksperymentem komputerowym. Przedstawiono wzory pozwalające na praktyczne zastosowanie metody syntezy w badaniach symulacyjnych.

1. WSTĘP

Nowoczesnym sposobem badań maszyn i elementów są symulacyjne badania stanowiskowe⁽¹⁾ [4, 5]. W badaniach tych należy zapewnić odpowiednie przebiegi czasowe sygnałów w wybranych punktach obiektu umieszczonego na stanowisku. Są to sygnały wymuszane, mogą nimi być naprężenia lub przemieszczenia. Badanym obiektem może być całe urządzenie, jego wybrana część lub zespół. Obiektem może też być specjalna próbka dogodna do przeprowadzenia badań. Sygnały, które należy uzyskać w trakcie badań mogą być równe zmierzonym podczas rzeczywistej pracy obiektu, lub mogą to być sygnały zaproponowane w wyniku teoretycznych rozważań dotyczących programu badań. Zaplanowane sygnały wymuszone uzyskać można jedynie z pewnym przybliżeniem co sprawia że badania symulacyjne obarczone są błędem. Podstawowym problemem występującym w tego rodzaju postępowaniu jest określenie przebiegów czasowych sygnałów wymuszających. Sygnały wymuszające realizowane są przez elementy wykonawcze stanowiska. Sygnałami wymuszającymi mogą być siły działające na wybrane punkty obiektu,

⁽¹⁾ Szczególnie szeroko badania tego typu rozpowszechniły się w przemyśle samochodowym, gdzie w laboratorium na stanowisku symulacyjnym odtwarza się stany naprężenia i przemieszczenia jakie występują podczas rzeczywistej eksploatacji samochodu.

lub kinematycznie wymuszane przemieszczenia pewnych punktów badanego obiektu.

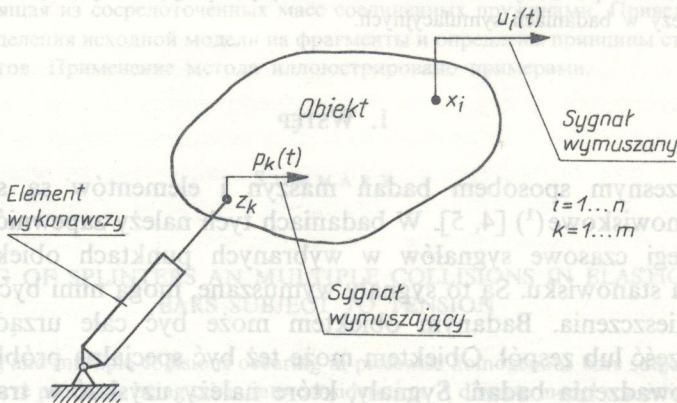
1. Z W przedstawionej pracy zaproponowano metodę syntezy sygnałów wymuszających zapewniających minimalny błąd symulacji określony w dziedzinie częstości. Praca dotyczy także problemu wpływu i eliminacji sygnałów zakłócających na proces syntezy sygnałów wymuszających w stanowiskowych badaniach symulacyjnych.

2. ISTOTA METODY SYNTEZY SYGNAŁÓW WYMUSZAJĄCYCH

Istotą metody jest, aby wychodząc z warunków zapewniających minimum błędów symulacji otrzymać zależności pozwalające wyznaczyć przebiegi czasowe sygnałów wymuszających. Zapewnienie równości sygnałów (Rys. 1)

$$(2.1) \quad u_i(t) = u_i^*(t),$$

gdzie $u_i^*(t)$ oznacza sygnał odniesienia, czyli sygnał, który chcemy uzyskać na stanowisku w punkcie x_i , stanowi przypadek symulacji wiernej w czasie [4].



Rys. 1. Obiekt na stanowisku symulacyjnym. $p_k(t)$ — sygnały wymuszające (wejściowe), działające w punktach z_k , $u_i(t)$ — sygnały wymuszane (wyjściowe) działające w punktach x_i , m — ilość sygnałów wymuszających, n — ilość sygnałów wymuszanych

Oslabiając warunek (2.1) żądamy podobieństwa transformat Fouriera sygnałów, a więc

$$(2.2) \quad F u_i(j\omega) \cong F u_i^*(j\omega),$$

gdzie $F u_i(j\omega)$, $F u_i^*(j\omega)$ oznaczają transformaty Fouriera sygnałów $u_i(t)$, $u_i^*(t)$ [1].

Miarę podobieństwa sygnałów (2.2) określimy błędem symulacji wyznaczonym w dziedzinie częstości. Błąd symulacji przedstawimy jako rzeczywistą funkcję różnic transformat Fouriera sygnałów wymuszanych i sygnałów odniesienia.

$$(2.3) \quad \delta(\omega) = f_1 [Fu_i^*(j\omega) - Fu_i(j\omega)], \quad i = 1 \dots n.$$

Po uwzględnieniu, że sygnały wymuszone zależą od sygnałów wymuszających

$$(2.4) \quad Fu_i(j\omega) = f_2 [Fp_k(j\omega)], \quad i = 1 \dots n, \quad k = 1 \dots m,$$

błąd symulacji przedstawimy w funkcji sygnałów wymuszających

$$(2.5) \quad \delta(\omega) = f [Fp_k(j\omega)], \quad k = 1 \dots m.$$

Bezwzględny błąd symulacji $\delta(\omega)$ zależny jest od częstości ω . Po uśrednieniu w skończonym przedziale częstości $\langle \omega_1, \omega_2 \rangle$ i podzieleniu przez funkcję odniesienia ε_0 otrzymamy względny błąd symulacji ε .

$$(2.6) \quad \varepsilon = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \delta(\omega) d\omega.$$

Funkcja odniesienia stanowi także uśrednienie po częstości w przedziale $\langle \omega_1, \omega_2 \rangle$ i zależna jest od sygnałów odniesienia $Fu_i^*(j\omega)$. Jest to funkcja rzeczywista

$$(2.7) \quad \varepsilon_0 = \int_{\omega_1}^{\omega_2} f_0 [Fu_i^*(j\omega)] d\omega, \quad i = 1 \dots n.$$

Warunkiem koniecznym dla wystąpienia minimum błędu ε jest dobór takich funkcji wymuszających $Fp_k(j\omega)$, których części rzeczywiste i urojone spełniają równania Eulera-Lagrange'a [3].

$$(2.8) \quad \frac{d}{d\omega} \left[\frac{\partial \delta(\omega)}{\partial \operatorname{Re} Fp_k(\omega)} \right] - \frac{\partial \delta(\omega)}{\partial \operatorname{Re} Fp_k(\omega)} = 0,$$

$$(2.9) \quad \frac{d}{d\omega} \left[\frac{\partial \delta(\omega)}{\partial \operatorname{Im} Fp_k(\omega)} \right] - \frac{\partial \delta(\omega)}{\partial \operatorname{Im} Fp_k(\omega)} = 0, \quad k = 1 \dots m.$$

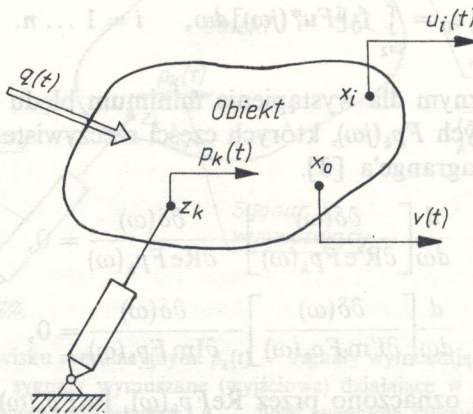
W równaniach tych oznaczono przez $\operatorname{Re} Fp_k(\omega)$, $\operatorname{Im} Fp_k(\omega)$, części rzeczywiste i urojone transformat Fouriera sygnałów wymuszających.

Równania (2.8), (2.9) posiadają $2m$ niewiadomych $\operatorname{Re} Fp_k(\omega)$, $\operatorname{Im} Fp_k(\omega)$, po wyznaczeniu których, drogą odwrotnej transformacji Fouriera otrzymujemy przebiegi czasowe sygnałów wymuszających $p_k(t)$ zapewniających minimalny błąd symulacji ε . Dla praktycznego stosowania metody syntezy sygnałów konieczne jest podanie w jawnej postaci funkcji błędu symulacji (2.5), a także funkcji (2.4) określającej zależności między sygnałami wymuszonymi a wymuszającymi. Określając funkcje (2.4) można wyeliminować wpływ niektórych sygnałów zakłócających na proces syntezy sygnałów wymuszających.

3. ELIMINACJA WPŁYWU SYGNAŁÓW ZAKŁÓCAJĄCYCH

Podczas badań symulacyjnych na stanowisku badawczym mierzone i znane są tylko niektóre sygnały wymuszające. Są to sygnały specjalnie wywoływane przez elementy wykonawcze stanowiska. Poza tym na obiekt działają sygnały wymuszające trudne do określenia, są to wszelkiego rodzaju zakłócenia. Zakłóceniami są sygnały oddziaływania otoczenia, wynikają one z warunków brzegowych narzuconych na obiekt. Jako zakłócenia traktowane są też sygnały wynikające z funkcjonowania obiektu na stanowisku. Sygnały zakłócające mogą stanowić utrudnienie w procesie syntezy sygnałów wymuszających. Pojawia się więc potrzeba eliminacji ich wpływu na proces syntezy. Jest to zadanie możliwe do realizacji dla sygnałów zakłócających powtarzanych w kolejnych realizacjach eksperymentu na stanowisku badawczym. Wpływ zakłóceń o charakterze przypadkowym nie jest możliwy do wyeliminowania. Eliminacji dokonuje się na podstawie informacji uzyskanych przez pomiar sygnałów wymuszanych w dodatkowym miejscu obiektu.

Rozpatrzmy obiekt (Rys. 2) na który oprócz sygnałów wymuszających $p_k(t)$ realizowanych przez elementy wykonawcze stanowiska w punktach z_k działa także nieznaną sygnał wymuszający $q(t)$. Jest to umowny sygnał zastępujący sygnały zakłócające. W punkcie x_0 mierzony jest także dodatkowy sygnał $v(t)$, wykorzystywany w procesie syntezy dla eliminacji wpływu sygnałów zakłócających [5].



Rys. 2. Sygnały dla eliminacji wpływu zakłóceń

Po poddaniu sygnałów transformacji Fouriera oraz wprowadzeniu charakterystyk częstościowych, zależności między sygnałami wymuszającymi a wymuszonymi będą następujące:

$$(3.1) \quad F u_i(j\omega) = \sum_{k=1}^m H_{ik}(j\omega) F p_k(j\omega) + H_{iq}(j\omega) F q(j\omega), \quad i = 1 \dots n$$

$$(3.2) \quad F v(j\omega) = \sum_{k=1}^m H_{ok}(j\omega) F p_k(j\omega) + H_{oq}(j\omega) F q(j\omega),$$

gdzie $Fu_i(j\omega), Fp_k(j\omega), Fv(j\omega), Fq(j\omega)$ oznaczają transformaty Fouriera sygnałów $u_i(t), p_k(t), v(t), q(t)$, zaś $H_{ik}(j\omega), H_{iq}(j\omega), H_{ok}(j\omega), H_{oq}(j\omega)$ — charakterystyki częstościowe obiektu. m oznacza ilość zadawanych sygnałów wymuszających, a n — ilość sygnałów wymuszanych.

Tak więc obiekt został potraktowany jako układ o „ $m+1$ ” sygnałach wejściowych i „ $n+1$ ” sygnałach wyjściowych (Rys. 3) Rugując z równań (3.1), (3.2) nieznaną sygnał zakłócający $Fq(j\omega)$ otrzymamy zależność

$$(3.3) \quad Fu_i(j\omega) = \sum_{k=1}^m \left[H_{ik}(j\omega) - \frac{H_{iq}(j\omega)}{H_{oq}(j\omega)} H_{ok}(j\omega) \right] Fp_k(j\omega) + \frac{H_{iq}(j\omega)}{H_{oq}(j\omega)} Fv(j\omega),$$

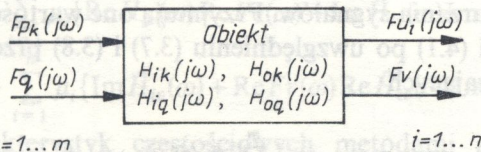
$$i = 1 \dots n$$

lub po wprowadzeniu oznaczeń

$$(3.4) \quad \tilde{H}_{ik}(j\omega) = H_{ik}(j\omega) - \frac{H_{iq}(j\omega)}{H_{oq}(j\omega)} H_{ok}(j\omega),$$

$$(3.5) \quad \tilde{H}_{iv}(j\omega) = \frac{H_{iq}(j\omega)}{H_{oq}(j\omega)},$$

$$(3.6) \quad Fu_i(j\omega) = \sum_{k=1}^m \tilde{H}_{ik}(j\omega) Fp_k(j\omega) + \tilde{H}_{iv}(j\omega) Fv(j\omega).$$



Rys. 3. Zależności między sygnałami

Natomiast części rzeczywiste i urojone sygnałów wymuszonych wynoszą odpowiednio

$$(3.7) \quad \operatorname{Re} Fu_i(\omega) = \sum_{k=1}^m \operatorname{Re} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Re} Fp_k(\omega) - \sum_{k=1}^m \operatorname{Im} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Im} Fp_k(\omega) + \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Re} Fv(\omega) - \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Im} Fv(\omega),$$

$$(3.8) \quad \operatorname{Im} Fu_i(\omega) = \sum_{k=1}^m \operatorname{Re} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Im} Fp_k(\omega) + \sum_{k=1}^m \operatorname{Im} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Re} Fp_k(\omega) + \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Im} Fv(\omega) + \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Re} Fv(\omega), \quad i = 1 \dots n.$$

Symbole Re , Im oznaczają części rzeczywiste i urojone. Równanie (3.6) przedstawia zależność między sygnałami wymuszającymi a wymuszonymi niezależnie od sygnałów zakłócających. Wpływ zakłóceń został wyeliminowany przez dodatkowy sygnał $Fv(j\omega)$. Równanie (3.6) jest podstawowym związkiem dla identyfikacji charakterystyk częstotściowych układu, a równania (3.7), (3.8) dla syntezy sygnałów wymuszających.

4. BŁĄD SYMULACJI W POSTACI ŚREDNIOKWADRATOWEJ

Dla praktycznego stosowania metody syntezy sygnałów konieczne jest podanie jawnej postaci funkcji błędu. Przedstawimy ją w ważonej postaci średniokwadratowej różnic części rzeczywistych i urojonych transformat Fouriera sygnałów wymuszanych oraz sygnałów odniesienia. Otrzymamy funkcję rzeczywistą w następującej postaci:

$$(4.1) \quad \delta(\omega) = \sum_{i=1}^n \mu_i \{ [\operatorname{Re} Fu_i^*(\omega) - \operatorname{Re} Fu_i(\omega)]^2 + [\operatorname{Im} Fu_i^*(\omega) - \operatorname{Im} Fu_i(\omega)]^2 \}$$

oraz

$$(4.2) \quad \varepsilon_0 = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \sum_{i=1}^n \mu_i \{ [\operatorname{Re} Fu_i^*(\omega)]^2 + [\operatorname{Im} Fu_i^*(\omega)]^2 \} d\omega,$$

gdzie μ_i oznacza współczynniki wagi.

Wprowadzone współczynniki wagi μ_i pozwalają na zróżnicowanie stopnia dokładności odtwarzania sygnałów. Przyjmują one wartości z przedziału $\langle 0,1 \rangle$.

Błąd symulacji (4.1) po uwzględnieniu (3.7) i (3.8) przedstawimy w funkcji sygnałów wymuszających

$$(4.3) \quad \delta(\omega) = \sum_{i=1}^n u_i \{ [\operatorname{Re} Fu_i^*(\omega) - \sum_{k=1}^m \operatorname{Re} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Re} Fp_k(\omega) + \\ + \sum_{k=1}^m \operatorname{Im} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Im} Fp_k(\omega) - \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Re} Fv(\omega) - \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Im} Fv(\omega)]^2 + \\ + [\operatorname{Im} Fu_i^*(\omega) - \sum_{k=1}^m \operatorname{Re} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Im} Fp_k(\omega) - \sum_{k=1}^m \operatorname{Im} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Re} Fp_k(\omega) - \\ - \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Im} Fv(\omega) - \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Re} Fv(\omega)]^2 \}.$$

Podstawiając (4.3) do warunków koniecznych dla minimum błędu (2.8), (2.9) otrzymamy układ $2m$ równań liniowych z niewiadomymi $\operatorname{Re} Fp_k(\omega)$, $\operatorname{Im} Fp_k(\omega)$ też w ilości $2m$.

Rozwiązanie tego układu przedstawimy w postaci macierzowej. Macierz kolumnowa części rzeczywistych i urojonych transformat sygnałów wymusza-

jących będzie następująca:

$$(4.4) \begin{bmatrix} \operatorname{Re} F p_v(\omega) \\ \operatorname{Im} F p_v(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{vk}^{11}, A_{vk}^{12} \\ A_{vk}^{21}, A_{vk}^{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B_v^1 \\ B_v^2 \end{bmatrix}, \quad v = 1 \dots m, \quad k = 1 \dots m,$$

gdzie poszczególne macierze cząstkowe występujące w (4.4) wynoszą:

$$(4.5) [A_{vk}^{11}] = \left[\sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Re} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) + \sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Im} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \right],$$

$$(4.6) [A_{vk}^{12}] = \left[- \sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Im} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) + \sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Re} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \right],$$

$$(4.7) [A_{vk}^{21}] = -[A_{vk}^{12}],$$

$$(4.8) [A_{vk}^{22}] = [A_{vk}^{11}],$$

$$(4.9) [B_v^1] = \left[\sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Re} F u_i^*(\omega) \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) + \sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Im} F u_i^*(\omega) \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) - \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^n \mu_i \{ \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Re} F v(\omega) - \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Im} F v(\omega) \} \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) - \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^n \mu_i \{ \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Re} F v(\omega) + \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Im} F v(\omega) \} \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \right];$$

$$(4.10) [B_v^2] = \left[- \sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Re} F u_i^*(\omega) \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) + \sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Im} F u_i^*(\omega) \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^n \mu_i \{ \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Re} F v(\omega) - \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Im} F v(\omega) \} \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) - \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^n \mu_i \{ \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Re} F v(\omega) + \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Im} F v(\omega) \} \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \right].$$

Wyznaczanie charakterystyk częstotściowych metodami analitycznymi jest możliwe tylko dla prostych obiektów o własnościach liniowych. W rzeczywistych badaniach zachodzi konieczność wyznaczania tych charakterystyk drogą identyfikacji [1, 2]. Mierzmy na stanowisku sygnały wymuszające i odpowiadające im sygnały wymuszone. Wyznaczając własne i wzajemne widmowe gęstości mocy sygnałów, z równania (3.6) otrzymamy dla każdego $i = 1 \dots n$ układ „ m ” równań liniowych z niewiadomymi charakterystykami częstotściowymi. Rozwiązania każdego z tych układów równań przedstawimy w postaci macierzowej, dla każdego $i = 1 \dots n$ będzie:

$$(4.11) [\tilde{H}_{ik}(j\omega)] = \left(\left[S p_k p_v(j\omega) - \frac{S p_k v(j\omega)}{S v v(j\omega)} S v p_v(j\omega) \right]^T \right)^{-1} \times \\ \times \left[S u_i p_v(j\omega) - \frac{S u_i v(j\omega)}{S v v(j\omega)} S v p_v(j\omega) \right], \quad k = 1 \dots m, \quad v = 1 \dots m.$$

Symbolem $[]^T$ oznaczono transpozycję a symbolem $()^{-1}$ odwracanie macierzy.

Z zależności (4.11) wyznaczamy „ $m \cdot n$ ” charakterystyk częstotściowych układu. Pozostałe charakterystyki $\tilde{H}_i v(j\omega)$ w ilości „ n ” na podstawie (3.6) wynoszą

$$(4.12) \quad \tilde{H}_{iv}(j\omega) = \frac{1}{S_{vv}(j\omega)} \left\{ S_{u_i v}(j\omega) - \sum_{k=1}^m \tilde{H}_{ik}(j\omega) S_{p_k v}(j\omega) \right\}, \quad i = 1 \dots n.$$

gdzie

$S_{p_v p_k}(j\omega)$ – wzajemne gęstości mocy sygnałów $p_v(t)$, $p_k(t)$,

$S_{u_i p_k}(j\omega)$ – wzajemne gęstości mocy sygnałów $u_i(t)$, $p_k(t)$,

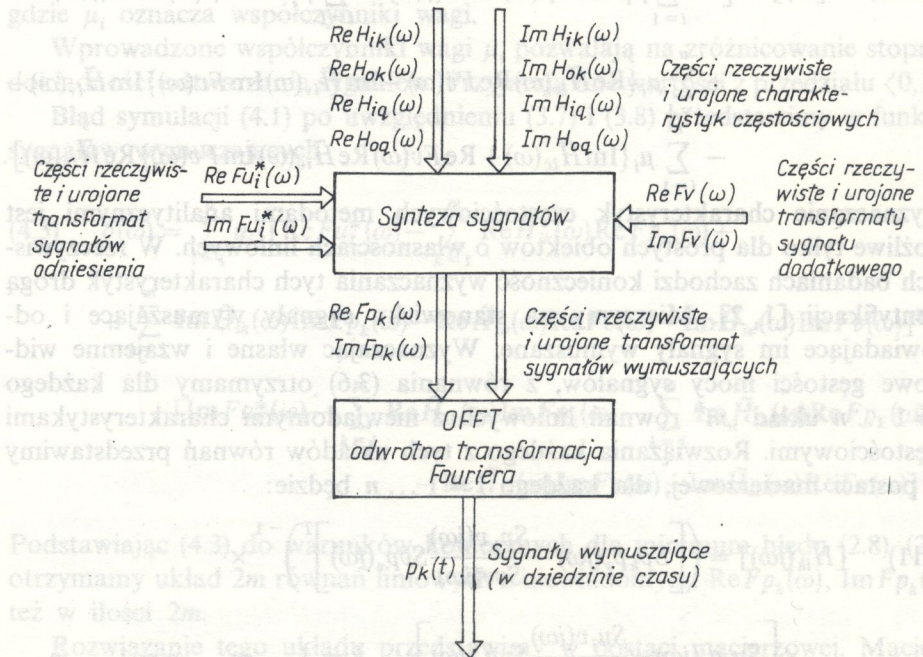
$S_{p_k v}(j\omega)$ – wzajemne gęstości mocy sygnałów $p_k(t)$, $v(t)$,

$S_{u_i v}(j\omega)$ – wzajemne gęstości mocy sygnałów $u_i(t)$, $v(t)$,

$S_{v p_v}(j\omega)$ – wzajemne gęstości mocy sygnałów $v(t)$, $p_v(t)$,

$S_{vv}(j\omega)$ – własne gęstości mocy sygnałów $v(t)$.

Z równań (4.11), (4.12) wyznaczamy „ $m \cdot n + n$ ” zespolonych charakterystyk częstotściowych układu. Po wydzieleniu części rzeczywistych i urojonych ze wzorów (4.4) otrzymujemy poszukiwane transformaty sygnałów wymuszających (Rys. 4). Po poddaniu ich odwrotnej transformacji Fouriera otrzymujemy sygnały wymuszające w dziedzinie czasu.

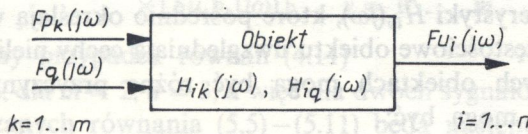


Rys. 4. Synteza sygnałów wymuszających

5. ZNACZENIE ELIMINACJI WPŁYWU SYGNAŁÓW ZAKŁÓCAJĄCYCH

Istotną sprawą jest wykazanie, jaki jest wpływ eliminacji sygnałów zakłócających na proces syntezy sygnałów wymuszających. Rozważymy w tym celu przypadek, w którym występują sygnały zakłócające, jednak nie dokonujemy eliminacji ich wpływu przez wykorzystanie dodatkowego sygnału wyjściowego $v(t)$.

Badany obiekt traktujemy wtedy jako układ o $m + 1$ sygnałach wejściowych i n sygnałach wyjściowych (rys. 5). Znałe sygnały wymuszające stanowią m sygnałów wejściowych natomiast jeden sygnał wejściowy zawiera w sobie



Rys. 5. Zależności między sygnałami z uwzględnieniem sygnałów zakłócających

sygnały zakłócające. Sygnałami wymuszonymi jest n sygnałów wyjściowych.

Zależności między sygnałami są następujące:

$$(5.1) \quad Fu_i(j\omega) = \sum_{k=1}^m H_{ik}(j\omega) Fp_k(j\omega) + H_{iq}(j\omega) Fq(j\omega), \quad i = 1 \dots n.$$

Przekształcając (5.1), otrzymamy

$$(5.2) \quad Fu_i(j\omega) = \sum_{k=1}^m \frac{H_{ik}(j\omega)}{1 - H_{iq}(j\omega) \frac{Fq(j\omega)}{Fu_i(j\omega)}} Fp_k(j\omega)$$

lub po podstawieniu

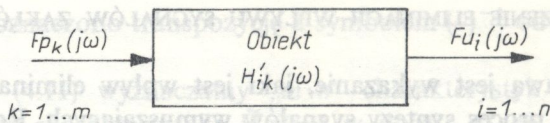
$$(5.3) \quad H'_{ik}(j\omega) = \frac{H_{ik}(j\omega)}{1 - H_{iq}(j\omega) \frac{Fq(j\omega)}{Fu_i(j\omega)}}$$

otrzymamy zależność

$$(5.4) \quad Fu_i(j\omega) = \sum_{k=1}^m H'_{ik}(j\omega) Fp_k(j\omega).$$

Czyli otrzymano związek między sygnałami wymuszonymi a wymuszającymi bez uzależnienia w sposób jawny od sygnałów zakłócających (rys. 6).

Podczas identyfikacji charakterystyk częstościowych na podstawie tylko sygnałów $p_k(t)$ oraz $u_i(t)$ wyznaczamy charakterystykę $H'_{ik}(j\omega)$. Wpływ syg-



Rys. 6. Zależności między sygnałami bez uwzględnienia sygnałów zakłócających

nałów zakłócających objawia się właśnie w tej charakterystyce, zależy ona od tego jaka część sygnału wyjściowego wywołana jest sygnałem zakłócającym. Natomiast dokonując identyfikacji na podstawie (3.6) wyznaczamy charakterystyki $\hat{H}'_{ik}(j\omega)$, które określają wpływ sygnałów $p_k(t)$ na sygnał $u_i(t)$ oraz oddzielnie charakterystyki $\hat{H}'_{iv}(j\omega)$, które pośrednio określają wpływ zakłóceń. Charakterystyki częstotliwości obiektu uwzględniają cechy nieliniowości obiektu. W rzeczywistych obiektach mogą być różne przyczyny nieliniowości. Przyczynami tymi mogą być:

- nieliniowości fizyczne spowodowane nieliniowymi własnościami materiału,
- nieliniowości strukturalne wynikające ze struktury mechanizmu,
- nieliniowości umowne wynikające z wpływu sygnałów zakłócających.

Nieliniowości, które zostały nazwane umownymi w sposób jawny uwidocznione są w charakterystyce $H'_{ik}(j\omega)$ (5.3). Nieliniowości te mogą być wyeliminowane na podstawie informacji uzyskanych przez pomiar dodatkowego sygnału $v(t)$. Nieliniowości fizycznych i strukturalnych nie można wyeliminować bez ingerencji w budowę obiektu. Tak więc w układach o przeważających nieliniowościach umownych stosowanie metody eliminacji wpływu zakłóceń wydaje się korzystne. Gdy w układzie przeważają nieliniowości fizyczne i strukturalne wydaje się korzystna rezygnacja z eliminacji wpływu zakłóceń.

Zmniejsza się wtedy liczba mierzonych sygnałów, a także liczba przeprowadzonych obliczeń, a syntezę sygnałów przeprowadza się na podstawie wzorów będących szczególnym przypadkiem (4.4)

$$(5.5) \quad \begin{bmatrix} \operatorname{Re} F p_v(\omega) \\ \operatorname{Im} F p_v(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{vk}^{11} & A_{vk}^{12} \\ A_{vk}^{21} & A_{vk}^{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B_v^1 \\ B_v^2 \end{bmatrix}, \quad v = 1 \dots m, \quad k = 1 \dots m$$

gdzie macierze cząstkowe występujące w macierzach (5.5) wynoszą odpowiednio:

$$(5.6) \quad [A_{vk}^{11}] = \left[\sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Re} H_{ik}(\omega) \operatorname{Re} H_{iv}(\omega) + \sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Im} H_{ik}(\omega) \operatorname{Im} H_{iv}(\omega) \right],$$

$$(5.7) \quad [A_{vk}^{12}] = \left[- \sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Im} H_{ik}(\omega) \operatorname{Re} H_{iv}(\omega) + \sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Re} H_{ik}(\omega) \operatorname{Im} H_{iv}(\omega) \right],$$

$$(5.8) \quad [A_{vk}^{21}] = -[A_{vk}^{12}],$$

$$(5.9) \quad [A_{vk}^{22}] = [A_{vk}^{11}],$$

$$(5.10) \quad [B_v^1] = \left[\sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Re} F u_i^*(\omega) \operatorname{Re} H_{iv}(\omega) + \sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Im} F u_i^*(\omega) \operatorname{Im} H_{iv}(\omega) \right],$$

$$(5.11) \quad [B_v^2] = \left[- \sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Re} F u_i^*(\omega) \operatorname{Im} H_{iv}(\omega) + \sum_{i=1}^n \mu_i \operatorname{Im} F u_i^*(\omega) \operatorname{Re} H_{iv}(\omega) \right], \quad v = 1, \dots, m, \quad k = 1, \dots, m.$$

Natomiast charakterystyki częstotliwościowe wynoszą

$$(5.12) \quad [H_{iv}(j\omega)] = ([S p_v p_k(j\omega)]^T)^{-1} \times \\ \times [S u_i p_k(j\omega)], \quad v = 1, \dots, m, \quad k = 1, \dots, m.$$

Jest to szczególny przypadek równań (4.11)

Przykładowo, dla $m = 2$, $n = 3$, a więc dla dwóch sygnałów wymuszających i trzech wymuszanych równania (5.5)–(5.11) będą następujące:

$$(5.13) \quad \begin{bmatrix} \operatorname{Re} F p_1(\omega) \\ \operatorname{Re} F p_2(\omega) \\ \dots \\ \operatorname{Im} F p_1(\omega) \\ \operatorname{Im} F p_2(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^{11}, A_{12}^{11}, & A_{11}^{12}, A_{12}^{12}, \\ A_{21}^{11}, A_{22}^{11}, & A_{21}^{12}, A_{22}^{12}, \\ \dots & \dots \\ A_{11}^{21}, A_{12}^{21}, & A_{11}^{22}, A_{12}^{22}, \\ A_{21}^{21}, A_{22}^{21}, & A_{21}^{22}, A_{22}^{22}, \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B_1^1 \\ B_2^1 \\ \dots \\ B_1^2 \\ B_2^2 \end{bmatrix};$$

$$(5.14) \quad \begin{aligned} A_{11}^{11} &= A_{11}^{22} = \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Re} H_{i1}(\omega) \operatorname{Re} H_{i1}(\omega) + \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Im} H_{i1}(\omega) \operatorname{Im} H_{i1}(\omega), \\ A_{12}^{11} &= A_{12}^{22} = \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Re} H_{i2}(\omega) \operatorname{Re} H_{i1}(\omega) + \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Im} H_{i2}(\omega) \operatorname{Im} H_{i1}(\omega), \\ A_{21}^{11} &= A_{21}^{22} = \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Re} H_{i1}(\omega) \operatorname{Re} H_{i2}(\omega) + \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Im} H_{i1}(\omega) \operatorname{Im} H_{i2}(\omega), \\ A_{22}^{11} &= A_{22}^{22} = \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Re} H_{i2}(\omega) \operatorname{Re} H_{i2}(\omega) + \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Im} H_{i2}(\omega) \operatorname{Im} H_{i2}(\omega), \\ A_{11}^{12} &= -A_{11}^{21} = - \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Im} H_{i1}(\omega) \operatorname{Re} H_{i1}(\omega) + \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Re} H_{i1}(\omega) \operatorname{Im} H_{i1}(\omega), \\ A_{12}^{12} &= -A_{12}^{21} = - \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Im} H_{i2}(\omega) \operatorname{Re} H_{i1}(\omega) + \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Re} H_{i2}(\omega) \operatorname{Im} H_{i1}(\omega), \\ A_{21}^{12} &= -A_{21}^{21} = - \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Im} H_{i1}(\omega) \operatorname{Re} H_{i2}(\omega) + \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Re} H_{i1}(\omega) \operatorname{Im} H_{i2}(\omega), \\ A_{22}^{12} &= -A_{22}^{21} = - \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Im} H_{i2}(\omega) \operatorname{Re} H_{i2}(\omega) + \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Re} H_{i2}(\omega) \operatorname{Im} H_{i2}(\omega); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_1^1 &= \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Re} F u_i^*(\omega) \operatorname{Re} H_{i1}(\omega) + \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Im} F u_i^*(\omega) \operatorname{Im} H_{i1}(\omega), \\
 B_2^1 &= \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Re} F u_i^*(\omega) \operatorname{Re} H_{i2}(\omega) + \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Im} F u_i^*(\omega) \operatorname{Im} H_{i2}(\omega), \\
 B_1^2 &= - \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Re} F u_i^*(\omega) \operatorname{Im} H_{i1}(\omega) + \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Im} F u_i^*(\omega) \operatorname{Re} H_{i1}(\omega), \\
 B_2^2 &= - \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Re} F u_i^*(\omega) \operatorname{Im} H_{i2}(\omega) + \sum_{i=1}^3 \mu_i \operatorname{Im} F u_i^*(\omega) \operatorname{Re} H_{i2}(\omega),
 \end{aligned}
 \tag{5.15}$$

A równanie (5.12) z którego wyliczamy charakterystyki częstościowe przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} H_{i1}(j\omega) \\ H_{i2}(j\omega) \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} S p_1 p_1(j\omega) & S p_1 p_2(j\omega) \\ S p_2 p_1(j\omega) & S p_2 p_2(j\omega) \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} S u_i p_1(j\omega) \\ S u_i p_2(j\omega) \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, 3.
 \tag{5.16}$$

6. LICZBA SYGNAŁÓW WYMUSZAJĄCYCH

Dla błędu symulacji w postaci średniokwadratowej przedstawiona metoda syntezy jest dogodnym sposobem wyznaczania sygnałów wymuszających gdy ich liczba jest mniejsza od liczby sygnałów wymuszanych.

$$(6.1) \quad m < n.$$

Wtedy sygnały wymuszające wyznacza się według wzorów (4.4) lub (5.5). W pozostałych przypadkach, a więc gdy liczba sygnałów wymuszających jest większa lub równa liczbie sygnałów wymuszanych szukanie minimum błędu poprzez spełnianie warunków (2.8), (2.9) nie jest optymalne. Dla przypadku gdy:

$$(6.2) \quad m \geq n,$$

warunkiem minimum funkcji błędu jest zerowanie się wszystkich składników sumy w równaniu (4.1). Błąd minimalny jest wtedy równy zero, a warunki zapewnienia minimum błędu symulacji są następujące:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re} F u_i^*(\omega) - \operatorname{Re} F u_i(\omega) &= 0, \\
 \operatorname{Im} F u_i^*(\omega) - \operatorname{Im} F u_i(\omega) &= 0, \quad i = 1 \dots n.
 \end{aligned}
 \tag{6.3}$$

lub po uwzględnieniu (3.7) i (3.8) równania te w postaci macierzowej przyjmują postać:

$$(6.4) \quad \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \tilde{H}_{ik}(\omega), & -\operatorname{Im} \tilde{H}_{ik}(\omega) \\ \operatorname{Im} \tilde{H}_{ik}(\omega), & \operatorname{Re} \tilde{H}_{ik}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \operatorname{Re} F p_k(\omega) \\ \operatorname{Im} F p_k(\omega) \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} F u_i^*(\omega) - \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Re} F v(\omega) + \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Im} F v(\omega) \\ \operatorname{Im} F u_i^*(\omega) - \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Im} F v(\omega) - \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Re} F v(\omega) \end{bmatrix},$$

$$k = 1 \dots m, i = 1 \dots n.$$

Dla przypadku gdy $m = n$, czyli liczba sygnałów wymuszanych jest równa liczbie sygnałów wymuszających macierz współczynników w równaniu (6.4) jest kwadratowa o wymiarach $2n \times 2n$ i układ posiada jedno rozwiązanie. Rozwiązanie to jest następujące:

$$(6.5) \quad \begin{bmatrix} \operatorname{Re} F p_k(\omega) \\ \operatorname{Im} F p_k(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \tilde{H}_{ik}(\omega), & -\operatorname{Im} \tilde{H}_{ik}(\omega) \\ \operatorname{Im} \tilde{H}_{ik}(\omega), & \operatorname{Re} \tilde{H}_{ik}(\omega) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} C_i^1 \\ C_i^2 \end{bmatrix},$$

$$i = 1, \dots, m, \quad k = 1, \dots, m,$$

gdzie macierze cząstkowe $[C_i^1], [C_i^2]$ wynoszą:

$$(6.6) \quad [C_i^1] = [\operatorname{Re} F u_i^*(\omega) - \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Re} F v(\omega) + \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Im} F v(\omega)]$$

$$(6.7) \quad [C_i^2] = [\operatorname{Im} F u_i^*(\omega) - \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Im} F v(\omega) - \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Re} F v(\omega)],$$

$$i = 1 \dots m.$$

Jeżeli liczba sygnałów wymuszających jest większa od liczby sygnałów wymuszanych, czyli gdy $m > n$, to macierz współczynników w równaniu (4.4) jest prostokątna o wymiarach $2n \times 2m$. Układ (4.4) posiada wtedy nieskończenie wiele rozwiązań. Aby znaleźć jedno z nich należy $m-n$ niewiadomych przyjąć dowolnie, a pozostałe niewiadome wyznaczyć. Rozwiązanie to ma następującą postać:

$$(6.8) \quad \begin{bmatrix} \operatorname{Re} F p_v(\omega) \\ \operatorname{Im} F p_v(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega), & -\operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \\ \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega), & \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} D_i^1 \\ D_i^2 \end{bmatrix},$$

$$i = 1, \dots, n, \quad v = 1, \dots, n.$$

macierze cząstkowe natomiast wynoszą odpowiednio:

$$(6.9) \quad [D_i^1] = [\operatorname{Re} F u_i^*(\omega) - \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Re} F v(\omega) + \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Im} F v(\omega) - \\ - \sum_{k=n+1}^m \operatorname{Re} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Re} F p_k(\omega) + \sum_{k=n+1}^m \operatorname{Im} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Im} F p_k(\omega)];$$

$$(6.10) \quad [D_i^2] = [\operatorname{Im} F u_i^*(\omega) - \operatorname{Re} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Im} F v(\omega) - \operatorname{Im} \tilde{H}_{iv}(\omega) \operatorname{Re} F v(\omega) - \\ - \sum_{k=n+1}^m \operatorname{Im} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Re} F p_k(\omega) - \sum_{k=n+1}^m \operatorname{Re} \tilde{H}_{ik}(\omega) \operatorname{Im} F p_k(\omega)], \quad i = 1, \dots, n.$$

W równaniach (6.9), (6.10) przyjęto dowolnie przebiegi funkcji

$$\operatorname{Re} F p_k(\omega), \operatorname{Im} F p_k(\omega) \quad \text{dla} \quad k = n+1, \dots, m.$$

Korzystanie z warunków minimum błędu w postaci (2.8), (2.9) dla $m \geq n$ daje rozwiązanie zgodne z rozwiązaniem równania (6.4), otrzymuje się jednak bardziej złożony układ równań będących kombinacją liniową równań (6.4).

Rezygnując z eliminacji wpływu zakłóceń otrzymuje się równania nieco prostsze i przyjmują one postać:

dla $m = n$

$$(6.11) \quad \begin{bmatrix} \operatorname{Re} F p_k(\omega) \\ \operatorname{Im} F p_k(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} H_{ik}(\omega), -\operatorname{Im} H_{ik}(\omega) \\ \operatorname{Im} H_{ik}(\omega), \operatorname{Re} H_{ik}(\omega) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \operatorname{Re} F u_i^*(\omega) \\ \operatorname{Im} F u_i^*(\omega) \end{bmatrix},$$

$$i = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, n,$$

dla $m > n$

$$(6.12) \quad \begin{bmatrix} \operatorname{Re} F p_v(\omega) \\ \operatorname{Im} F p_v(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} H_{iv}(\omega), -\operatorname{Im} H_{iv}(\omega) \\ \operatorname{Im} H_{iv}(\omega), \operatorname{Re} H_{iv}(\omega) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D_i^1(\omega) \\ D_i^2(\omega) \end{bmatrix},$$

gdzie macierze cząstkowe $[D_i^1(\omega)]$, $[D_i^2(\omega)]$ wynoszą:

$$(6.13) \quad [D_i^1(\omega)] = [\operatorname{Re} F u_i^*(\omega) - \sum_{k=n+1}^m \operatorname{Re} H_{ik}(\omega) \operatorname{Re} F p_k(\omega) - \sum_{k=n+1}^m \operatorname{Im} H_{ik}(\omega) \operatorname{Im} F p_k(\omega)],$$

$$(6.14) \quad [D_i^2(\omega)] = [\operatorname{Im} F u_i^*(\omega) - \sum_{k=n+1}^m \operatorname{Im} H_{ik}(\omega) \operatorname{Re} F p_k(\omega) - \sum_{k=n+1}^m \operatorname{Re} H_{ik}(\omega) \operatorname{Im} F p_k(\omega)], \quad v = 1, \dots, n, \quad i = 1, \dots, n.$$

W równaniach (6.13), (6.14) przyjęto dowolne przebiegi sygnałów $\operatorname{Re} F p_k(\omega)$, $\operatorname{Im} F p_k(\omega)$ dla $k = n+1, \dots, m$.

7. POSTĘPOWANIE ITERACYJNE

Przedstawione wzory w sposób prosty prowadzą do rozwiązania dla układów o liniowych własnościach, wtedy charakterystyki częstościowe określone wzorami (4.11), (4.12) są stałe (zależne od częstości) i po ich jednokrotnym wyznaczeniu otrzymujemy drogą syntezy sygnały wymuszające. Inaczej jest gdy układ wykazuje własności nieliniowe. Wtedy charakterystyki częstościowe nie są stałe, zależą od sygnałów wymuszających. W takim przypadku jednokrotne wyznaczanie charakterystyk nie wystarcza do syntezy sygnałów zapewniających minimum błędu. Stosowne jest więc dochodzenie do prawidłowych wyników metodami iteracyjnymi. W kolejnych krokach iteracji przeprowadzany jest eksperyment na stanowisku symulacyjnym. Na podstawie sygnałów wymuszających i wymuszanych z eksperymentu przeprowadzana jest identyfikacja według wzorów (4.11), (4.12), które dla iteracji l przyjmują następującą postać:

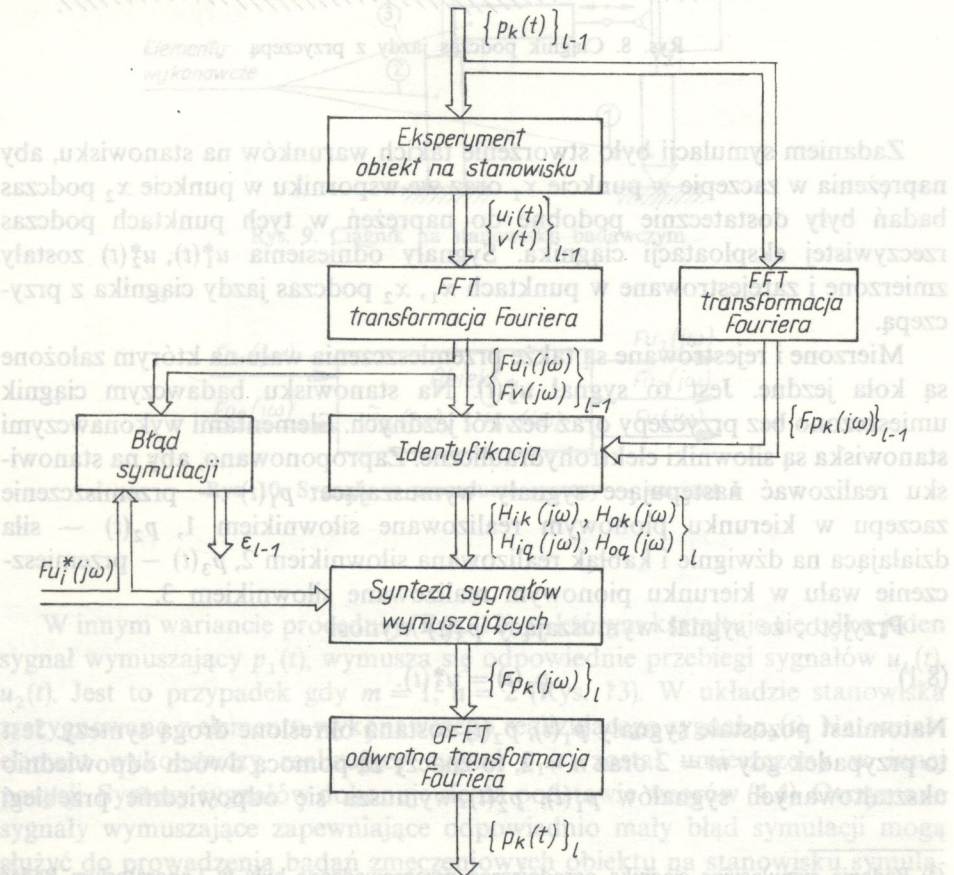
$$(7.1) \quad [\tilde{H}_{ik}(j\omega)]_l = \left(\left[Sp_k p_v(j\omega) - \frac{Sp_k v(j\omega)}{Sv_v(j\omega)} Sv_p v(j\omega) \right]_{l-1}^T \right)^{-1} \times \\ \times \left[Su_i p_v(j\omega) - \frac{Su_i v(j\omega)}{Sv_v(j\omega)} Sv_p v(j\omega) \right]_l, \quad k = 1, \dots, m, \quad v = 1, \dots, m,$$

$$(7.2) \quad \tilde{H}_{iv}(j\omega)_l = \frac{1}{Sv_v(j\omega)} \left\{ Su_i v(j\omega) \sum_{k=1}^m \tilde{H}_{ik}(j\omega) Sp_k v(j\omega) \right\}_{l-1}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Aktualne charakterystyki częstotściowe służą do syntezy sygnałów wymuszających. Przykładowo wzory (4.4) dla iteracji l przyjmują postać:

$$(7.3) \quad \begin{bmatrix} \operatorname{Re} Fp_v(\omega) \\ \operatorname{Im} Fp_v(\omega) \end{bmatrix}_l = \begin{bmatrix} A_{vk}^{11}, A_{vk}^{12} \\ A_{vk}^{21}, A_{vk}^{22} \end{bmatrix}_l^{-1} \cdot \begin{bmatrix} B_v^1 \\ B_v^2 \end{bmatrix}_l, \quad v = 1, \dots, m, \quad k = 1, \dots, m.$$

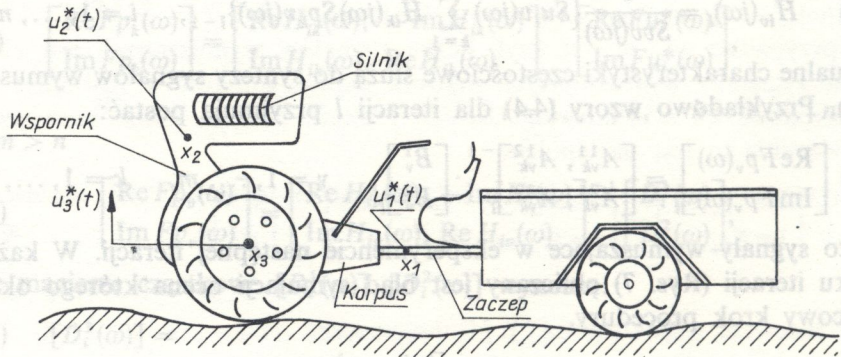
Są to sygnały wymuszające w eksperymencie następnej iteracji. W każdym kroku iteracji (Rys. 7) obliczany jest błąd symulacji ocena którego określa końcowy krok procedury.



Rys. 7. Schemat iteracyjnej procedury syntezy sygnałów

8. PRZYKŁADY PROCEDUR SYNTEZY SYGNAŁÓW WYMUSZAJĄCYCH

Jako przykład przedstawimy procedury syntezy sygnałów wymuszających dla symulacyjnych badań stanowiskowych obiektu jakim jest ciągnik ogrodniczy⁽²⁾ (Rys. 8) [6].



Rys. 8. Ciągnik podczas jazdy z przyczepą

Zadaniem symulacji było stworzenie takich warunków na stanowisku, aby naprężenia w zaczepie w punkcie x_1 oraz we wsporniku w punkcie x_2 podczas badań były dostatecznie podobne do naprężeń w tych punktach podczas rzeczywistej eksploatacji ciągnika. Sygnały odniesienia $u_1^*(t)$, $u_2^*(t)$ zostały zmierzone i zarejestrowane w punktach x_1 , x_2 podczas jazdy ciągnika z przyczepą.

Mierzone i rejestrowane są także przemieszczenia wału na którym założone są koła jezdne. Jest to sygnał $u_3^*(t)$. Na stanowisku badawczym ciągnik umieszczono bez przyczepy oraz bez kół jezdnych. Elementami wykonawczymi stanowiska są siłowniki elektrohydrauliczne. Zaproponowano, aby na stanowisku realizować następujące sygnały wymuszające: $p_1(t)$ — przemieszczenie zaczepu w kierunku pionowym realizowane siłownikiem 1, $p_2(t)$ — siła działająca na dźwignie i kabląk realizowana siłownikiem 2, $p_3(t)$ — przemieszczenie wału w kierunku pionowym realizowane siłownikiem 3.

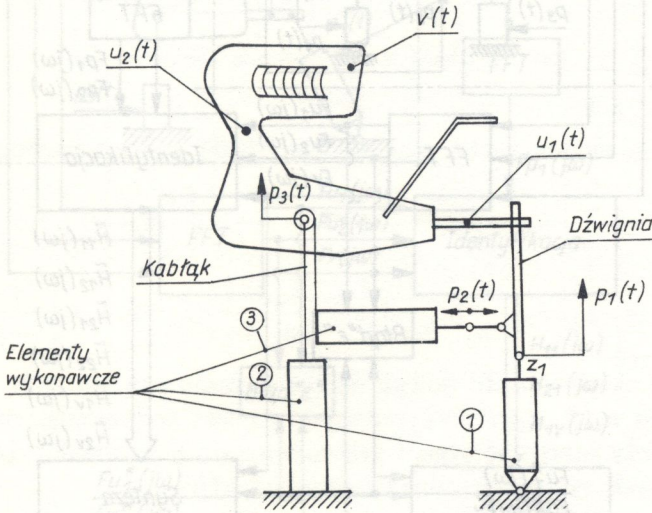
Przyjęto, że sygnał wymuszający $p_3(t)$ wynosi

$$(8.1) \quad p_3(t) = u_3^*(t).$$

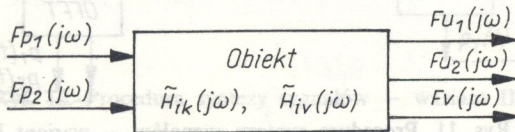
Natomiast pozostałe sygnały $p_1(t)$, $p_2(t)$ zostaną określone drogą syntezy. Jest to przypadek gdy $m = 2$ oraz $n = 2$, to znaczy za pomocą dwóch odpowiednio ukształtowanych sygnałów $p_1(t)$, $p_2(t)$ wymusza się odpowiednie przebiegi

⁽²⁾ Badania symulacyjne ciągnika ogrodniczego przeprowadzone były w Laboratorium Badań Symulacyjnych PIMOT w Warszawie.

sygnałów $u_1(t)$, $u_2(t)$ (rys. 9). Sygnał wymuszający $p_3(t)$ został potraktowany jako sygnał zakłócający (rys. 10). Jest to jeden z możliwych wariantów iteracyjnej procedury syntezy sygnałów (rys. 11). Identyfikacji dokonuje się na podstawie zmierzonych podczas eksperymentu sygnałów opierając się na wzorach (4.11), (4.12). Synteza sygnałów wymuszających dokonywana jest na podstawie wzorów (6.5), (6.6), (6.7).

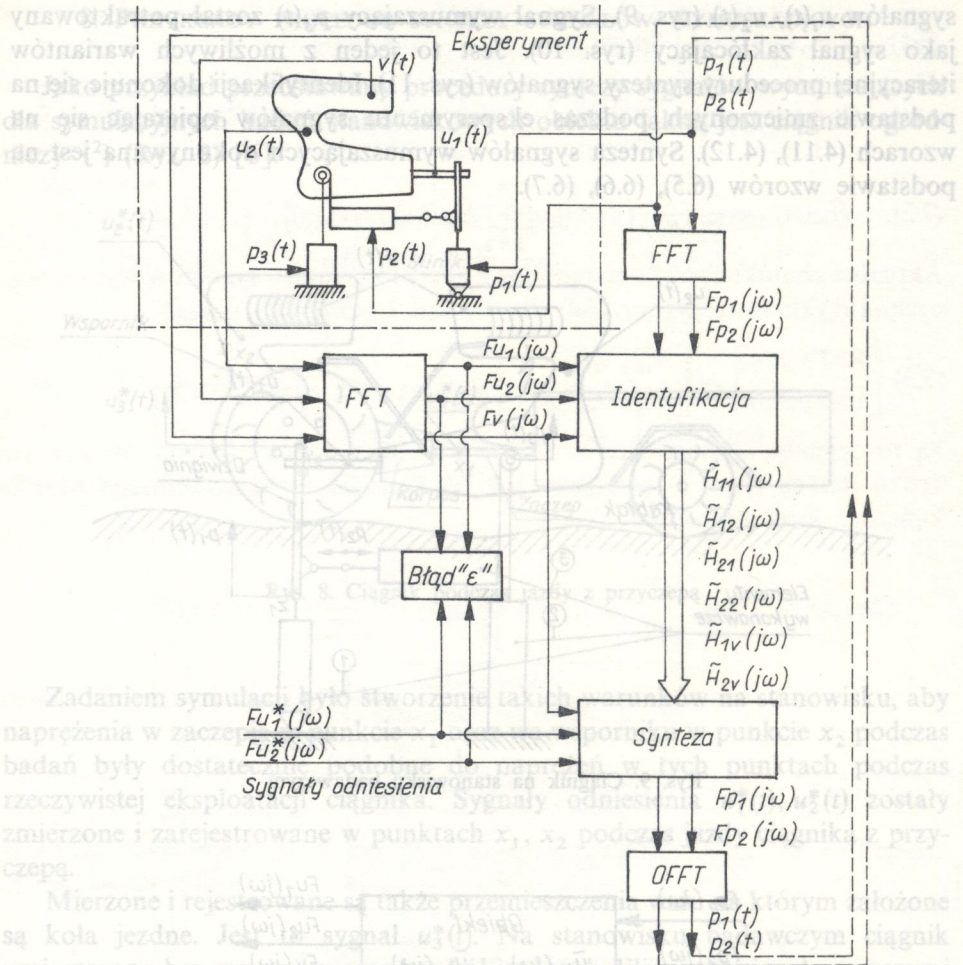


Rys. 9. Ciągnik na stanowisku badawczym



Rys. 10. Sygnały w procedurze syntezy – wariant I

W innym wariantcie procedury (Rys. 12), w którym kształtuje się tylko jeden sygnał wymuszający $p_1(t)$, wymusza się odpowiednie przebiegi sygnałów $u_1(t)$, $u_2(t)$. Jest to przypadek gdy $m = 1$, $n = 2$ (Rys. 13). W układzie stanowiska zrezygnowano z elementu wykonawczego realizującego sygnał $p_2(t)$. Natomiast element wykonawczy realizujący sygnał $p_1(t)$ został umieszczony w innej pozycji. Syntezy sygnałów dokonuje się na podstawie wzorów (4.4). Otrzymane sygnały wymuszające zapewniające odpowiednio mały błąd symulacji mogą służyć do prowadzenia badań zmęczeniowych obiektu na stanowisku symulacyjnym.

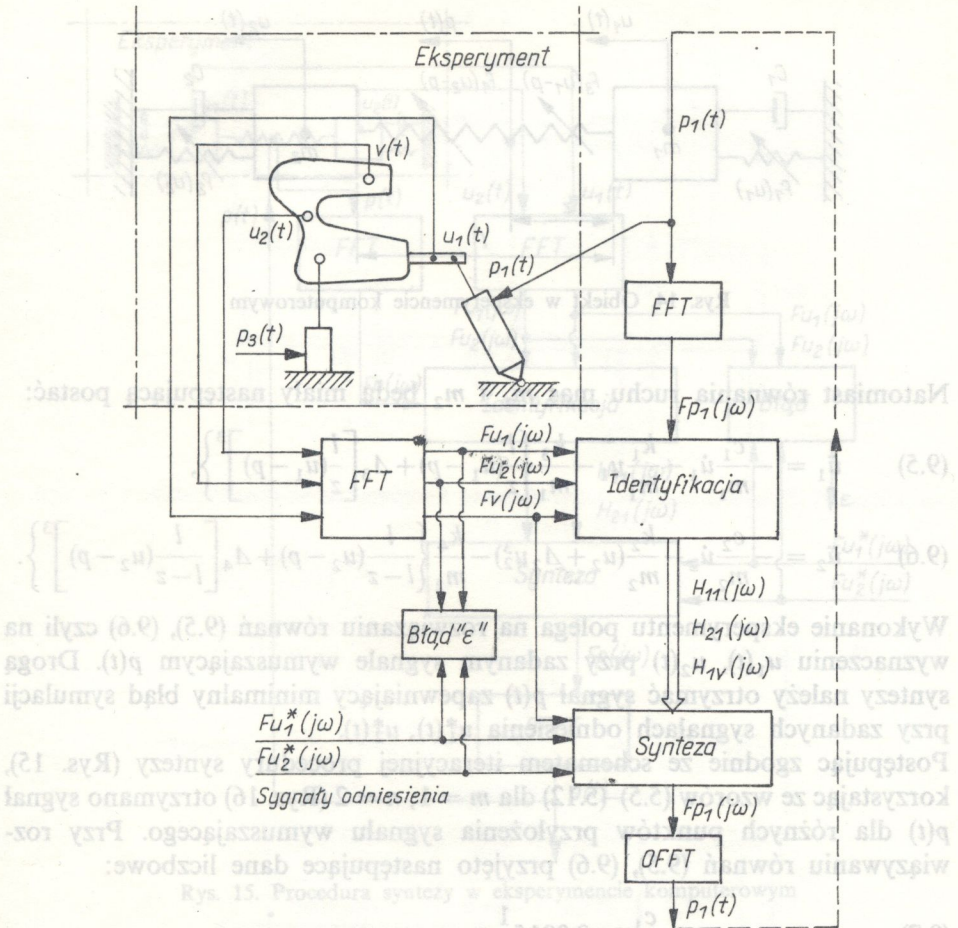


Rys. 11. Procedura syntezy sygnałów – wariant I

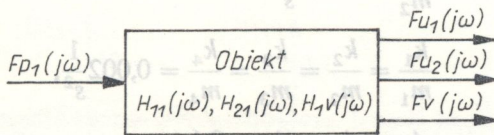
9. PRZYKŁAD SYNTEZY SYGNAŁÓW WYMUSZAJĄCYCH

W przykładzie syntezy sygnałów wymuszających eksperyment rzeczywisty zastąpiono eksperymentem komputerowym. Obiektem jest dyskretny układ o dwóch stopniach swobody (Rys. 14) w którym elementy sprężyste wykazują własności nieliniowe. Sygnałami wymuszonymi $u_1(t)$, $u_2(t)$ są przemieszczenia mas m_1 , m_2 . Sygnałem wymuszającym $p(t)$ jest przemieszczenie wybranego punktu sprężyny łączącej masy, w odległości „z” od masy m_1 . Jest to wymuszenie kinematyczne. Przyjęto następujące funkcje opisujące własności sprężyste elementów:

$$(9.1) \quad f_1(u_1) = k_1 u_1,$$



Rys. 12. Procedura syntezy sygnałów – wariant II

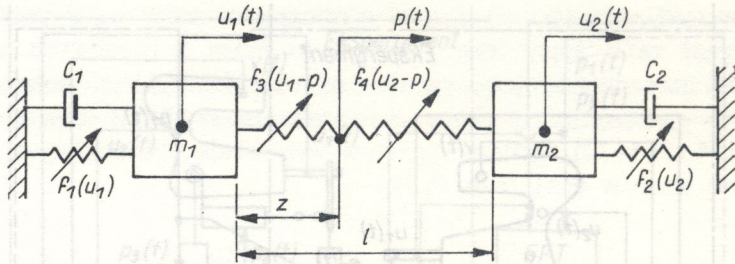


Rys. 13. Sygnały w procedurze syntezy – wariant II

$$(9.2) \quad f_2(u_2) = k_2(u_2 + \Delta_2 u_2^3),$$

$$(9.3) \quad f_3(u_1 - p) = k_3 \left\{ \frac{l}{z}(u_1 - p) + \Delta_3 \left[\frac{l}{z}(u_1 - p) \right]^3 \right\},$$

$$(9.4) \quad f_4(u_2 - p) = k_4 \left\{ \frac{l}{l-z}(u_2 - p) + \Delta_4 \left[\frac{l}{l-z}(u_2 - p) \right]^3 \right\}.$$



Rys. 14. Obiekt w eksperymencie komputerowym

Natomiast równania ruchu mas m_1 i m_2 będą miały następującą postać:

$$(9.5) \quad \ddot{u}_1 = -\frac{c_1}{m_1}\dot{u}_1 - \frac{k_1}{m_1}u_1 - \frac{k_3}{m_1} \left\{ \frac{l}{z}(u_1 - p) + \Delta_3 \left[\frac{l}{z}(u_1 - p) \right]^3 \right\},$$

$$(9.6) \quad \ddot{u}_2 = -\frac{c_2}{m_2}\dot{u}_2 - \frac{k_2}{m_2}(u_2 + \Delta_2 u_2^3) - \frac{k_4}{m_2} \left\{ \frac{l}{l-z}(u_2 - p) + \Delta_4 \left[\frac{l}{l-z}(u_2 - p) \right]^3 \right\}.$$

Wykonanie eksperymentu polega na rozwiązaniu równań (9.5), (9.6) czyli na wyznaczeniu $u_1(t)$, $u_2(t)$ przy zadanym sygnale wymuszającym $p(t)$. Drogą syntezy należy otrzymać sygnał $p(t)$ zapewniający minimalny błąd symulacji przy zadanych sygnałach odniesienia $u_1^*(t)$, $u_2^*(t)$.

Postępując zgodnie ze schematem iteracyjnej procedury syntezy (Rys. 15), korzystając ze wzorów (5.5)–(5.12) dla $m = 1$, $n = 2$ (Rys. 16) otrzymano sygnał $p(t)$ dla różnych punktów przyłożenia sygnału wymuszającego. Przy rozwiązywaniu równań (9.5), (9.6) przyjęto następujące dane liczbowe:

$$(9.7) \quad \frac{c_1}{m_1} = 0,0015 \frac{1}{s},$$

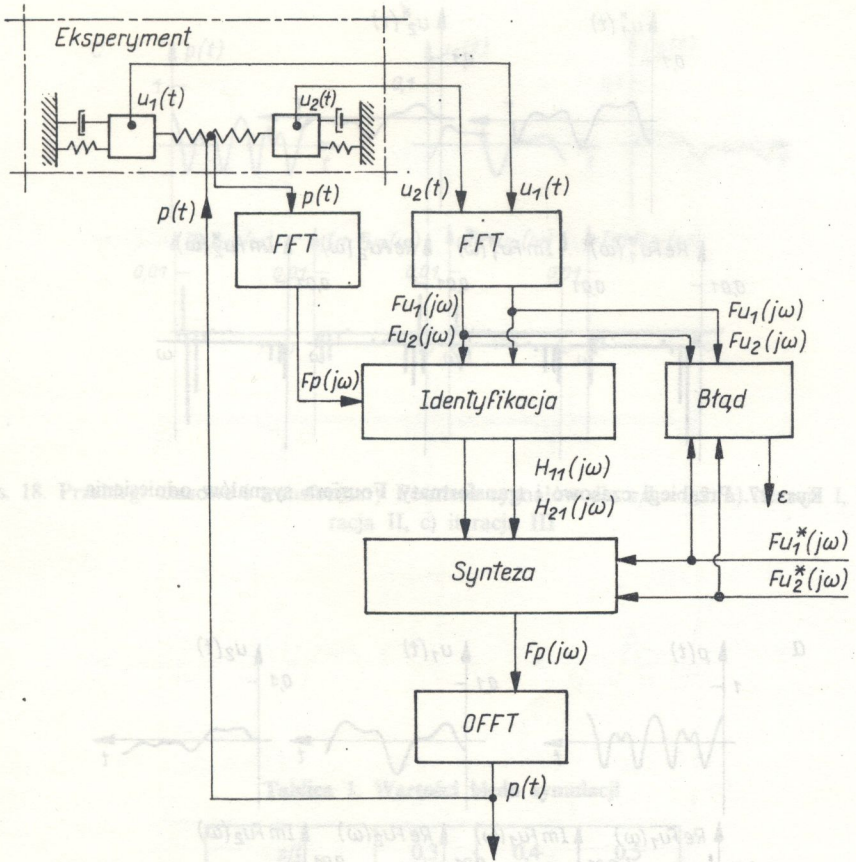
$$(9.8) \quad \frac{c_2}{m_2} = 0,007 \frac{1}{s},$$

$$(9.9) \quad \frac{k_1}{m_1} = \frac{k_2}{m_2} = \frac{k_3}{m_3} = \frac{k_4}{m_4} = 0,002 \frac{1}{s^2},$$

$$(9.10) \quad \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4 = 0,1.$$

Współczynniki wagi przyjęto $\mu_1 = \mu_2 = 1$.

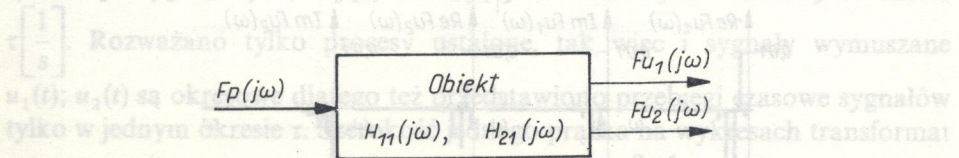
Wartości błędu symulacji w kolejnych krokach iteracyjnych dla różnych z/l przedstawiono w tabelicy 1. Dla danych sygnałów odniesienia $u_1^*(t)$, $u_2^*(t)$ (Rys. 17) przeprowadzono syntezę sygnału wymuszającego. Syntezę przeprowadzono dla różnych punktów przyłożenia sygnału wymuszającego, czyli dla różnych z/l . Przedstawiono wyniki (Rys. 18, 19, 20) obrazują przebiegi czasowe sygnałów oraz ich transformaty Fouriera w kolejnych krokach postępowania



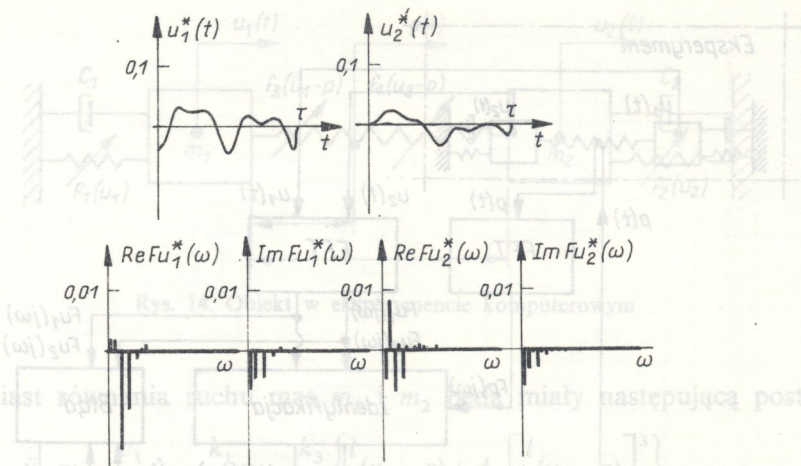
Rys. 15. Procedura syntezy w eksperymencie komputerowym

iteracja	ω	ω	ω
iteracja II	0,203	0,079	0,190
iteracja III	0,129	0,012	0,091

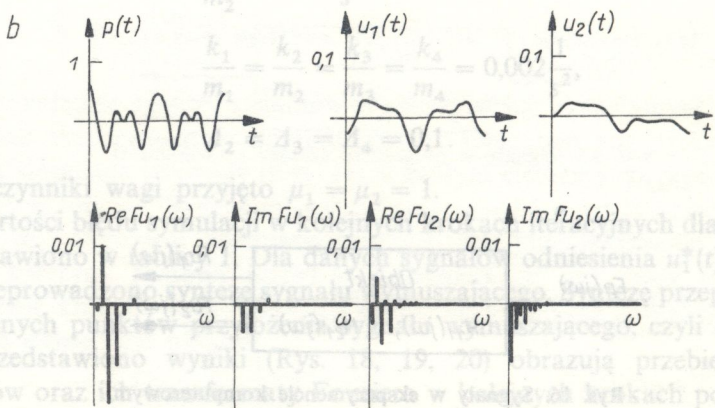
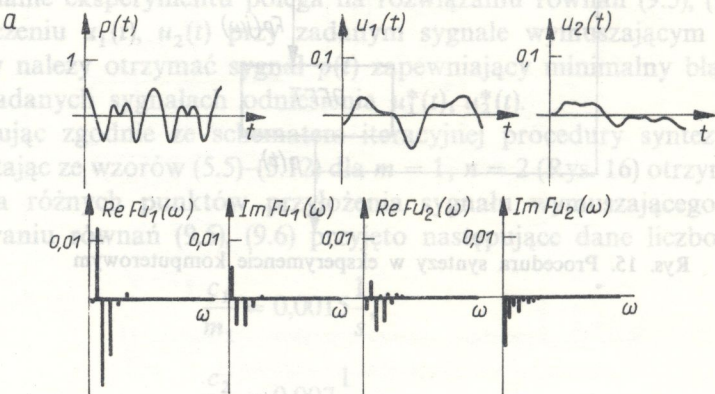
iteracyjnego. Przedstawione wyniki dotyczą trzech iteracji ponieważ w dalszych nie zaobserwowano znaczącego zmniejszania się wartości błędu symulacji. Sygnał wymuszający działający na obiekt jest okresowy o okresie

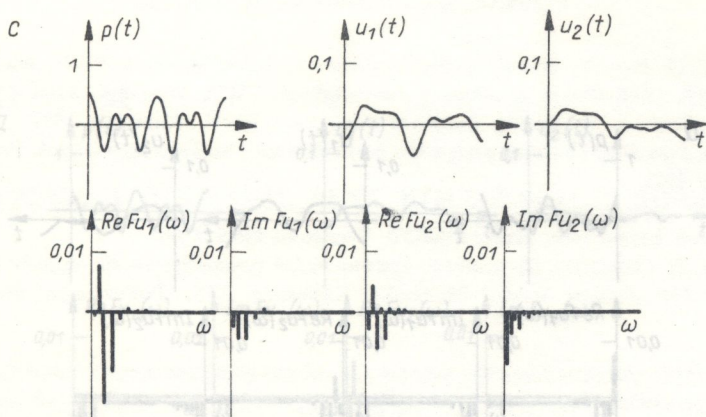


Rys. 16. Sygnały w eksperymencie komputerowym



Rys. 17. Przebiegi czasowe i transformaty Fouriera sygnałów odniesienia





Rys. 18. Przebiegi czasowe i transformaty Fouriera sygnałów dla $z/l = 0,3$. a) iteracja I, b) iteracja II, c) iteracja III

Tablica 1. Wartości błędu symulacji

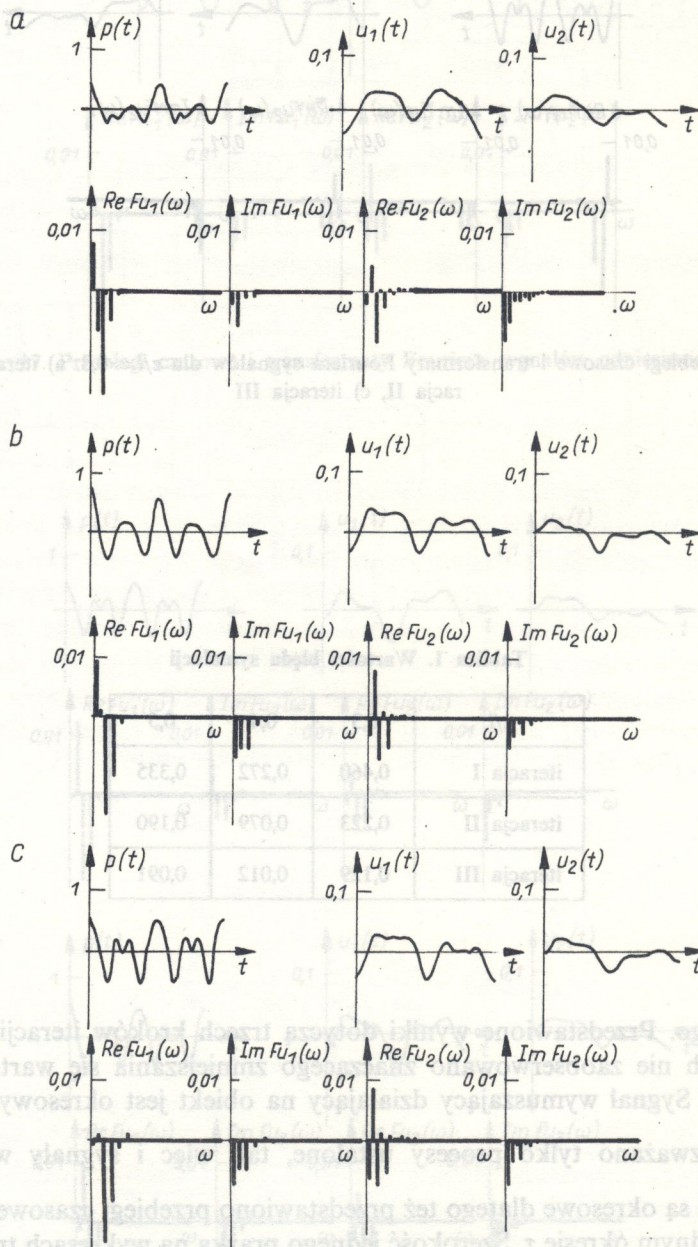
z/l	0,3	0,4	0,5
iteracja I	0,460	0,272	0,335
iteracja II	0,223	0,079	0,190
iteracja III	0,129	0,012	0,091

iteracyjnego. Przedstawione wyniki dotyczą trzech kroków iteracji ponieważ w dalszych nie zaobserwowano znaczącego zmniejszania się wartości błędu symulacji. Sygnał wymuszający działający na obiekt jest okresowy o okresie

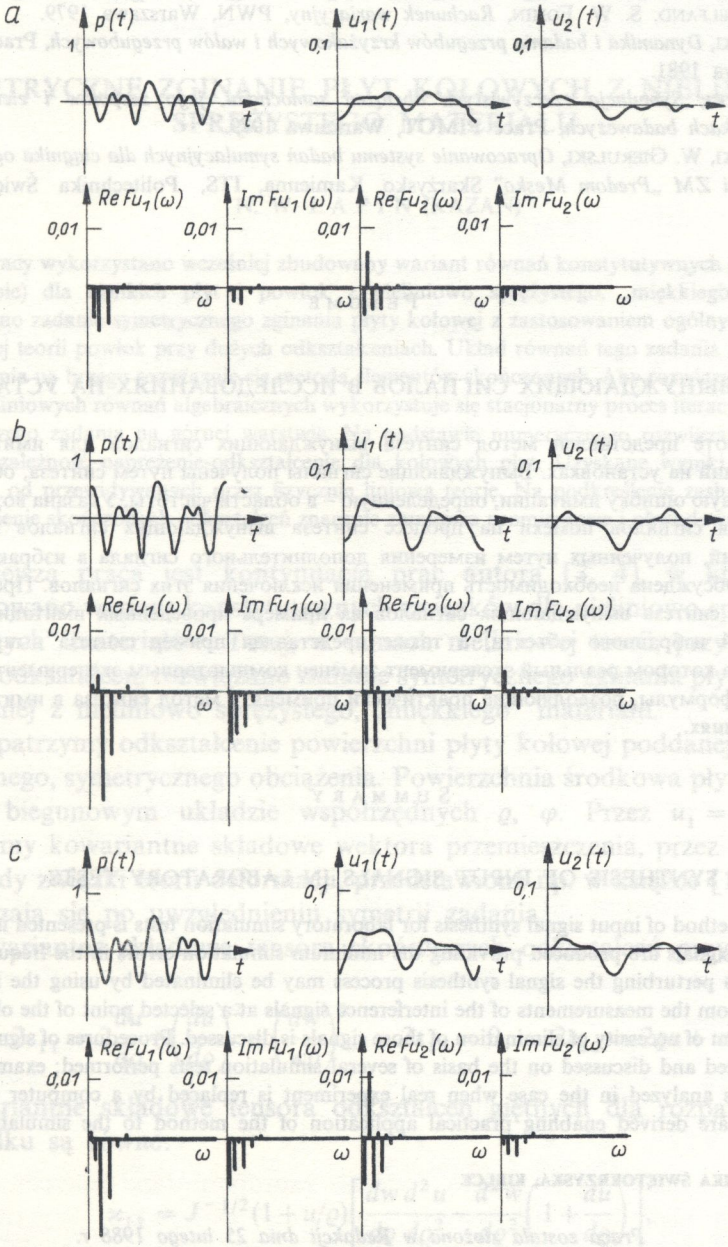
$\tau \left[\frac{1}{s} \right]$. Rozważano tylko procesy ustalone, tak więc i sygnały wymuszone

$u_1(t)$; $u_2(t)$ są okresowe dlatego też przedstawiono przebiegi czasowe sygnałów tylko w jednym okresie τ . Szerokość jednego prążka na wykresach transformat

Fouriera odpowiada przedziałowi częstotliwości $\Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau s}$.



Rys. 19. Przebiegi czasowe i transformaty Fouriera sygnałów dla $z/l = 0,4$. a) iteracja I, b) iteracja II, c) iteracja III



Rys. 20. Przebiegi czasowe i transformaty Fouriera sygnałów dla $z/l = 0.5$. a) iteracja I, b) iteracja II, c) iteracja III

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. S. BENDAT, G. PIERSOL, *Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych*, PWN, Warszawa 1976.
2. P. EYKHOFF, *Identyfikacja w układach dynamicznych*, PWN, Warszawa 1980.
3. J. M. GELFAND, S. W. FOMIN, *Rachunek wariacyjny*, PWN, Warszawa 1979.
4. J. OSIECKI, *Dynamika i badania przegubów krzyżakowych i wałów przegubowych*, Prace PIMOT, Warszawa 1981.
5. J. OSIECKI, *Symulacja rzeczywistych obciążeń samochodu, jego zespołów i elementów na stanowiskach badawczych*, Prace PIMOT, Warszawa 1979.
6. J. OSIECKI, W. GIERULSKI, *Opracowanie systemu badań symulacyjnych dla ciągnika ogrodniczego produkcji ZM „Predom Mesko” Skarżysko Kamienna, ITS, Politechnika Świętokrzyska, 1983.*

РЕЗЮМЕ

СИНТЕЗ ВЫНУЖДАЮЩИХ СИГНАЛОВ В ИССЛЕДОВАНИЯХ НА УСТАНОВКАХ

В работе представлен метод синтеза вынуждающих сигналов для имитационных исследований на установках. Вынуждающие сигналы получены путем синтеза, обеспечивая минимальную ошибку имитации, определенную – в области частоты. Указана возможность исключения сигналов помехи на процесс синтеза вынуждающих сигналов на основе информации, полученных путем измерения дополнительного сигнала в избранной точке объекта. Обсуждена необходимость применения исключения этих сигналов. Представлена процедура синтеза вынуждающих сигналов на примере проведенных имитационных исследований избранного объекта, а также представлен пример синтеза вынуждающих сигналов, в котором реальный эксперимент заменен компьютерным экспериментом. Представлены формулы, позволяющие практически применять метод синтеза в имитационных исследованиях.

SUMMARY

SYNTHESIS OF INPUT SIGNALS IN LABORATORY TESTS

The method of input signal synthesis for laboratory simulation tests is presented in the paper. The input signals are produced providing the minimum simulation errors in the frequency range. The signals perturbing the signal synthesis process may be eliminated by using the information obtained from the measurements of the interference signals at a selected point of the object tested. The problem of necessity of elimination of those signals is discussed. Procedures of signal synthesis are presented and discussed on the basis of several simulation tests performed; example of such synthesis is analyzed in the case when real experiment is replaced by a computer experiment. Formulae are derived enabling practical application of the method to the simulation tests.

POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA, KIELCE

Praca została złożona w Redakcji dnia 25 lutego 1988 r.